



الواجب الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات للثانية علوم تجريبية

يقدم يوم: 2023/10/30

سلم يوم: 2023/10/23

التمرين الأول:

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ للمتغير x حيث: $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$.

1. بين أن العدد 2 جذر لـ $P(x)$.
2. حلل $P(x)$ إلى جداء عاملين.
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$ ثم استنتج حلول المتراجحة $2x^3 - 13x^2 + 13x \leq -10$.
4. استنتج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$: x .

التمرين الثاني:

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 2x - 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+a)^2 + b$.
 2. فكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.
 3. استنتج اتجاه تغير الدالة على المجالين $]-\infty; 1]$ و $[1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
 4. اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقاً من (C) التمثيل البياني للدالة مربع ثم أرسمه.
 5. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر للمنحنى (C_f) .
 6. لتكن الدوال h ، k و t حيث: $h(x) = |f(x)|$ ، $k(x) = -f(x)$ ، $t(x) = f(x) + 2$.
- مثل في نفس المعلم المنحنيات: (C) ، (C_f) ، (C_h) ، (C_k) ، (C_t) (مع الشرح)

تصحيح الواجب المنزلي الأول للفصل الأول للثانية علوم

7. استنتج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0 \text{ لدينا:}$$

$$2\sqrt{x}^3 - 13\sqrt{x}^2 + 13\sqrt{x} + 10 = 0 \text{ يعني:}$$

$$P(\sqrt{x}) = 0 \text{ أي:}$$

من المعادلة السابقة نجد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x} = -\frac{1}{2} \text{ ر ف و ض} \\ \sqrt{x} = 2 \\ \sqrt{x} = 5 \end{array} \right. \text{ ومنه: } \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 4 \\ x_2 = 25 \end{array} \right.$$

$$S = \{4; 25\} \text{ ومنه:}$$

التمرين الثاني:

$$f(x) = x^2 - 2x - 1$$

8. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل عدد

$$f(x) = (x+a)^2 + b \text{ حقيقي } x$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+a)^2 + b \\ &= x^2 + 2ax + a^2 + b \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = -1 \\ b = -2 \end{array} \right. \text{ ومنه: } \left\{ \begin{array}{l} 2a = -2 \\ a^2 + b = -1 \end{array} \right. \text{ بالمطابقة نجد:}$$

$$f(x) = (x-1)^2 - 2 \text{ ومنه:}$$

9. فكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x) = x-1 \\ v(x) = x^2 - 2 \end{array} \right. \text{ لدينا: } f = v \circ u \text{ حيث:}$$

10. استنتاج اتجاه تغير الدالة على المجالين:

أ- على المجال $]-\infty; 1]$

لدينا: الدالة u متزايدة على المجال $]-\infty; 1]$

والدالة v متناقصة على المجال $]-\infty; 0]$

$$(\text{لأن: } u(]-\infty; 1]) = [0; +\infty[)$$

ومنه الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty; 1]$

التمرين الأول:

$$P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$$

1. تبين أن العدد 2 جذر لـ $P(x)$.

$$\begin{aligned} P(2) &= 2(2)^3 - 13(2)^2 + 13(2) + 10 \\ &= 16 - 52 + 26 + 10 = 0 \end{aligned}$$

ومنه العدد 2 جذر لـ $P(x)$.

2. تحليل $P(x)$ إلى جداء عاملين.

$$P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c) \text{ لدينا:}$$

$$\begin{aligned} P(x) &= ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c \\ &= ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c \end{aligned} \text{ ومنه:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = -9 \\ c = -5 \end{array} \right. \text{ ومنه: } \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b - 2a = -13 \\ c - 2b = 13 \\ -2c = 10 \end{array} \right. \text{ بالمطابقة نجد:}$$

$$P(x) = (x-2)(2x^2 - 9x - 5) \text{ إذا:}$$

3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$

$$P(x) = 0 \text{ تعني: } \left\{ \begin{array}{l} x_0 = 2 \\ 2x^2 - 9x - 5 = 0 \end{array} \right. \text{ أو } \Delta = 121 \text{ ومنه:}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; 2; 5 \right\} \text{ إذا: } x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 5$$

-استنتج حلول المتراجحة $2x^3 - 13x^2 + 13x \leq -10$

$$2x^3 - 13x^2 + 13x \leq -10 \text{ تعني:}$$

$$P(x) \leq 0 \text{ أي: } 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10 \leq 0$$

إشارة $P(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	5	$+\infty$
$x-2$		—	0	+	
$2x^2 - 9x - 5$	+	0	—	0	+
$P(x)$	—	0	+	0	+

$$S = \left] -\infty; -\frac{1}{2} \right] \cup [2; 5] \text{ يعني: } P(x) \leq 0$$

ب- على المجال $[1; +\infty[$

لدينا: الدالة u متزايدة على المجال $[1; +\infty[$

والدالة v متزايدة على المجال $[0; +\infty[$

(لأن: $u([1; +\infty[) =]-\infty; 0]$)

ومنه الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty; 1]$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	
		-2	

4. شرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقاً من (C)

التمثيل البياني للدالة مربع

(C_f) هو صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه

$$\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

5. تبين أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر

للمنحنى (C_f)

لدينا: $x \in D_f$ يعني: $x \in \mathbb{R}$ ومنه: $(2 \times 1 - x) \in \mathbb{R}$

إذا: $(2\alpha - x) \in \mathbb{R}$

ولدينا:

$$f(2\alpha - x) = f(2 - x) = (2 - x - 1)^2 - 2 = (1 - x)^2 - 2$$

ومنه:

$$f(2\alpha - x) = [-(-1 + x)]^2 - 2 = (x - 1)^2 - 2 = f(x)$$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر

للمنحنى (C_f)

6. تمثيل في نفس المعلم المنحنيات:

$$h(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x); & f(x) \geq 0 \\ -f(x); & f(x) < 0 \end{cases}$$

- لدينا:

ومنه: (C_h) ينطبق على (C_f) لما $f(x) \geq 0$

(C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x) < 0$

- (C_k) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل

- (C_t) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه

