

التمرين الأول: (6 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(Z)$ المعروف بـ: $P(z) = z^3 - (3 + 2\sqrt{3})z^2 + (7 + 4\sqrt{3})z - (5 + 2\sqrt{3})$

1. (1) تحقق أن: $P(z) = (z-1)Q(z)$.

(2) عين $Q(z)$ ثم حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

II. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقط C, B, A صور الأعداد

$$z_C = 1 + \sqrt{3} + i, \quad z_B = 1 + \sqrt{3} - i, \quad z_A = 1$$

(1) اكتب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

(2) نعتبر النقطة ω صورة العدد $1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ، بين أن ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

3/ حدد (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $\left| \frac{z_C - z}{z_B - z} \right| = 1$.

4 / عين (Γ') مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق:

$$\arg\left(\frac{Z-1}{Z-1-\sqrt{3}-i}\right) = \frac{\pi}{2} + \pi k \dots\dots (k \in \mathbb{Z})$$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

u_1 صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء و كرتين خضراوين و u_2 صندوق آخر يحتوي على كرتين حمراوين و 3 كرات خضراء (الكرات لا تميز بينها عند اللمس).

نقوم بسحب كرة عشوائيا من الصندوق u_1 ونضعها في الصندوق u_2 ثم نسحب عشوائيا من الصندوق u_2 كرتين في أن واحد.

نرمز بـ R_1 للحادثة "سحب كرة حمراء من u_1 " و بـ A للحادثة "سحب كرتين حمراوين من u_2 "

(1) احسب $P(R_1)$ و $P(R_1 \cap A)$.

(2) تحقق أن $P(A) = \frac{11}{75}$. هل الحادثتان A و R_1 مستقلتان؟

(3) علما أن الكرتين المسحوبتين من u_2 حمراوان ما احتمال أن الكرة المسحوبة من u_1 كانت حمراء.

(4) n عدد طبيعي غير معدوم.

نضيف n كرة حمراء إلى الصندوق u_1 و نعيد التجربة العشوائية السابقة .

يربح لاعب 5 دينار عند كل سحب لكرة خضراء من u_2 و يخسر 10 دينار عند كل سحب لكرة حمراء من u_2 . نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرباح اللاعب.

$$P(X = -5) = \frac{9n+43}{15(n+5)}$$

(ب) أعط بدلالة n قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (8 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]-3,6]$ حيث $f(x) = -3 + \sqrt{x+3}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$.

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_0 = 6$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) بين أن f متزايدة على $]-3,6]$.

(2) حل في المجال $]-3,6]$ المعادلة $f(x) = x$.

(3) ارسم المنحنى (C) .

(4) مثل دون حساب الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 على محور الفواصل ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

(5) برهن بالتراجع إنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن : $u_n > -2$.

(6) بين ان المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

(7) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $v_n = \ln(u_n + 3)$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n . احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ج. (w_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $w_n = u_n + 3$.

- احسب بدلالة n الجداء p_n حيث $p_n = w_0 \times w_1 \times w_2 \times \dots \times w_n$