

التمرين الأول

أحسب النهايات التالية

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{4x^2-1}-2x} ; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}} ; \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-x^2-5x-3}{x^3+(2-n)x^2+(1-2n)x-n} \quad n \in \mathbb{N}$$

التمرين الثاني :

صندوق u يحتوي على 6 كرات لا تفرق بينها عند اللمس ، (03) كرات يضاء تحمل كل منها العدد 0 و 1 و 2 ، و كرية حمراء تحمل العدد 3 و كرتان سوداوان تحمل كل منها العدد β و $\beta + 1$ (حيث β عدد زوجي أكبر تماما من 2) . نسحب عشوائيا من الصندوق u كرتين على التوالي دون الارجاع

1. أنشئ مخططا مناسبا يبين جميع الإمكانيات المناسبة لهذه التجربة العشوائية
2. a) أحسب احتمال الاحداث التالية :

الحدث A " الحصول على كرتين من لونين مختلفين " الحدث B " الحصول على كرتين مجموع عدديهما عدد زوجي "

الحدث C " الحصول على كرتين سوداوان أو مجموع عدديهما زوجي فقط "

$$b) \text{ بين أن : } P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{15} , \text{ ثم أحسب } P(\bar{A} \cup B)$$

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مصب القيمة المطلقة للفرق بين العددين المحصل عليها

3. a) ما هي القيم الممكنة لـ $X(\Omega)$ ، ثم عين قانون احتمال المتغير العشوائي X

$$b) \text{ بين أن : } E(X) = \frac{8\beta+3}{15} . \text{ ثم عين قيمة العدد الحقيقي } \beta \text{ التي تحقق } E(39X + 1447) = 1954$$

$$c) \text{ أحسب } (P(X^3 - (2\beta + 1)X^2 + (\beta^2 + 2\beta - 1)X + 1 - \beta^2 = 0))$$

التمرين الثالث :

ABC مثلث كيني مرود بالمعلم $(A; \overline{AB}, \overline{AC})$.

لكل عدد حقيقي t من المجال $[0; 1]$ ، نعرف النقطة G_t مرجح الجملة المتقلة $\{(A; t^2); (B; (1-t)^2); (C; 2t(1-t))\}$

1. a) برر أن النقطة G_t موجودة مهما يكن $t \in [0; 1]$

b) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $[0; 1]$: فان $\overline{AG_t} = (1-t)^2 \overline{AB} + 2t(1-t) \overline{AC}$ ، ثم استنتج احداثي النقطة G_t بدلالة t

c) عين قيم العدد الحقيقي t التي من أجلها تنتمي النقطة G_t الى المستقيم ذي المعادلة $y = x$

d) بين أن مجموعة النقط G_t من المستوي لما t يسبح المجال $[0; 1]$ منحني معادلته $y = 2(\sqrt{x} - x)$

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; 1]$:- $f(x) = 2(\sqrt{x} - x)$

2. a) أدرس تغيرات الدالة f

b) استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي من أجلها تكون ترتيبية النقطة G_t أكبر ما يمكن (أعظمية)

نرف النقطة D_t مرجح الجملة المتقلة $\{(B; (1-t)); (C; 2t)\}$

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $[0; 1]$: فان $\overline{AG_t} = (1-t^2) \overline{AD_t}$ ، ثم أنشئ التقطين $D_{\frac{1}{2}}$ و $G_{\frac{1}{2}}$

4. نعتبر (Γ_t) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|t^2 \overline{MA} + (1-t)^2 \overline{MB} + 2t(1-t) \overline{MC}\| = \frac{4(1-t)}{3} \|(1-t) \overline{MB} + 2t \overline{MC}\|$

- عين قيمة العدد الحقيقي t التي من أجلها تكون المجموعة (Γ_t) مستقيما محوريا للقطعة المستقيمة $[G_t D_t]$ ثم أنشئ المجموعة $(\Gamma_{\frac{1}{2}})$

$$L: \lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3n^2+1}-2}{\sqrt{n+3}-\sqrt{3n+1}} \rightarrow \frac{0}{0} = \text{ت.ع.ع}$$

$$= L: \frac{(\sqrt{3n^2+1}-2)(\sqrt{3n^2+1}+2)(\sqrt{n+3}+\sqrt{3n+1})}{(n \rightarrow 1) (\sqrt{n+3}-\sqrt{3n+1})(\sqrt{n+3}+\sqrt{3n+1})(\sqrt{3n^2+1}+2)}$$

$$= L: \frac{((3n^2+1)-2^2)(\sqrt{n+3}+\sqrt{3n+1})}{n \rightarrow 1 [(n+3)-(3n+1)](\sqrt{3n^2+1}+2)}$$

$$= L: \frac{(3n^2-3)(\sqrt{n+3}+\sqrt{3n+1})}{n \rightarrow 1 (-2n+2)(\sqrt{3n^2+1}+2)} \rightarrow \frac{0}{0} = \text{ت.ع.ع}$$

$$= L: \frac{3(n-1)(n+1)(\sqrt{n+3}+\sqrt{3n+1})}{n \rightarrow 1 -2(n-1)(\sqrt{3n^2+1}+2)}$$

$$= L: \frac{3(n+1)(\sqrt{n+3}+\sqrt{3n+1})}{n \rightarrow 1 -2(\sqrt{3n^2+1}+2)} \rightarrow \frac{24}{-8} = -6$$

$$L: \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{4n^2-1}-2n} = \text{ت.ع.ع}$$

$$L: \frac{(\sqrt{n^2+1}-n)(\sqrt{n^2+1}+n)(\sqrt{4n^2-1}+2n)}{(n \rightarrow +\infty) (\sqrt{n^2+1}+n)(\sqrt{4n^2-1}-2n)(\sqrt{4n^2-1}+2n)}$$

$$= L: \frac{1(\sqrt{4n^2-1}+2n)}{n \rightarrow +\infty -1(\sqrt{n^2+1}+n)}$$

$$= L: \frac{\sqrt{4n^2(1-\frac{1}{4n^2})}+2n}{n \rightarrow +\infty -\sqrt{n^2(1+\frac{1}{n^2})}+n}$$

$$= L: \frac{2n\sqrt{1-\frac{1}{4n^2}}+2n}{n \rightarrow +\infty -n\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}+n}$$

$$= L: \frac{2n(\sqrt{1-\frac{1}{4n^2}}+1)}{n \rightarrow +\infty -n(\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}+1)} = \frac{4}{-2} = -2$$

2026

جميع الفروع

التكامل الأول
- حساب النهايات :

$$L: \lim_{n \rightarrow -1} \frac{n^3-n^2-5n-3}{n^3+(2-n)n^2+(1-2n)n-m} \rightarrow \frac{0}{0} = \text{ت.ع.ع}$$

$$\begin{array}{r|l} n^3-n^2-5n-3 & n+1 \\ -n^3-n^2 & n^2-2n-3 \\ \hline 0-2n^2-5n & \\ 2n^2+2n & \\ \hline -3n-3 & \\ +3n+3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} n^3+(2-n)n^2+(1-2n)n-m & n+2 \\ -n^3-n^2 & n^2+(1-n)n-m \\ \hline 0+(1-n)n^2+(1-2n)n & \\ (n-1)n^2+(n-1)n & \\ \hline 0-mn-m & \\ +mn+m & \\ \hline 0 & \end{array}$$

وحد:

$$L: \frac{(n+1)(n^2-2n-3)}{n \rightarrow -1 (n+1)(n^2+(1-n)n-m)}$$

$$= L: \frac{n^2-2n-3}{n \rightarrow -1 n^2+(1-n)n-m} \rightarrow \frac{0}{0} = \text{ت.ع.ع}$$

نقوم مرة أخرى بتحليل البسط والمقام زحمة:

$$= L: \frac{(n+1)(n-3)}{n \rightarrow -1 (n+1)(n-m)} = \frac{4}{-1-m}$$

صفحة الاستاذ فغلول
للرياضيات

www.dzexams.com

$$p(x^3 - (2\beta + 1)x^2 + (\beta^2 + 2\beta - 1)x + 1 - \beta^2)$$

$$= p(x=1) + p(x=\beta-1) + p(x=\beta+1)$$

$$= \frac{8}{30} + \frac{4}{30} + \frac{2}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

حل المسألة الثالثة :

بيان أن G_t موجودة مهما كان $t \in [0, 1]$:

$$t^2 + (1-t)^2 + 2t(1-t) \neq 0$$

$$t^2 + 1^2 + t^2 - 2t + 2t - 2t^2 \neq 0$$

$$1^2 \neq 0$$

اذن G_t موجودة $\forall t \in [0, 1]$ فـ G_t موجودة

(ب) بيان أن G_t نقطة التقاطع بين AB و AC :

$$\vec{AG}_t = \frac{(1-t)^2}{1} \vec{AB} + \frac{2t(1-t)}{1} \vec{AC}$$

أو يمكن كتابتها :

G_t مرجع المحاور

$$t^2 \vec{GA} + (1-t)^2 \vec{GB} + (2t(1-t)) \vec{GC} = \vec{0}$$

$$t^2 \vec{GA} + (1-t)^2 \vec{GA} + (1-t)^2 \vec{AB} : \text{أي}$$

$$+ (2t(1-t)) \vec{GA} + (2t(1-t)) \vec{AC} = \vec{0}$$

$$(t^2 + (1-t)^2 + 2t(1-t)) \vec{GA} + (1-t)^2 \vec{AB} : \text{أي}$$

$$+ 2t(1-t) \vec{AC} = \vec{0}$$

$$1 \vec{GA} + (1-t)^2 \vec{AB} + 2t(1-t) \vec{AC} = \vec{0}$$

$$4 \vec{G}_t = (1-t)^2 \vec{AB} + 2t(1-t) \vec{AC}$$

- احداثي النقط G_t :

$$G_t \left((1-t)^2 ; 2t(1-t) \right)$$

$$E(X) = \frac{1 \times 8 + 2 \times 4 + 2 \times 3 + (\beta-3)2 + (\beta-2)4}{30}$$

$$+ \frac{(\beta-1)4 + \beta(4) + (\beta+1)2}{30}$$

$$= \frac{22 + 2\beta - 6 + 4\beta - 8 + 4\beta - 4 + 4\beta + 2\beta + 2}{30}$$

$$= \frac{16\beta + 6}{30} = \frac{2(8\beta + 3)}{30} = \frac{8\beta + 3}{15}$$

- نعين قيمة العدد الحقيقي β :

$$E(39X + 1447) = 1954$$

$$39E(X) + 1447 = 1954$$

$$39\left(\frac{8\beta + 3}{15}\right) = 507$$

نحل المعادلة نجد : $\beta = 24$

(ج) حل :

$$X^3 - (2\beta + 1)X^2 + (\beta^2 + 2\beta - 1)X + 1 - \beta^2 = 0$$

نلاحظ أنه يوجد حل $X=1$:

$$X^3 - (2\beta + 1)X^2 + (\beta^2 + 2\beta - 1)X + 1 - \beta^2$$

$$= X^3 + X^2 - 2\beta X^2 + (\beta^2 + 2\beta - 1)X + \beta^2 - 1$$

$$= 2\beta X^2 - 2\beta X$$

$$(\beta^2 - 1)X + (1 - \beta^2)$$

$$(\beta^2 - 1)X + (1 - \beta^2)$$

$$0$$

$$X^2 - 2\beta X + \beta^2 - 1 = 0$$

$$\Delta = 4\beta^2 - 4(\beta^2 - 1) = 4$$

$$X = \frac{2\beta - 2}{2(1)} = \beta - 1$$

$$X = \frac{2\beta + 2}{2} = \beta + 1$$

د. ب. ك. ي. ، صفوة الاستاذ فلول للرياضيات

- اقسام قيمة العدد الحقيقي t :

قيمة عددية حقيقية للادلة f هي $\frac{1}{2}$ من

أجل $n = \frac{1}{4}$ و $(1-t)^2 = \frac{1}{4}$

$(1-t) = \frac{1}{2}$ أي $\sqrt{(1-t)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$

$t = \frac{1}{2}$ أي

③ بيان أن : $\vec{AG}_t = (1-t^2) \vec{ADE}$

في مرجع المحاور معطاة :

$(1-t) \vec{D}_t \vec{B} + 2t \vec{D}_t \vec{C} = \vec{0}$

لدينا ،

$\vec{AG}_t = (1-t)^2 \vec{AD} + 2t(1-t) \vec{AC}$

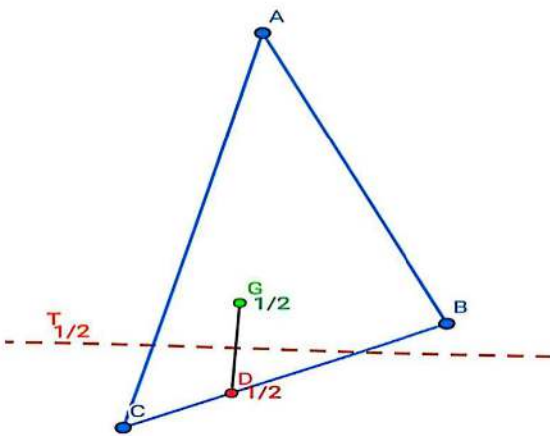
$= (1-t)^2 \vec{AD}_t + (1-t)^2 \vec{D}_t \vec{B} + 2t(1-t) \vec{AD}_t + 2t(1-t) \vec{D}_t \vec{C}$

$= [(1-t)^2 + 2t(1-t)] \vec{AD}_t + (1-t)^2 \vec{D}_t \vec{B} + 2t(1-t) \vec{D}_t \vec{C}$

$= (1-t^2) \vec{AD}_t + (1-t) [(1-t) \vec{D}_t \vec{B} + 2t \vec{D}_t \vec{C}]$

$= (1-t^2) \vec{AD}_t$

بناءً على النقطة $D_{1/2}$ و $G_{1/2}$:



④ قيمة t : $t^2 + (1-t)^2 + 2t(1-t) = \frac{4(1-t)}{3} (1-t+2t)$

نحل المعادلة : $t = 0$ أو $t = \frac{1}{2}$ أو $t = 1$

② قيمة العدد الحقيقي t :

t تنتمي إلى المشتق $n = y$ معطاة

$2t(1-t) = (1-t)^2$

أي : $2t(1-t) - (1-t)^2 = 0$

$(1-t)(2t - (1-t)) = 0$

ومنه : $t = \frac{1}{2}$ أو $t = 1$

① مجموعة النقطة :

صفحة الأستاذ فلول

للرياضيات

① $n = (1-t)^2$

$y = 2t(1-t) - t$

مع العلاقة ① لدينا ،

$\sqrt{n} = |(1-t)|$ أي $n = (1-t)^2$

أي $t = 1 - \sqrt{n}$...

نلاحظ t هي y أو العلاقة ② :

$y = 2(1-\sqrt{n})(1+\sqrt{n})$

$y = 2(\sqrt{n} - n)$

وبالتالي مجموعة النقطة هي مدعومة

معادلة : $y = 2(\sqrt{n} - n)$

⑤ دراسة نضيات الادلة f

$f'(n) = 2(\frac{1}{2\sqrt{n}} - 1) = \frac{1}{\sqrt{n}} - 2$ مع $n \neq 0$

ندرس إشارة المشتقة :

$f'(n) = 0$ مع $\frac{1}{\sqrt{n}} - 2 = 0$ مع $n \neq 0$

أي : $\frac{1}{\sqrt{n}} = 2$ أي $\sqrt{n} = \frac{1}{2}$ أي $n = \frac{1}{4}$

جدول النضيات :

n	0	$\frac{1}{4}$	1
$f(n)$			

$f(n)$ $\rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow 0$