

التمرين الأول

- نعتبر كثير الحدود P حيث : $P(x) = x^3 - 8x^2 + 21x - 18$
- بين أن العدد 2 جذر لـ $P(x)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$.
 - ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة : $(x-1)P(x) \leq 0$.
 - نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x : $x^2 - (\sqrt{3}-1)x - 2\sqrt{3} = 0 \dots\dots\dots (E)$
- بدون حساب x' و x'' حلي المعادلة (E) بين أن : $x'^2 + x'.x'' + x''^2 = 4$.

التمرين الثاني

- يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام : 0 ، 1 ، 2 و كرتين سوداوين تحملان الرقمين : 1 ، 2 جميع الكريات لا يمكن التمييز بينها في اللمس ، نسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الكيس.
- شكل جدول الإمكانيات الموافق لهذه التجربة ثم حدد عدد عناصر المجموعة الشاملة Ω .
 - احسب احتمال الحوادث الآتية :
 - "الحصول على كرتين تحملان نفس اللون".
 - "الحصول على كرتية بيضاء على كرتية سوداء على الأقل".
 - "الحصول على كرتين مجموع رقميهما زوجي".
 - احسب $P(A \cap C)$ ثم استنتج أن : $P(A \cup C) = \frac{7}{10}$.
- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.
- عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله.
 - احسب الأمل الرياضي $E(X)$ ثم بين أن الانحراف المعياري : $\sigma(x) = \frac{3}{5}$.

التمرين الثالث

- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2+x+2}$
- وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x^2+x+2)^2}$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f .
 - شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - احسب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(h) - 3}{2h}$.
 - اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.
 - احسب $f(-2)$ ، $f(1)$ ثم ارسم (T) و (C_f) على المجال $[-3, 4]$.
- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = \frac{x^2-2x+4}{x^2-x+2}$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني.
- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) = f(x-1)$.
 - استنتج كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g) على المجال $[-2, 5]$.



إجابة مختصرة

التمرين الأول

① $P(x) = (x-2)^3 - 8(x-2)^2 + 21(x-2) - 18 = 0$ ومنه العدد 2 جذر لـ $P(x)$.

◀ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$: نستعمل طريقة هورنر :
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -8 & 21 & -18 & \\ & 2 & -12 & 18 & \\ \hline 1 & -6 & 9 & 0 & \end{array}$$
 نجد : $P(x) = (x-2)(x^2 - 6x + 9)$

② لدينا : $P(x) = 0$ يكافئ $x-1=0$ أي $x=1$ أو $x^2 - 6x + 9 = 0$ أي $x=3$ إذن مجموعة حلول المعادلة : $S = \{2, 3\}$ إشارة $(x-1)P(x)$:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$x-1$	-	0	+	+	+
$x-2$	-	-	0	+	+
x^2-6x+9	+	+	+	0	+
$(x-1)P(x)$	+	0	-	0	+

• إذن مجموعة حلول المتراجحة : $S = [1, 2]$

③ لدينا : $a = 1$ ، $b = -(\sqrt{3} - 1)$ و $c = -2\sqrt{3}$ ، نعلم أن : $S = x' + x'' = -\frac{b}{a}$ و $P = x'.x'' = \frac{c}{a}$

$$x'^2 + x'.x'' + x''^2 = (x' + x'')^2 - (x'.x'') = (\sqrt{3} - 1)^2 + 2\sqrt{3} = 4$$

التمرين الثاني

① عدد عناصر المجموعة الشاملة هو : 20 (I)

	B_0	B_1	B_2	N_1	N_2
B_0		B_0B_1	B_0B_2	B_0N_1	B_0N_2
B_1	B_1B_0		B_1B_2	B_1N_1	B_1N_2
B_2	B_2B_0	B_2B_1		B_2N_1	B_2N_2
N_1	N_1B_0	N_1B_1	N_1B_2		N_1N_2
N_2	N_2B_0	N_2B_1	N_2B_2	N_2N_1	

② $P(C) = \frac{8}{20}$ ، $P(B) = \frac{18}{20}$ ، $P(A) = \frac{8}{20}$

③ $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = \frac{8+8-2}{20} = \frac{7}{10}$ ، $P(A \cap C) = \frac{2}{20}$

① (II) قيم المتغير العشوائي : $X = \{0, 1, 2\}$

◀ قانون الاحتمال :

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{2}{20}$

② الأمل الرياضي : $E(X) = \sum_{i=1}^3 x_i p_i = 0 \times \frac{6}{20} + 1 \times \frac{12}{20} + 2 \times \frac{2}{20} = \frac{4}{5}$

◀ التباين : $V(X) = \sum_{i=1}^3 x_i^2 p_i - E(X)^2 = 0^2 \times \frac{6}{20} + 1^2 \times \frac{12}{20} + 2^2 \times \frac{2}{20} - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

◀ الانحراف المعياري : $\sigma(x) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$



$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + x + 2) - (2x + 1)(x^2 + 3)}{(x^2 + x + 2)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x^2 + x + 2)^2} \quad \text{① I} \quad \text{حساب المشتقة :}$$

◀ اتجاه تغير الدالة f : $f'(x) = 0$: يكافئ : $x^2 - 2x - 3 = 0$ أي $x = -1$ أو $x = 3$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$x^2 - 2x - 3$	$+$	0	$-$	0	$+$
$x^2 + x + 2$	$+$		$+$		$+$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

• الدالة f متزايدة تماما على المجالين : $[-\infty, -1]$ و $[3, +\infty[$ و متناقصة تماما على المجال : $[-1, 3]$.

② جدول تغيرات الدالة f :

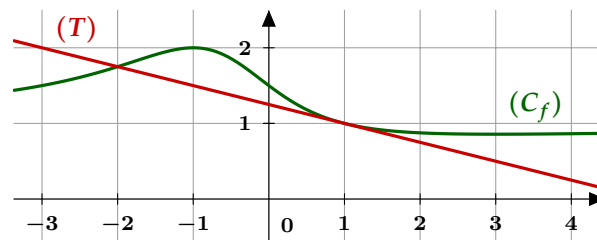
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		$\frac{6}{7}$	$+\infty$
	$-\infty$					

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(h) - 3}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \left[f(h) - \frac{3}{2} \right]}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - \frac{3}{2}}{h} = f'(0) = -\frac{3}{4} \quad \text{③}$$

$$\text{④ معادلة المماس (T) : } y = f'(1)(x - 1) + f(1) = -\frac{1}{4}(x - 1) + 1 \quad \text{ومنه : } y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$

$$\text{⑤ } f(1) = 1, f(-2) = \frac{7}{4}$$

♣ الرسم :



$$f(x-1) = \frac{(x-1)^2 + 3}{(x-1)^2 + (x-1) + 2} = \frac{x^2 - 2x + 1 + 3}{x^2 - 2x + 1 + x - 1 + 2} = \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - x + 2} = g(x) \quad \text{① II}$$

② يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه : $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

