

تمارين الدوال الأسية في البكالوريا

شعبة العلوم التجريبية

Tel:0663441359

من 2008 الى 2020

جمعها الأستاذ : علي بك

بكالوريا 2008

I - نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي :

$$f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$$

حيث a و b عدنان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.
عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1, 1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II - نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

(أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و فسر هذه النتيجة بيانياً. (نذكر أن $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)

(ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

(ج) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثيها.

(د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

(هـ) ارسم (C_g) .

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي:

$$k(x) = g(x^2)$$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

بكالوريا 2009 (لا توجد دالة أسية)

بكالوريا 2010

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أـ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

بـ احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أـ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y = x + 1$ و $y = x$.

بـ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

4) أثبت أن النقطة $\omega(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5) أـ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1.4 < \beta < -1.3$.

الأستاذ : علي بك

الصفحة 1

- ب- هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟
 ج- أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .
 د - ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x} = m$

بكالوريا 2011

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^x - ex - 1$.
 $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 ب- احسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها .
 ج- شكل جدول تغيرات الدالة f .
 2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.
 ب- أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
 ج- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ ، تقبل في المجال $[1,75; 1,76]$ حلا وحيدا α .
 د- أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty; 2]$.

بكالوريا 2012

- I) لكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - xe^x$.
 1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
 2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .
 3) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $[-1; +\infty[$.
 ب- تحقق أن $0,5 < \alpha < 0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
 II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي : $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$.
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 2) لكن f' مشتقة الدالة f . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن : $f'(x) = -g(x)$.
 استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 3) بين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}) .
 4) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.
 ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
 5) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1,6 < x_1 < -1,5$ و $1,5 < x_2 < 1,6$.
 ب- أنشئ (Δ) و (C_f) .

x	f(x)
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

$$I \quad f \text{ الدالة المعرفة على }]-\infty; 1[\text{ بـ: } f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C) .

(2) احسب $f'(x)$. بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $]-\infty; 1[$ حلا وحيدا α . باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصارا للعدد α .

(4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C) ، ثم ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

(5) عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)| = m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II g الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ: $g(x) = f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

(1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty; 1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) أ) تحقّق من أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بين أن: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$.

ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج) تحقّق من أن: $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T) .

بكالوريا 2014 (لا توجد دالة أسية)

بكالوريا 2015

I g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقّق أن: $0,36 < \alpha < 0,37$.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.

ب) استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha[$ و متزايدة تماما على $[-\alpha; +\infty[$.

(2) احسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

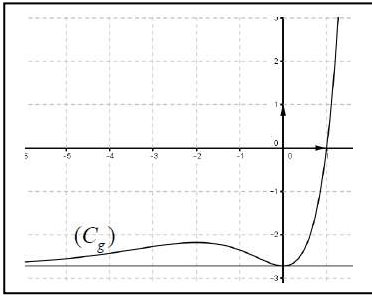
(3) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$.

(5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty; \frac{1}{2}]$ ، نأخذ $f(-\alpha) \approx 0,1$.

- I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$.
- 1- أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)
 ب) بين أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$.
 ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- 2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,38 < \alpha < -1,37$.
- 3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .
- II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$.
- ولیکن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 ب) بين أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f).
 ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- 2- أ) بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
 ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.
 ج) أنشئ المنحنى (C_f) (تعطى $f(\alpha) = 0.29$)

- I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$
- ولیکن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ وأعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة، ثم احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- 2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$.
 ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- 3) اكتب معادلة $\perp$ المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
- II) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = 1 - x e^{1-x}$.
- 1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $h(x) \geq 0$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) .
- 2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-0,7 < \alpha < -0,6$.
- 3) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$.



I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^2 e^x - e$
 (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (كما هو في الشكل المقابل).
 - احسب $g(1)$.

- بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب النهايات الآتية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّ المنحنى (γ) الذي معادلته: $y = e^{-x} - 2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ) .

3) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا: $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$.

4) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1; 0[$ و $]0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty; -1]$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

5) بين كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة: $x \mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.

بكالوريا 2018

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ج) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.37 < \alpha < -0.38$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x+1))$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم $(\Delta): y = 2x+1$ حيث:

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 0.8$).

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x = (1-m)e^x$

الأستاذ : علي بك

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. تؤخذ وحدة الطول 2cm

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2 \quad \text{و} \quad g(x) = e^x - ex$$

(1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f .

(3) احسب كلاً من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ؛ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) على $\mathbb{R}$.

(5) ارسم على المجال $[0; 2]$ المنحنيين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (يُعطى $e^2 - 2e \approx 2$)

(6) احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) .

(7) الدالة المعرفة على المجال $[-2; 2]$ كما يلي: $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - e^{|x|}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أنّ h دالة زوجية.

ب) من أجل $x \in [0; 2]$ احسب $h(x) + f(x)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) انطلاقاً من (C_f) ثم ارسمه.

(I) المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممّثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2x^2 + 2x - 2xe^x$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = x$ و (γ) المنحنى الممّثل للدالة: $x \mapsto e^x$.

بقراءة بيانية:

(1) بّرر أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x - x > 0$

(2) حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ علماً أنّ $g(0) = 0$.

(II) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -1 + \frac{2e^x}{e^x - x}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم السابق.

(1) بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ واحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسّر نتيجتي النهايتين هندسياً.

(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x) = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) أ) اكتب معادلة (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x) - (2x + 1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$

ج) استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثّل النقطة A بالنسبة إلى (C_f) ؟

(4) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]-\infty; 1]$ ، ثم تحقق أنّ: $-0.6 < \alpha < -0.5$.

(5) أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f) .