



التمارين

الحالة الابتدائية : كيس غير شفاف به 7 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء و 4 حمراء .
الجزء الأول :

- نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس .
1. عين Ω مجموعة الامكانيات .
 2. احسب احتمال الحادثة A "سحب كرة حمراء " .
 3. نقترح اللعبة التالية : ويسحب لاعب كرة ، إذا سحب كرة سوداء يتحصل على $50(DA)$ و إذا سحب كرة حمراء يخسر $30(DA)$ و نعتبر X متغير عشوائي يمثل مقدار الربح أو الخسارة .
- أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X
- ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، هل اللعبة في صالح اللاعب ؟

الجزء الثاني :

- نفرض أن الكرات غير متماثلة ، وعند السحب يكون احتمال الحصول على كرة حمراء هو ضعف احتمال الحصول على كرة سوداء .
1. أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء .
 2. نقترح نفس اللعبة السابقة .
- أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X'
- ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X')$ للمتغير العشوائي X' .
3. ما هي الطريقة الأحسن بالنسبة لهذا اللاعب ، طريقة الجزء الأول أو طريقة الجزء الثاني ؟

الجزء الثالث :

الكيس في حالته الابتدائية .

- نسحب عشوائيا كرتين **في آن واحد** من الكيس .
1. أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة ثم حدد عدد الامكانيات .
 - ب. احسب احتمال الحادثة A "سحب كرتين مختلفتين في اللون" .
 - ج. احسب احتمال الحادثة B : "سحب كرتين من نفس اللون" .
 - د. احسب احتمال الحادثة C : "الحصول على كرة سوداء على الأقل" .
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المتحصل عليها .
- أ. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي .
- ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X
- ج. أحسب التباين $Var(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X

حل التمرين

الحالة الابتدائية : كيس غير شفاف به 7 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء و 4 حمراء .
الجزء الأول :

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس .

1. عين Ω مجموعة الامكانيات : $\Omega = \{N; R\}$

ملاحظة : عدد عناصر المجموعة هو 2 ، لكن الحسابات تتم بعدد الحالات الممكنة أي 7 و ليس بعدد الإمكانيات .

2. احسب احتمال الحادثة A "سحب كرة حمراء" : $P(A) = \frac{4}{7}$

أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X :

قيم X	50	-30
$P(X)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{7}$

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ،

$$E(X) = (50 \times \frac{4}{7}) - (30 \times \frac{3}{7}) = \frac{110}{7}$$

هل اللعبة في صالح اللاعب ؟ $E(X) > 0$ إذن اللعبة في صالح اللاعب .

الجزء الثاني :

نفرض أن الكرات غير متماثلة ، وعند السحب يكون احتمال الحصول على كرة حمراء هو ضعف احتمال الحصول على كرة سوداء .

1. أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء .

$P(A)$ احتمال الحصول على كرة حمراء و $P(B)$ احتمال الحصول على كرة سوداء .

$$P(A) + P(B) = 1 \text{ و نعلم أن: } P(A) = 2P(B) \text{ إذن } 3P(B) = 1 \text{ و منه: } P(B) = \frac{1}{3} \text{ و } P(A) = \frac{2}{3}$$

أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X'

قيم X'	50	-30
$P(X')$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X')$ للمتغير العشوائي X' .

$$E(X') = (50 \times \frac{2}{3}) - (30 \times \frac{1}{3}) = \frac{70}{3}$$

3. ما هي الطريقة الأحسن بالنسبة لهذا اللاعب ، طريقة الجزء الأول أو طريقة الجزء الثاني ؟

طريقة الجزء الثاني احسن لأن : $E(X') > E(X)$

الجزء الثالث :

الكيس في حالته الابتدائية .

نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الكيس .

1. أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة ثم حدد عدد الامكانيات .

	N	N	N	R	R	R	R
N		NN	NN	NR	NR	NR	NR
N			NN	NR	NR	NR	NR
N				NR	NR	NR	NR
R					RR	RR	RR
R						RR	RR
R							RR
R							

ب. احسب احتمال الحادثة A "سحب كرتين مختلفتين في اللون" : NR

$$P(A) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

ج. احسب احتمال الحادثة B : "سحب كرتين من نفس اللون" : NN أو RR

$$P(B) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7} \quad \text{أو} \quad P(B) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

د. احسب احتمال الحادثة C : "الحصول على كرة سوداء على الأقل" : NR أو NN

$$P(B) = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المتحصل عليها .

أعرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي .

لتعيين قيم نستعين بالمخطط السابق و نسجل عدد الكرات الحمراء في خانة كل امكانية .

	N	N	N	R	R	R	R
N		0	0	1	1	1	1
N			0	1	1	1	1
N				1	1	1	1
R					2	2	2
R						2	2
R							2
R							

$$\begin{cases} p(X = 0) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7} \\ p(X = 1) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7} \\ p(X = 2) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \end{cases}, X = \{0; 1; 2\}$$

قيم X	0	1	2
$P(X = X_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

ب. احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X

$$E(X) = (0 \times \frac{1}{7}) + (1 \times \frac{4}{7}) + (2 \times \frac{2}{7}) = \frac{8}{7}$$

ج. احسب التباين $Var(X)$

$$Var(X) = \sum_{i=1}^3 (X_i - E(X))^2 \times P_i = \frac{1}{7} (1 - \frac{8}{7})^2 + \frac{3}{7} (2 - \frac{8}{7})^2 + \frac{2}{7} (3 - \frac{8}{7})^2 \approx 1.3$$

و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{1.3} \approx 1.14$$