

دروس الدعم والتفوق في مادة الرياضيات - إعداد: الأستاذ حليلات عمار

الجزائر غرب

دفاتر التكوين في الرياضيات والاستعداد الجيد للتفوق في شهادة البكالوريا

السنة الثالثة ثانوي شعبة الرياضيات و تقني رياضي و العلوم التجريبية

Bac 2022

الدقة 03

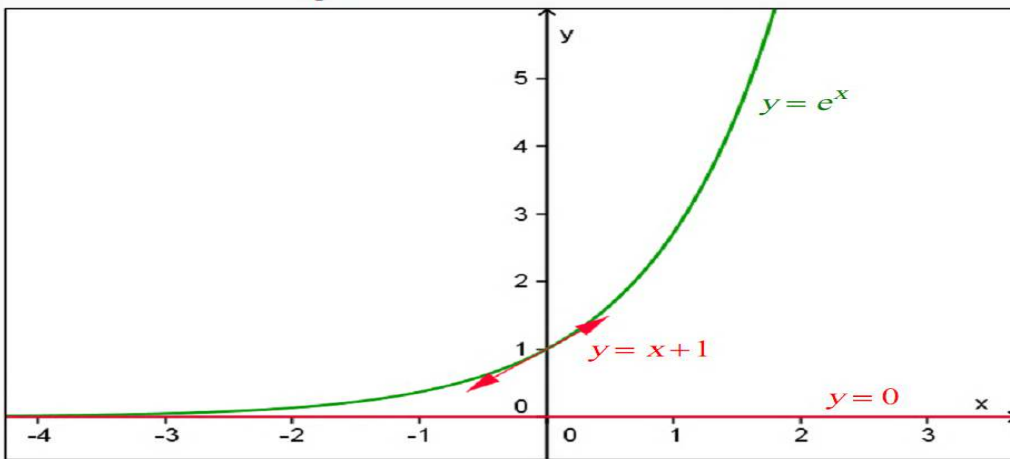
المحور : الدوال العددية لمتغير حقيقي
الدالة الأسية النيبيرية $\exp$

$$x \rightarrow e^x$$

1/ ملخص شامل للدرس

2/ تمارين للتمكن من أساسيات الدرس

3/ نحو البكالوريا : امتحانات وبكالوريات وطنية وأجنبية



التحضير لـ علم وهندسة

إعداد: الأستاذ حليلات عمار
مكون ثانوي في مادة الرياضيات

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على سيدنا محمد خاتم الأنبياء والمرسلين

المقدمة

بداية نتوجه إلى خالقنا بالحمد والثناء الذي وفقنا إلى تحقيق هذا العمل بكل ما وهبنا من قوة العقل والإرادة.

وبتوفيق من الله وحده ، يسرني أن أضع هذا العمل المتواضع بين أيدي تلاميذنا الأعزاء و زملائنا الأساتذة الكرام ، راجيا أن يجدوا فيه ما يعينهم للاختيار تمارين ونماذج امتحانات وملخصات شاملة للدروس وقسمتها إلى دفاتر، كل دفتر مكون من :

ملخص شامل ومتجدد للدرس

تمارين هادفة للتمكن من الدرس

نحو البكالوريا : نماذج امتحانات
وبكالوريات وطنية وأجنبية

الدفتر

ووصيتي :-إعادة الدرس والتمكن من المعارف والكفاءات

- المحاولة ثم المحاولة ثم المحاولة في التمارين ومراجعة الأستاذ في التصحيح

-الجزء نحو البكالوريا هام جدا اجتهد في حل جميع النماذج فهي تجعلك تكتسب كفاءة عالية ومميزة

لمعالجة امتحان البكالوريا

-الملخص اجتهدت أن يكون شامل ومرجعي للطلاب

-صممت التمارين والتدريبات وفقا للمناهج الجديدة لوزارة التربية الوطنية

و اختيرت التمارين من الكتاب المدرسي ونماذج بكالوريات وطنية وأجنبية .

ونسعى إلى الوصول بالتلميذ إلى تحقيق الأهداف التالية:

1-اكتساب معارف صحيحة والتدريب على الاستدلال المنطقي والتحرير الرياضي للوصول إلى النتائج المستهدفة

2-اختبار مكتسباته من خلال تمارين هادفة

3-اكتساب كفاءة عالية ومميزة لمعالجة امتحان البكالوريا

رغم كل ما بذل من جهد — لا يخلو هذا العمل من بعض النقائص و الهفوات ، نسعد جدا بكل ملاحظة ونأخذها بعين الاعتبار في الطبعة القادمة.

أهدي هذا العمل المتواضع إلى روح والدي الطاهرة وإلى روح والدي الطاهرة تغدهما الله برحمته الواسعة و اسكنهما فسيح جناته ولأفراد أسرتي وكل إخواني ولأسرة التربية الوطنية بالجزائر الحبيبة التي أعطتنا الكثير ونأمل أن نسدي لها ولو قليلا مما تستحقه جزائرننا العظيمة

دروس الدعم للتمكن والتفوق في مادة الرياضيات - الجزائر - غرب - 0662209337

دفاتر التكوين في الرياضيات والاستعداد الجيد للتفوق في شهادة البكالوريا

اعداد الأستاذ
حليلات عمار

السنة الدراسية: 2021-2022

المستوى : ثالثة ثانوي

الشعبة : علوم تجريبية + رياضيات + تقني رياضي

1- ملخص هام وشامل لدرس الدالة الأسية النيبيرية

1. مسألة : تتم نمذجة العديد من الظواهر الفيزيائية (مثلا ظاهرة النشاط الإشعاعي) و البيولوجية والاقتصادية و غيرها باستخدام دالة f متناسبة مع دالتها المشتقة f' . سوف نهتم هنا بدالة من هذا النوع و هي دالة تساوي دالتها المشتقة. هل توجد دالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و تحقق الشرطين التاليين :

$$f' = f \quad \text{و} \quad f(0) = 1$$

(أ) دراسة بعض الخواص الجبرية لها :

$$(1) \text{ ليكن } y \text{ عدد حقيقي كفي ثابت. نعتبر الدالة } i \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } i(x) = \frac{f(x+y)}{f(x)}$$

- بين أن i دالة ثابتة على $\mathbb{R}$ و أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $i(x) = f(y)$.
- استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و من أجل كل y من $\mathbb{R}$ ، $f(x+y) = f(x)f(y)$.

(2) استنتج من الخاصية السابقة :

$$- \text{ من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} ، f(x)f(-x) = 1$$

$$- \text{ من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ و من أجل كل } y \text{ من } \mathbb{R} ، f(x-y) = \frac{f(x)}{f(y)}$$

$$- \text{ من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} ، f(x) > 0$$

$$- \text{ من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} ، \text{ و من أجل كل } n \text{ من } \mathbb{Q} ، f(nx) = [f(x)]^n$$

$$\text{بوضع } f(1) = e \text{ استنتج أنه من أجل كل } n \text{ من } \mathbb{Q} ، f(n) = e^n$$

(ب) الإقتراب من الدستور الصريح بدلالة المتغير: من أجل h قريب من 0 وباستعمال التقريب التآلفي نجد :

$$f(h) \approx 1 + h \text{ ثم نتوصل بشكل عام ومن أجل كل عدد طبيعي } n \text{ نجد } f(nh) \approx (1 + h)^n \text{ و بوضع}$$

$$x = nh \text{ أي } h = \frac{x}{n} \text{ (كلما كان } n \text{ كبير يكون } h \text{ قريب من 0) عندئذ نجد}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x \text{ ويبرهن أن } f(x) \approx \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \text{ من أجل } n \text{ كبير يكون}$$

اعداد الأستاذ
حليلات عمار

الصفحة 55/1

2. مبرهنة وتعريف

توجد دالة وحيدة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث $f' = f$ و $f(0) = 1$.
نرمز إلى هذه الدالة بالرمز "exp" و نسميها الدالة الآسية (النيبيرية).
و لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = e^x$ حيث : $e \simeq 2,718281.....$

3. الخواص الجبرية (قواعد الحساب) انطلاقا من الخاصية الأساسية ينتج :

من أجل كل عددين حقيقيين x و y ومن أجل كل عدد ناطق n	
$\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ خ4	$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$ خ1 (الخاصية الأساسية)
$(e^x)^n = e^{nx}$ خ5	$e^1 = e$ ، $e^0 = 1$ خ2
$e^x > 0$ خ6	$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ خ3

خ7 كل عدد حقيقي x : $(e^x)' = e^x$ و $e^x > 0$ ومنه نستنتج أن : الدالة الآسية النيبيرية متزايدة تماما و بالتالي تحافظ على الترتيب ومنه : - من أجل كل عددين حقيقيين a و b

$$\left. \begin{array}{l} a > b \text{ يكافئ } e^a > e^b \\ a < b \text{ يكافئ } e^a < e^b \\ a = b \text{ يكافئ } e^a = e^b \end{array} \right\}$$

4. دراسة التغيرات و التمثيل البياني للدالة : $x \rightarrow e^x$

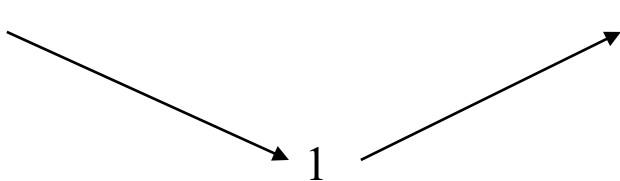
- مجموعة التعريف : $D =]-\infty; +\infty[$

- النهايات : - نبرهن أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = e^x - x$ و من أجل كل عدد حقيقي x ،
 $h'(x) = e^x - 1$ ، ندرس إشارة $e^x - 1$ نجد :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
إشارة : $e^x - 1$	-	0	+

ومنه نستنتج جدول تغيرات الدالة h كما يلي :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$			

ومن الجدول نستنتج أن لكل عدد حقيقي x يكون $h(x) \geq 1$: $e^x - x \geq 1$ منه ينتج أن $e^x \geq x+1$ ولدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) = +\infty$ و حسب مبرهنة المقارنة نستنتج ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

نتيجة : $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

- نبرهن أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ، بوضع : $t = -x$ ومنه $x = -t$

لما $x \rightarrow -\infty$ فإن $t \rightarrow +\infty$ و بالتالي : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^t} = 0$

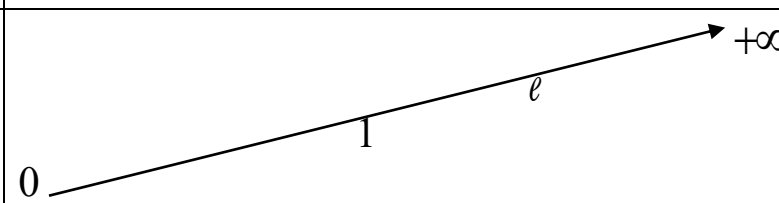
لأن : $(e^t \rightarrow +\infty)$

نتيجة : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

ومنه المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل محور الفواصل مقارب بجوار $-\infty$

- اتجاه التغير و جدول التغيرات : لكل عدد حقيقي x : $(e^x)' = e^x$ و $e^x > 0$

ومنه نستنتج: أن الدالة الأسية النيبيرية متزايدة تماما

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$\exp'(x)$	$+$			
e^x				

❖ **نحسب النهاية :** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = ?$

لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2$ و من أجل كل عدد حقيقي x ،

$h'(x) = e^x - x$ ، $h''(x) = e^x - 1$ ، ومنه :

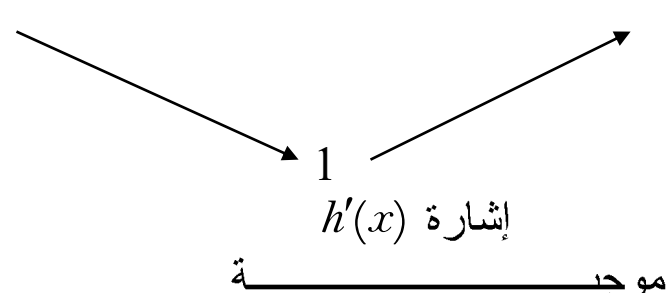
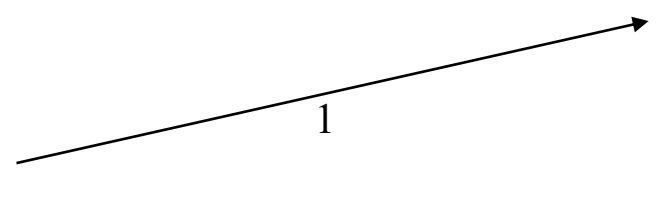
ومنه لكل $x > 0$ يكون $h(x) > 1$
ومنه ينتج $1 < e^x - \frac{1}{2}x^2$ و بالتالي

$$\frac{e^x}{x} > \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$$

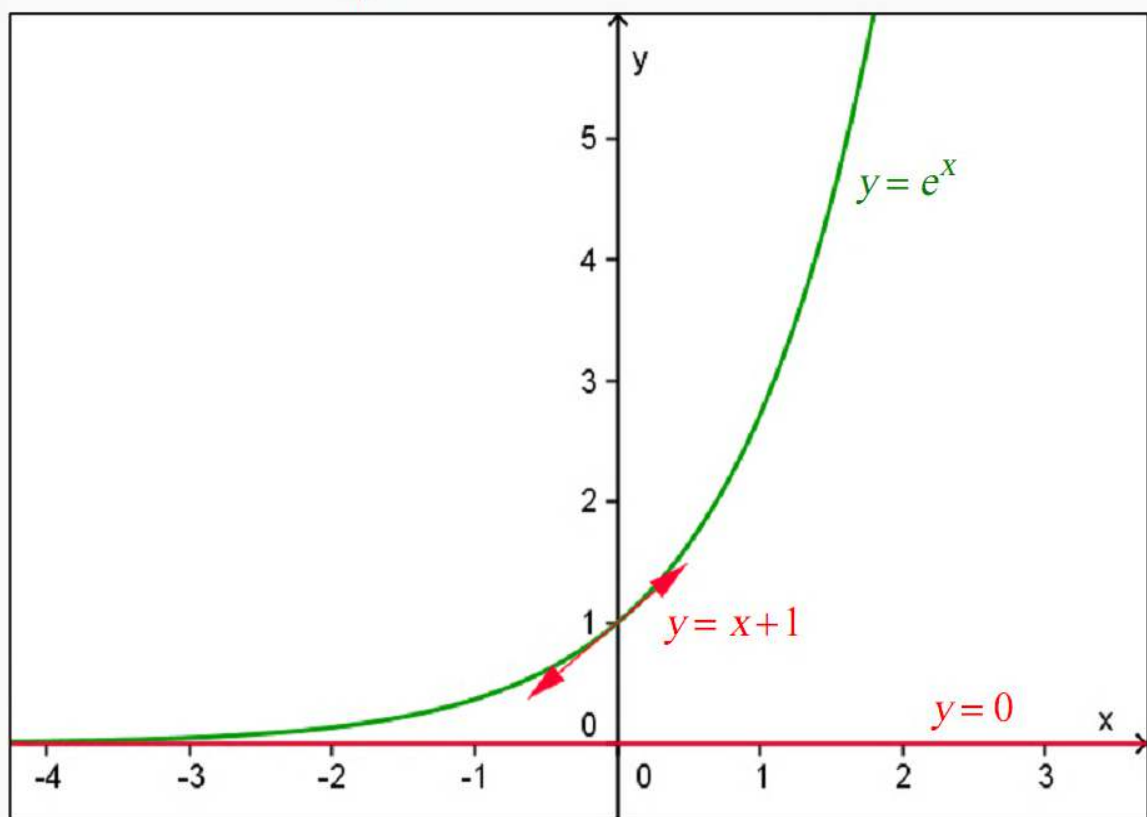
ولدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x} \right) = +\infty$

وحسب مبرهنة المقارنة نجد :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h''(x)$	$-$	0	$+$
$h'(x)$			
$h(x)$			

نتيجة : ومنه المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل فرعاً مكافئاً باتجاه محور الترتيب بجوار $+\infty$



ملاحظة : ركز مع التمثيل البياني و بقراءة بيانية أعد بعض النتائج السابقة : الإشارة ، النهايات ، اتجاه التغير

5.تمتات للدرس :

1-5: نهايات شهيرة (مرجعية)

❖ من الفقرة السابقة برهنا على النهايات التالية و التي تؤخذ وتستعمل مباشرة في التعامل مع رفع حالات عدم التعيين في التمارين و يستحسن معرفة البراهين لها و فهمها جيد :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

و

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

يبرهن التعميم لكل عدد طبيعي n

يمكن وضع : $x = nt$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

❖ كذلك نبرهن على النهايتين و التي تؤخذ و تستعمل مباشرة

برهان : بوضع $x = -z$ لما $x \rightarrow -\infty$ فإن $z \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = \lim_{z \rightarrow +\infty} -z e^{-z} = \lim_{z \rightarrow +\infty} -\frac{z}{e^z} = -\lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left(\frac{e^z}{z}\right)} = 0$$

يبرهن التعميم لكل عدد طبيعي n

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$$

يمكن وضع : $x = nt$

من تعريف العدد المشتق لدينا:

$$\text{إذن } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(0+x) - \exp(0)}{x} = \exp'(0) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

نتيجة: الدالة $x \mapsto 1+x$ هي أحسن تقريب تآلفي للدالة $x \mapsto e^x$ بجوار 0. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

2-5: دراسة الدالة المركبة : $\exp \circ u$

$$\exp \circ u : \quad x \mapsto u(x) \mapsto e^{u(x)}$$

$\exp \circ u$

مجموعة التعريف: من أجل كل عدد حقيقي x من D_u تكون الدالة $\exp \circ u$ معرفة و عليه $D_{\exp \circ u} = D_u$

- النهايات : انطلاقا من نهايات الدالة الأسية و استمراريتها ينتج :

$$x \rightarrow x_0 (\infty) \rightarrow \begin{cases} u(x) \rightarrow +\infty , & e^{u(x)} \rightarrow +\infty \\ u(x) \rightarrow -\infty , & e^{u(x)} \rightarrow 0 \\ u(x) \rightarrow l , & e^{u(x)} \rightarrow e^l \end{cases}$$

- الاشتقاق : إذا كان الدالة u تقبل الاشتقاق على المجال I فإن الدالة المركبة $\exp \circ u$

تقبل

$$(e^{u(x)})' = u'(x) \cdot e^{u(x)}$$

الاشتقاق على المجال I ولدينا : لكل عدد حقيقي x من

خاصية: إذا كانت u دالة معرفة على مجال I فإن للدالتين u و $\exp \circ u$ نفس اتجاه التغيرات على المجال I .

3-5: المعادلة $e^x = a$

لدينا من أجل كل عدد حقيقي

❖ إذا كان $a \leq 0$ المعادلة $e^x = a$ لا تقبل حلا في $\mathbb{R}$

❖ إذا كان $a > 0$ المعادلة $e^x = a$ تقبل حل وحيد في $\mathbb{R}$ (بتوظيف مبرهنة القيم المتوسطة) .
نسمي هذا الحل بـ اللوغاريتم النيبيري للعدد a و نرمز له بـ $\ln a$ ومنه :

$$e^{\ln a} = a$$

ينتج :

$$\left(\begin{matrix} e^x = a \\ a > 0 \end{matrix} \right) \Leftrightarrow (x = \ln a)$$

نستنتج ما يلي : 1- دالة اللوغاريتم النيبيري $\ln$ الدالة العكسية للدالة الأسية $\exp$

لدينا : $e^0 = 1$ ومنه $\ln 1 = 0$ ، $e^1 = e$ ، ومنه $\ln e = 1$

2- لكل $x \in \mathbb{R}$ $\ln e^x = x$ و لكل $x > 0$ $e^{\ln x} = x$

ملاحظة : إشارة العبارة $ae^{\alpha x} + b$

- إذا كان a و b من نفس الإشارة فإن العبارة $ae^{\alpha x} + b$ لها نفس إشارة a و b
- إذا كان a و b مختلفين في الإشارة فإن المعادلة $ae^{\alpha x} + b = 0$ تقبل حل وحيد x_0 يمكن تعيينه وتكون إشارة العبارة كما يلي :

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$ae^{\alpha x} + b$: إشارة	عكس إشارة αa	0	نفس إشارة αa

4-5: المعادلة التفاضلية : $y' = ay + b$

فكرة عن المعادلات التفاضلية : معادلة تفاضلية هي معادلة:

1. المجهول فيها دالة غالبا ما نرمز إليها بالرمز y ، z أو حرف آخر.
 2. تظهر فيها بعض مشتقات y (المشتقة الأولى y' أو مشتقات من رتبة أكبر y'' ...).
 3. نسمي حلا لمعادلة تفاضلية (E) في مجال I كل دالة ϕ تحقق (E) في I .
- حل المعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ هو تعيين كل الدوال f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و التي تحقق من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = af(x) + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان مع $a \neq 0$.

ملاحظة: العديد من المسائل في العلوم التجريبية، الاقتصاد، الكهرباء و الميكانيك تؤدي إلى دراسة هذا النوع من

المعادلات التفاضلية و التي غالبا ما نكتبها على الشكل: $\frac{dy}{dx} = ay + b$

مبرهنة(1): a عدد حقيقي غير معدوم. الحلول على $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية $y' = ay$ هي الدوال $x \mapsto Ce^{ax}$ حيث C عدد حقيقي، ثابت كيف،

برهان : نعتبر المعادلة التفاضلية: $(E) \quad y' = ay$ حيث $a \neq 0$

الوجود : نثبت أن الدوال f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = Ce^{ax}$ حيث C ثابت حقيقي حل للمعادلة (E)

الوحدانية : نعتبر f حل للمعادلة (E) و لنثبت أن الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x) = \frac{f(x)}{e^{ax}}$ ثابتة ، مستقلة عن المتغير x .

مبرهنة(2): a و b عدنان حقيقيان مع a غير معدوم. الحلول على $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية

$y' = ay + b$ هي الدوال $x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ حيث C عدد حقيقي ثابت كيفي.

برهان: نعتبر المعادلة التفاضلية: $(E) \quad y' = ay + b$ حيث $a \neq 0$

بوضع $y' = ay + b = a\left(y + \frac{b}{a}\right)$ $z = y + \frac{b}{a}$ تصبح المعادلة (E) مكافئة لـ: $z' = az$ ومنه

$z = Ce^{ax}$ عندئذ نستنتج أن: $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ $y = \underbrace{Ce^{ax}}_{\text{الحل العام للمعادلة}} + \underbrace{\frac{-b}{a}}_{\text{حل خاص للمعادلة (E)}}$

تفاضلية $y' = ay$ حل خاص للمعادلة (E)

خاصية :من أجل كل ثنائية أعداد حقيقية $(x_0; y_0)$ ، المعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ مع $a \neq 0$

تقبل حلا وحيدا f معرفة على $\mathbb{R}$ و تحقق الشرط: $f(x_0) = y_0$.

تطبيق (1): نعتبر المعادلة التفاضلية (1) $2y' + y = 1$

1. حل المعادلة (1)،

2. عين الحل f للمعادلة (1) بحيث $f(-1) = 2$.

3. أدرس تغيرات الدالة f ثم أرسم في معلم متعامد و متجانس تمثيلها البياني.

تطبيق (2): حل المعادلة التفاضلية المرفقة بالشرط الابتدائي : $\begin{cases} \frac{dN}{dt} = -\lambda N \\ N(0) = N_0 \end{cases}$

تطبيق (3): إذا كانت المعادلة التفاضلية للدارة RC هي : $\frac{du}{dt} + \frac{1}{RC}u - \frac{E}{RC} = 0$ أثبت أن حلها من الشكل التالي (بطريقتين) $u(t) = E(1 - e^{-t/RC})$

5-5: دوال تحول المجموع إلى جداء

مبرهنة (3): الدوال غير المعدومة f و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث:

$$f(x+y) = f(x)f(y), \quad x \text{ و } y \text{ حقيقيين}$$

هي الدوال $x \mapsto e^{kx}$ حيث k عدد حقيقي.

برهان : • لتكن f دالة غير معدومة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث: من أجل كل x, y من $\mathbb{R}$,

$$f(x+y) = f(x)f(y)$$

بأخذ $x=0$ و $y=0$ نحصل على $f(0) = [f(0)]^2$ أي $f(0)[1-f(0)] = 0$ أي $f(0) = 0$ أو $f(0) = 1$.

إذا كان $f(0) = 0$ فإن من أجل كل x من $\mathbb{R}$, $f(x) = f(x+0) = f(x)f(0) = f(x) \times 0 = 0$, مما يعني

أن f معدومة و هذا مرفوض و بالتالي $f(0) = 1$.

من أجل كل y ثابت، لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$, $f(x+y) = f(x)f(y)$. باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى x

نحصل على: من أجل كل x من $\mathbb{R}$, $f'(x+y) = f'(x)f(y)$. من أجل $x=0$ لدينا:

$$f'(y) = f'(0)f(y)$$

بوضع $k = f'(0)$ يكون لدينا من أجل كل y من $\mathbb{R}$, $f'(y) = kf(y)$. إذن $f' = kf$ و $f(0) = 1$

و منه حسب المبرهنة السابقة لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$, $f(x) = e^{kx}$.

• **عكسيا:** لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = e^{kx}$. باستعمال الخواص الجبرية للدالة الأسية نحصل

على: من أجل كل عددين حقيقيين x و y , $f(x+y) = e^{k(x+y)} = e^{kx+ky} = e^{kx} \times e^{ky} = f(x)f(y)$.

2- تمارين للتمرّن وللتمكن من الكفاءات الأساسية للدرس

التمرين 01

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: 1/ $e^x - 1 = 0$ ، 2/ $2e^x + 3 = 0$ ،
 3/ $e^{2x} + e^x - 6 = 0$ ، 4/ $e^{2x+1} - (e^x)^3 = 0$ ،
 5/ $e^x + 3e^{-x} - 4 = 0$ ، 6/ $e^{3x} + 3e^{2x} - e^x - 3 = 0$

التمرين 02

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية: 1/ $e^x - 1 > 0$ ، 2/ $e^{x^2} > (e^3)^4 e^{-x}$ ،
 3/ $(e^x + 3)(2 - e^x) \geq 0$ ، 4/ $2e^{2x} - 5e^x + 2 < 0$

التمرين 03

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$
 وليكن (C_f) منحنىها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 1 - بين أن الدالة f فردية.
 2 - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وفسّر بيانها النتائج المحصل عليه
 3 - ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها
 4 - بين أن للمنحنى (C_f) مماسا (T) معامل توجيّه $\frac{1}{2}$ ، اكتب معادلة (T) .
 5 - ارسم (T) و (C_f) .

6- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$: $h(x) = \frac{|e^x - 1|}{e^x + 1}$ (C_h) تمثيلها البياني

- اكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة. ثم باستخدام المنحنى (C_f) ، ارسم المنحنى (C_h)
 7- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(2x) = \frac{2f(x)}{1 + [f(x)]^2}$

التمرين 04

احسب النهايات التالية ، باختيار طريقة مناسبة :
 (الرجوع لنهاية مرجعية ، تبديل المتغير ، تعريف العدد المشتق)

1/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x^2 - 3x + 4)$ ، 2/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 3 - xe^{-x})$ ، 3/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{2e^x + 1}$
 4/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$ ، 5/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2e^{-x+1} - x - 1}{x - 1}$ ، 6/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)e^{-x}$
 7/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x^2 e^{1-x})$ ، 8/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$ ، 9/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 3)e^x - e^{2x}$ ، 10/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$
 11/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{1-x} - x^2 + 1)$ ، 12/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2 - 1)e^{3x-1}$ ، 13/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x} - x^2 + 3)$

3- تمارين للتدريب على دراسة الدوال الأسية

التمرين 05

$f(x) = \frac{2e^x}{e^x - 1}$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ:

ولیکن (C_f) منحنیها البياني في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ عین D أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f

2/ ادرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^*$ وفسر النهايات بيانيا

3/ بیّن أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) وارسم المنحنى (C_f)

4/ لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = \frac{2e^x}{|e^x - 1|}$ تمثيلها البياني (C_h)

أ- اكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة. ثم باستخدام المنحنى (C_f) ، ارسم المنحنى (C_h)

ب- ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد إشارة حلول المعادلة

$$(m-3)|e^x - 1| = 2e^x$$

التمرين 06

$f(x) = xe^{\frac{-x}{2}}$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

ولیکن (C_f) منحنیها البياني في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عين معادلة المماس T للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4- ارسم T و (C_f) .

5- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = -|x|e^{\frac{-|x|}{2}}$ تمثيلها البياني (C_h)

- ادرس شفعية الدالة h ثم باستخدام المنحنى (C_f) ، ارسم المنحنى (C_h)

التمرين 07

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $f(x) = e^x - \frac{1}{x+1}$ ،

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب النهايات للدالة f عند حدود مجموعة التعريف..

2. بين ان الدالة f متزايدة تماما ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - e^x)$. ماذا تستنتج ؟

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (γ) منحنى الدالة $x \mapsto e^x$

4- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0 يطلب تعيين احداثياتها .

5- أنشئ المماس (T) والمنحنى (γ) والمنحنى (C_f) .

التمرين 08

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^x$

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ- ادرس تغيرات الدالة f

ب- استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة يطلب تعيين احداثياتها .

2- بين ان المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y = 2x - 2$ مقارب مائل لـ (C_f) ، محدد الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3- بين انه يوجد حلا وحيدا α للمعادلة : $f(\alpha) = 0$ حيث α ينتمي الى المجال $]1; \ln 4[$.

4- ليكن (T) المستقيم ذي المعادلة : $y = 2x + \beta$ مع $\beta \in \mathbb{R}$.

أ- عين β حتى يكون (T) مماس للمنحنى (C_f) عند نقطة يطلب تعيين احداثياتها.

5- ارسم (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; \frac{3}{2}]$.

6- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من اجلها المعادلة : $f(x) = 2x + m$ تقبل

حلان مختلفان في الإشارة .

$g(x) = 1 + (1-x)e^x$: كما يلي : g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$

1- ادرس تغيرات الدالة g

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,27 < \alpha < 1,28$

3- استنتج إشارة $g(x)$

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2 + \frac{x}{e^x + 1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1- بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$

2- ادرس تغيرات الدالة f

3- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمزله بالرمز (Δ)

- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4- برهن أن : $f(\alpha) = \alpha + 1$ - أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

5- أحسب $f(-2)$ و $f(-3)$ بتقريب 10^{-2} و ماذا تستنتج ؟ - أنشئ (C_f)

6- ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

7- هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = f(-|x|)$ و (C_h) تمثيلها البياني

- بين أن الدالة h زوجية ثم ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

التمرين 09

التمرين 10

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) ادرس تغيرات الدالة f . (2) احسب $f(-x) + f(x)$ وماذا تستنتج ؟

(3) عين معادلة المماس T للمنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(4) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x)$

(أ) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{4(1+e^x)^2}$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة g . (ج) استنتج إشارة g على $\mathbb{R}$.

(د) استنتج الوضعية النسبية للمنحني (C) و المستقيم T

(5) ارسم T و (C).

(6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = f(x^2)$ (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

- ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها ثم ارسم المنحني C_h

التمرين 11

(I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = x + 1 + e^x$

1. ادرس تغيرات الدالة g .

2. بيّن أن للمعادلة: $g(x) = 0$ حلا وحيدا α في المجال $]-1.3; -1.2[$

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{(ax+b)e^x}{e^x + 1}$

(γ) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- عيّن قيمتي a و b بحيث المنحني (γ) يقبل مماسا (D) عند المبدأ O معادلته: $y = \frac{1}{2}x$

نفرض في ما يلي: $a=1, b=0$

(1) بيّن ان: $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ثم استنتج تغيرات f

(2) بيّن أن: $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم استنتج حصرا لـ: $f(\alpha)$

(3) ادرس وضعية المنحني (γ) بالنسبة للمستقيم (D).

(4) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$ مقارب مائل للمنحني (γ) في جوار $+\infty$

(5) ادرس وضعية المنحني (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ).

(6) ارسم (Δ) و (D) و (γ)

(7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx$

التمرين 12

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ae^{2x} + be^x + c$

حيث a, b, c أعداد حقيقية. (C) هو التمثيل البياني للدالة في المستوى المنسوب

إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عين a, b و c بحيث المنحني (C) يشمل النقطة O و الدالة المشتقة f' تتعدم من أجل $x = \ln \frac{3}{4}$ والمستقيم الذي معادلته $y = 1$ مستقيم مقارب للمنحني (C) .

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2e^{2x} - 3e^x + 1$

(أ) ادرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.

(ب) حدد نقط تقاطع المنحني (C) مع حامل محور الفواصل.

(ج) عين معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

(د) ارسم (C) في المجال $]-\infty; 1]$.

التمرين 13

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ و $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

ب- احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ج- بين أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) اللذين معادلتهما على الترتيب $y = x + 1$ و $y = x - 1$ مقاربان

لـ (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$. ثم حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ_1) و (Δ_2) .

2. أ- بين أن الدالة f فردية. ب- ادرس تغيرات الدالة f

3. نقبل أن المستقيم T ذا المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ ، مماس للمنحني (C_f) في نقطة فاصلتها x_0

- احسب x_0

4. هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ_1) ؟

5. بين أنه توجد نقطة انعطاف وحيدة للمنحني (C_f) يطلب تعيينها.

6. ارسم المستقيمين المقاربين و المماس T ثم المنحني (C_f) .

7. عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + 2m - 1$ حلا وحيدا

8. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = -x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$. (C_g) منحنى الدالة g

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) = f(-x)$

ب- استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_g) - أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g)

التمرين 14

1/ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; 1]$:

$$1 + x + \frac{x^2}{2} \leq e^x \leq 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

2/ نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{x}{e^x - 1} & x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس

أ- ادرس استمرارية و قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 0.

ب- ادرس إشارة الدالة $g: [0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow e^x - 1 - xe^x$

ج - ادرس تغيرات الدالة f . د- ارسم المنحني (C_f) .

التمرين 15

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{3e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$

وليكن C_f منحنيا البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم

$$f(x) = \alpha + \frac{\beta e^{2x}}{e^{2x} - 1}$$

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) بيّن أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحني C_f ثم ارسم المنحني C_f

4) بيّن أن المنحني C_f يقبل مماسين ميل كل منهما -6 عند نقطتين من C_f يطلب تعيين هاتين النقطتين

5) ارسم المنحني C_f .

التمرين 16

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = (x-1)(2-e^{-x})$

ليكن (C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- احسب النهاية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته: $y = 2x - 2$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

3- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و المستقيم (D) .

4- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = xe^{-x} + 2(1-e^{-x})$

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x و $x > 0$ أنه $f'(x) > 0$

5- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 0 وفسر النتيجة بيانيا .

6- شكل جدول تغيرات الدالة f .

7- ارسم المستقيم (D) و المنحني (C_f)

8- عيّن النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم (D)

التمرين 17

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 - (x+1)e^{-x}$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g . (لا يطلب حساب النهايات) .

(2) احسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 2 + (x+2)e^{-x}$.

نسوي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-2)]$ فسر هندسيا النتيجة.

(3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$

(4) أ . بين أنه مهما كان العدد الحقيقي x فإن: $f'(x) = g(x)$

ب . استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) اثبت أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها.

(6) بين أن للمنحنى (C_f) مماسا (T) معامل توجيهه 1، اكتب معادلة (T) .

(7) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

(8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة وحلول المعادلة: $(x+2)e^{-x} - 2 - m = 0$

(9) دالة معرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي $h(x) = |f(x)|$. اشرح كيف يتم رسم (C_h) منحنى الدالة h

انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h)

التمرين 18

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$

و (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1-أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ فسر النتيجة هندسيا .

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2-أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- تحقق انه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن: $f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ ، ثم

استنتج أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = 2x - 2$ ، مقارب للمنحنى (C_f) .

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4- مثل بيانيا كلا من Δ و Δ' و (C_f) .

5- أ- هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي Δ ؟

ب- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = 2x + m$

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$f(x) = -x + 1 + e^{2x} - e^x$$

التمرين 19

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) ادرس تغيرات الدالة f
- (2) بين ان (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب إعطاء معادلته.
- (3) ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C) و (Δ) .
- (4) أ- x_0 عدد حقيقي ، نعتبر (T) المماس للمنحني (C) في النقطة ذات الفاصلة x_0 .
عين x_0 حتى يكون (T) موازيا لـ (Δ) ، اكتب عندئذ معادلة لـ (T) .
ب- بين ان المنحني (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيها.
ج- ارسم (T) و (C) في نفس المعلم .
- (5) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحني (C) مع المستقيم الذي معادلته (T_m) الذي معادلته : $y = -x + m$

I (نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2(1 - e^{-x}) - x$)

التمرين 20

- (1) ادرس تغيرات الدالة g .
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث :
 $\ln 4 < \alpha < \ln 6$
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II (لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{1 - e^x}{x^2}$)

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أ- أثبت أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$ اعتمادا على النهاية : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$.
ب- استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ ثم فسّر النتائج هندسيا
- (3) أ- تحقق أن : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha(\alpha - 2)}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$
ب- بين أن f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ و أنه لكل $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{x^3}$
ج - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (4) أنشئ المنحني (C_f) في المجالين $]0; 5[\cup]-\infty; 0[$

4-المعادلات التفاضلية

التمرين 21

- (1) عيّن الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية :
- (أ) $y' = 2y$ ، (ب) $2y' - y = 0$ ،
- (ج) $y' + 3y = 2$ ، (د) $3y' - 2y + 1 = 0$ ،
- (2) عيّن الحل الخاص f للمعادلات التفاضلية المقترحة والمرفقة بشرط ابتدائي :
- (أ) $y' - 3y = 0$ و $f(0) = 1$ (ب) $2y' + y = 1$ و $f(-1) = 2$ ،

نعتبر الدالة m المعرفة على $[0; +\infty[$ التي ترفق بالعدد t ، العدد $m(t)$

التمرين 22 $m(t)$ هي كتلة الملح بالغرام المحتوة في محلول ملحي (ماء + ملح) عند اللحظة t بالدقائق

نقبل أن الدالة m هي حل للمعادلة التفاضلية : $(E): 5y' + y = 0$ و أن الشرط الابتدائي هو :

$m(0) = 300$. 1. حل المعادلة (E) ثم عيّن العدد t_0 بحيث يكون : $m(t_0) = 150$

3. نقبل انه لا يمكن الكشف عن وجود الملح خلال اللحظة t إلا إذا كان $m(t) \leq 10^{-2}$ - ابتداء من أية لحظة يكون ممكنا الكشف عن وجود الملح ؟

نعتبر المعادلة التفاضلية (1) : $y' - 2y = 2x + 1$

التمرين 23 1. أوجد دالة f تألفية تكون حلا للمعادلة التفاضلية (1).

2. بوضع : $y = z + f$ ، بيّن أنه إذا كان y حل للمعادلة التفاضلية (1) فإن z حل للمعادلة التفاضلية (2) : $z' - 2z = 0$...

3. حل عندئذ المعادلة التفاضلية (2) ثم أستنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (1)

نعتبر المعادلة التفاضلية (1) : $y' + 2y = 3x^2 - 1$

التمرين 24 1. أوجد دالة f كثير حدود من الدرجة الثانية تكون حلا للمعادلة التفاضلية (1).

2. بوضع : $y = z + f$ ، بيّن أنه إذا كان y حل للمعادلة التفاضلية (1) فإن z حل للمعادلة التفاضلية (2) : $z' + 2z = 0$...

3. حل عندئذ المعادلة التفاضلية (2) ثم أستنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (1)

يقوم عالم مختص في البيكتيريا بملاحظة نمو مجتمع بكتيري في وسط مغلق ، يقدر العدد الابتدائي لهذا المجتمع بـ 100 بكتيريا و القدرة الإستيعابية العظمى هي 1000 بكتيريا . لتكن $N(t)$ عدد البكتيريا في اللحظة t (معبر عنها بالساعات) .

التمرين 25 الملاحظات المستخلصة قادتنا إلى نمذجة هذه الحالة بمعادلة تفاضلية : $N'(t) = 0.07N(t)(1 - 10^{-3}N(t))$

نضع : $P(t) = \frac{1}{N(t)}$ مع $N(t) \neq 0$

- 1- بيّن أن الدالة P تحقق المعادلة التفاضلية : $P' = -0.07P + 7 \times 10^{-5}$
- 2- استنتج عبارة $P(t)$ ثم $N(t)$ بدلالة t و ماهو عدد البكتيريا بعد 40 ساعة ؟
- 1- ماهو الوقت اللازم حتى يصبح عدد البكتيريا يمثل 80% من الإستيعابية العظمى لهذا الوسط ؟

لتكن المعادلة التفاضلية $E: y' = ay + b$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$ و $b \in \mathbb{R}$

ولتكن الدالة f الحل الخاص لها

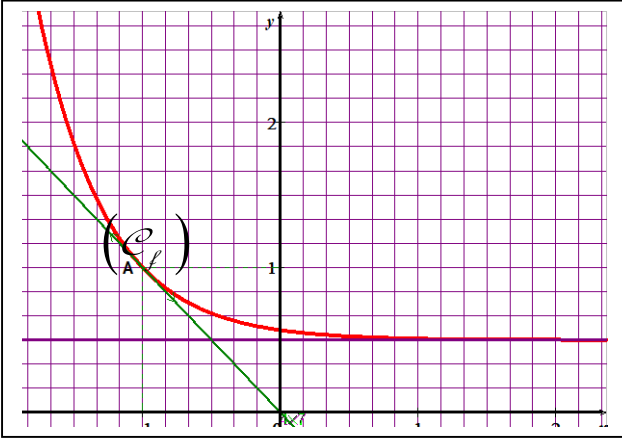
المعرف بالمنحني (C_f) كما يلي :

1- عين بيانيا : أ) $f(-1)$

ب) العدد المشتق $f'(-1)$

ج) نهاية الدالة عند $+\infty$

2- استنتج عبارة الدالة f .



التمرين 26

التمرين 27

نعتبر المعادلة التفاضلية التي يحققها التناقص الإشعاعي لعينة مشعة :

$$\frac{dN}{dt} + \lambda N = 0 \quad \text{حيث } N \text{ دالة ترفق بكل عدد } t \text{ عدد الأنوية المتبقية في العينة المشعة.}$$

و N_0 عدد الأنوية في اللحظة $t=0$ و λ ثابت النشاط الإشعاعي (ثابت التفكك)

$$1/ \text{بين أن : } N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

2/ اوجد علاقة بين ثابت الزمن τ و ثابت النشاط الإشعاعي λ

$$3/ \text{بين أن : } N(t=\tau) = 0,37N_0$$

$$4/ \text{بين أن زمن نصف العمر } t_{1/2} \text{ تعطى بالعلاقة التالية : } t_{1/2} = \tau \ln 2$$

Bac S Antilles-Guyane juin 2008

التمرين 28

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{9}{2}e^{-2x} - 3e^{-3x}$

الجزء الأول : نعتبر المعادلة التفاضلية $(E): y' + 2y = 3e^{-3x}$

1. حل المعادلة التفاضلية $(E'): y' + 2y = 0$

2. استنتج أن الدالة h المعرفة بـ $h(x) = \frac{9}{2}e^{-2x}$ حل للمعادلة التفاضلية (E')

3. تحقق أن الدالة g المعرفة بـ $g(x) = -3e^{-3x}$ حل للمعادلة التفاضلية (E)

4. حل المعادلة (E) و تحقق أن f حل للمعادلة التفاضلية (E)

الجزء الثاني : وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$1. \text{ تحقق أنه : } f(x) = 3e^{-2x} \left(\frac{3}{2} - e^{-x} \right)$$

2. احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول التغيرات للدالة f

4. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع محوري الإحداثيات

5. احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحني C_f .

5- نحو البكالوريا :التدريب على حل تمارين بكالوريات وطنية و أجنبية و تجريبية

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2021)

التدريب 01

I. الدالة العددية g على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 5 + e^{x-1}$

(1) بين ان الدالة g متزايدة تماما على $[0; +\infty[$

(2) أ. بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.71 < \alpha < 1.72$.

ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب x إشارة $g(x)$

II. الدالة العددية f معرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + (-x^2 - 2x + 3)e^{1-x}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)e^{1-x}$

ب. استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0; \alpha]$.

ج. بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C)

بالنسبة الى (Δ)

(3) بين أن (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في نقطة A يطلب تعيين فاصلتها (لا يطلب

كتابة معادلة (T)) .

(4) أ. بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1 + \sqrt{6})$.

ب. ارسم (Δ) ، (T) و (C) (نأخذ : $f(\alpha) \simeq 1.1$ ، $f(\sqrt{5}) \simeq 1.4$ و

$f(1 + \sqrt{6}) \simeq 3.1$) .

(5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ: $h(x) = -x + 1 + (-x^2 + 2x + 3)e^{1+x}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ. تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0]$: $h(x) = f(-x)$.

ب. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه .

التدريب 02

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة جوان 2021)

I. الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + xe^{-x-1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الشكل المقابل)

(1) احسب $g(-1)$.

(2) بقراءة بيانية ، حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = x - (x+1)e^{-x-1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم

المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم :

$$f(x) = x \left[1 - \left(1 + \frac{1}{x}\right)e^{-x-1} \right]$$

ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب. استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على $[-1; +\infty[$ متناقصة تماما على $]-\infty; -1]$ ثم شكل

جدول تغيراتها .

(3) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$

ج. بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له .

(4) أ. بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث :

$$-1.9 < \beta < -1.8 \text{ و } 0.3 < \alpha < 0.4$$

ب. ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.

(5) الدالة العددية h معرفة على المجال $[-2; 2]$ بـ: $h(x) = -|x| + (|x|-1)e^{|x|-1}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ. بين أن الدالة h زوجية .

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-2; 0]$: $h(x) = f(x)$

ج. اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه .

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة جوان 2021)

التدريب 03

- الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x^2 - 3)e^x + 3$.
 (1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
 (2) أ. بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $1.53 < \alpha < 1.54$.
 ب. احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.
 II. الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3x + 1 + (x^2 - 2x - 1)e^x$.
 (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج ان f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0; \alpha]$.

ج. شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3x + 1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$.

ب. ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

ج. بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تحقق : $2.03 < \beta < 2.04$.

د. بين ان (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لـ (Δ) . (لا يطلب كتابة معادلة لـ (T) و (T'))

(4) ارسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C) على $]-\infty; 1 + \sqrt{2}]$ (نأخذ : $\alpha \simeq 1.53$ ،

$$f(\alpha) \simeq -2.3 , f(\sqrt{3}) \simeq -2.1 \text{ و } f(-\sqrt{3}) \simeq -3.2$$

(5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = f[\ln(x)]$

أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها .

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة جوان 2020)

التدريب 04

الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty; 0]$ كما يلي: $g(x) = -2e^x$

$$h(x) = x(e^x + 1) \text{ و}$$

حدد إشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$.

II. الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ: $f(x) = (x - 3)e^x + \frac{1}{2}x^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ. بين انه من اجل كل x من المجال $]-\infty; 0]$: $f'(x) = h(x) + g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.

(2) احسب $f(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 0]$ ثم تحقق أن:

$$-1.5 < \alpha < -1.4$$

(4) (P) هو التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty; 0]$.

أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (P) و (C_f) .

ج. أنشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 0]$.

(5) ليكن m وسيطا حقيقيا ، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة: $|f(x)| = e^m$ في $]-\infty; 0]$

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة جوان 2020)

التدريب 05

I. المستوي منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

في الشكل المرفق ، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$g(x) = 2x^2 + 2x - 2xe^x$ (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = x$ و (γ) المنحنى

الممثل للدالة: $x \mapsto e^x$.

بقراءة بيانية :

(1) برر أنه من اجل كل عدد حقيقي x :

$$e^x - x > 0$$

(2) حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$

علما أن $g(0) = 0$.

II. الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

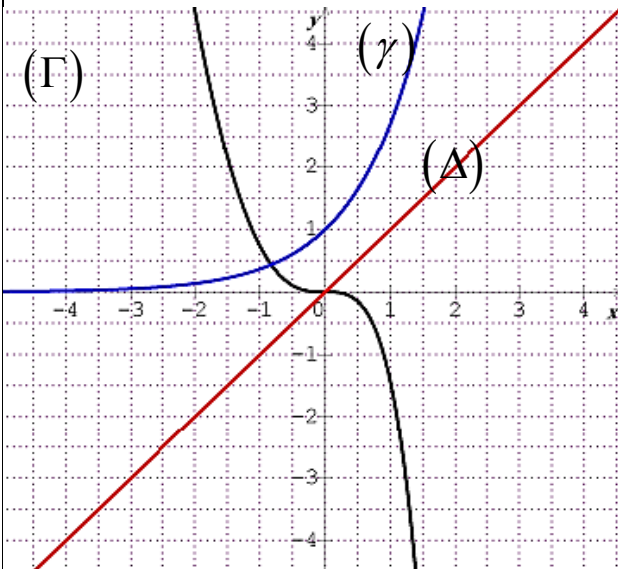
$$f(x) = -1 + \frac{2e^x}{e^x - x}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب الى المعلم السابق.

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ واحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ثم فسر نتيجتي النهايتين هندسيا.



(2) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x) = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ. اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0 .

ب. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون : $f(x) - (2x + 1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$

ج. استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة الى (C_f) ؟

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 1]$ ، ثم تحقق أن :

$-0.6 < \alpha < -0.5$.

(5) أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f) .

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2020)

التدريب 06

الدالة العددية f معرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(وحدة الطول $2cm$) .

(1) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1; +\infty[$:

$f'(x) = (1 + e^{-x})(2e^{-x} + 1)$.

ب. ادرس إشارة $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

ج. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) أ. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x - \frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

(3) بين ان المنحنى البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له .

(4) بين ان المنحنى البياني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

(5) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى البياني (C_f) .

(6) ليكن m وسيطا حقيقيا . عين مجموعة قيم m التي من اجلها تقبل المعادلة : $f(x) = x + m$ حلين مختلفين .

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة جوان 2019)

التدريب 07

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. تؤخذ وحدة الطول

$2cm$ ، (C_g) و (C_f) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على كما يلي:

$$g(x) = e^x - ex \quad \text{و} \quad f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2$$

(1) أ- ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f .

(3) احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_g) و (C_f) على $\mathbb{R}$.

(5) ارسم على المجال $[0; 2]$ المنحنيين (C_g) و (C_f) في نفس المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$. (يعطى $e^2 - 2e \approx 2$)

(6) احسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_g) و (C_f)

(7) الدالة المعرفة على المجال $[-2; 2]$ كما يلي : $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - e^{|x|}$ وليكن (Γ) تمثيلها

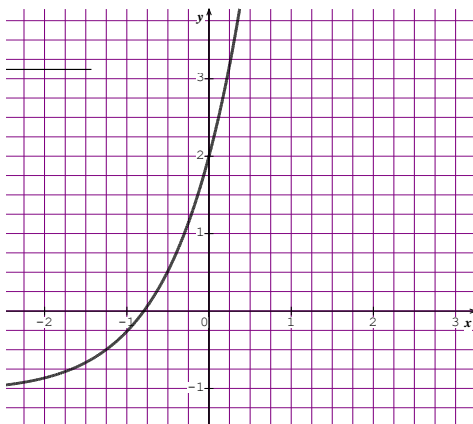
البياني في المعلم السابق .

(أ) بين ان h دالة زوجية .

(ب) من اجل $x \in [0; 2]$ احسب $h(x) + f(x)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه .

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2019)

التدريب 08



I. الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x+3)e^x - 1$

و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل : بقراءة البيانية

(أ) حدد إشارة $g(-1)$ و $g\left(-\frac{1}{2}\right)$.

(ب) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1; -\frac{1}{2}\right]$ بحيث

$g(\alpha) = 0$ ثم تحقق أن : $-0,8 < \alpha < -0,7$

(ج) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بين انه من كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

(ج) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ).

(4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 1]$ (يعطى $f(\alpha) \approx -0.7$)

(5) احسب $f(x) - g(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

(6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) بين ان الدالة h زوجية .

(ب) تأكد أنه من اجل كل x من المجال $[0; +\infty[$ فإن : $h(x) = f(x - 2) + 1$.

(ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) على المجال $[-3; 3]$.

(بكالوريا شعبة الرياضيات دورة جوان 2019)

التدريب 09

(I) f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x) = (x+1)^2 e^{-kx}$

حيث k وسيط حقيقي.

ليكن (C_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين ان كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما .

(2) احسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k)

(3) أ) احسب $f'_k(x)$ ، ثم حدد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k .

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f_k من اجل كل k عدد حقيقي موجب تماما .

(4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و (C_{k+1}).

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+1)^2 e^{-2x}$ نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المعلم

المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-\frac{3}{2}; +\infty[$

(2) أ) بين ان المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ احدهما α حيث : $-1.28 < \alpha < -1.27$

(ب) عين قيم العدد حقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $\left| \frac{x+1}{e^x} \right| = \left| \frac{m+1}{e^m} \right|$ حلا وحيدا .

(3) g دالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x+1)e^{-2x}$.

(أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فإن : $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$ ثم استنتج دالة اصلية لـ g على $\mathbb{R}$..

(ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلاتهما $x = 0$ و $x = -1$

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2018)

التدريب 10

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$.

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38 < \alpha < -0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x+1))$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $y = 2x + 1$: (Δ) .

(2) بيّن أنّه من اجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(4) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 0.8$).

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x = (1-m)e^x$.

(6) (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عيّن الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل $x = 1$

(ب) احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x = 1$

، $x = 3$ ، $y = 2x + 1$.

بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2018

التدريب 11

I. الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = (1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}} - 1$$

(1) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$ ، واستنتج

اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.9 < \alpha < 1$ ، واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II. الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x} + (1+x)e^{-\frac{1}{x}}$

والتمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{\frac{1}{x}} - x) = -1$ (يمكن وضع $t = -\frac{1}{x}$) ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

(3) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{1}{x} - 1 + e^{-\frac{1}{x}}$.

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0; +\infty[$.

ب) تحقق أن $f(x) - x = (1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \simeq 1.73$).

(5) (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بعدها العام u_n حيث: $u_n = \frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{n^2}{n+1}$.

أ) اكتب u_n بدلالة n ثم بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول u_1 .
ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = \left(\frac{1}{2}f(1) - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4}f\left(\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1}\right)$$

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2018)

التدريب 12

• $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$: المجال $]-\infty; 1[$ على المعرفة

• (C_f) وتمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ وادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $h(x) = e^{-x} + x - 1$. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $h(x) \geq 0$.

بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) . فسر النتيجة بيانيا.

(1) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A\left(-2; \frac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T) ، (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-2; 1[$.

(2) أ) بين أنه من أجل كل x من $[-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$.

ب) تحقق أنه من أجل كل x من $[-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$ ثم بين أن : $1 - \ln 2 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < e - 1$.

(3) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx$ ، حيث $x \in [-2; 1]$.

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2017)

التدريب 13

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب على المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ واعط تفسيراً هندسيا لهذه النتيجة ، ثم أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2- أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- اكتب معادلة (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

II. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = 1 - xe^{1-x}$.

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $h(x) \geq 0$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T)

(2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0.6 < \alpha < -0.7$.

(3) انشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$.

F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$

تحقق أن F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)

وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما : $x = 0$ و $x = 1$.

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2017)

التدريب 14

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

2- ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3- اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .

4- h الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = x^2 e^{-x+2} - 4$. ادرس اتجاه تغير الدالة h

ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $[0; +\infty[$.

5- ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[0; +\infty[$.

6- نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب $f(x) = m(x - 2)$ (E) ناقش بيانيا حسب قيم m عدد الحلول المعادلة (E) .

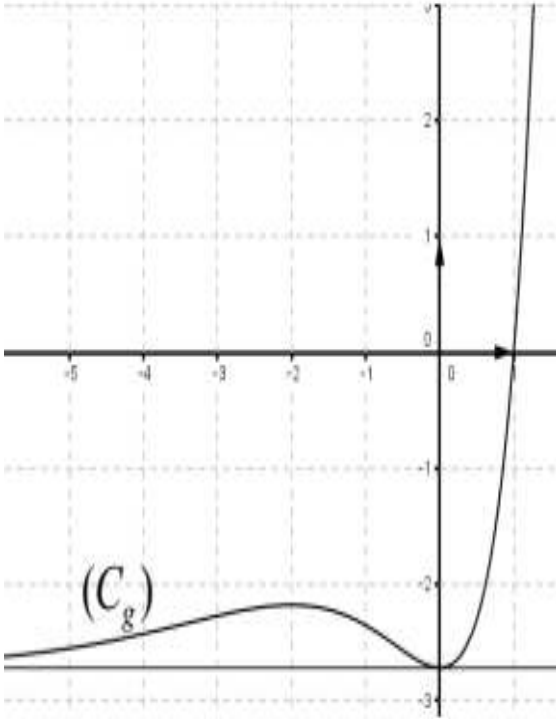
7- g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$. اعتمادا على السؤال رقم (1) ، شكل

جدول تغيرات الدالة g .

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية الإستثنائية دورة 2017)

التدريب 15

1- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2 e^x - e$



(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب على المعلم

المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (كما هو في الشكل المقابل).

1- احسب $g(1)$.

2- بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة

$g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

3- نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$$f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب على

المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

4- احسب النهايات الآتية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

1- بين أن المنحنى (γ) الذي معادلته: $y = e^{-x} - 2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم

ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (γ) .

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا: $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$.

3- استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1; 0[$ و $]0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على

المجال $]-\infty; -1]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4- بين كيف يمكن انشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة: $x \mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من

المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس معلم السابق.

5- ليكن n عددا طبيعيا و $A(n)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (γ) و (C_f)

والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = -e^n$ و $x = -e^{n+1}$.

- احسب العدد الحقيقي l حيث $l = A(0) + A(1) + \dots + A(2016)$

(بكالوريا شعبة رياضيات الدورة الاستثنائية 2017)

التدريب 16

المستوي منسوب إلى معلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$. (C_f) تمثيلها البياني.

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثيهما، احسب $f(-2)$ ، ثم ارسم المنحنى (C_f) .

II. ليكن m وسيط حقيقي، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_m(x) = (x^2 + mx + 1)e^{-x}$. وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1- اثبت ان جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين إحداثيها.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f_m واستنتج قيم m التي من تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.

3- M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m = 1 - m$.

أثبت أنه عندما m يسمح $\mathbb{R}$ فإن: M_m تنتمي على منحنى يطلب تعيين معادلة له.

4- ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث: $m \neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (C_m) .

5- احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_3) و (C_f) المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = \alpha$ ، ثم احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} A(\alpha)$.

(بكالوريا شعبة تقني رياضي الدورة الاستثنائية 2017)

التدريب 17

تكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 - 2xe^{-x}$.

- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = (x+1)(1+2e^{-x})$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.

1-أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2- أ) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$ ثم استنتج معادلة $L(\Delta)$ ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3- اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

- 4- (C_f) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين.
- 5- ليكن α عددا حقيقيا موجبا ، نرسم $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وبالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y = x + 1$ ، $x = -1$ و $x = \alpha$.
- احسب $A(\alpha)$ بدلالة α ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} A(\alpha)$.

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2016)

التدريب 18

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم و الآخر α حيث $-1.51 < \alpha < -1.52$.
ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، (وحدة الطول 1 cm)

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$. (حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

ج) شكل جدول التغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ ، (نأخذ $f(\alpha) \approx 0.38$).

د) عين دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ج) بين أن للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما.

د) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.

هـ) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة

$$0 = (x^2 + 3x + 2)e^x + (m - x)e^x \text{ على المجال } [-2; +\infty[.$$

III. h و H الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

أ) احسب التكامل التالي: $A(\lambda) = \int_0^\lambda h(x) dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما وفسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية الدورة الاستثنائية 2016)

التدريب 19

I - لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^x - x^2 - x$

- 1- أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' مشتقة الدالة g)
 ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$
 ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .
 2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,37 < \alpha < -1,38$.
 3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II - لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f)

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2- أ) بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

ج) أنشئ المنحنى (C_f) . (تعطى $f(\alpha) \simeq 0.29$)

(بكالوريا شعبة الرياضيات دورة 2016)

التدريب 20

I . الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $\varphi(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x+1} - 1$

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة φ ثم شكل جدول تغيراتها .

- بين أن المعادلة $\varphi(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلا α يختلف عن 1 ثم تحقق أن : $2.79 < \alpha < 2.80$.
 استنتج إشارة $\varphi(x)$ على $\mathbb{R}$.

II . f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (2x - 1)e^{-x+1}$ و (C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المنحنيين (C_g) و (C_f) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

3- ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f) .

$$f(x) - g(x) = \frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2 - x + 1}, \quad x \text{ عدد حقيقي}$$

(ب) ادرس إشارة الفرق $f(x) - g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_g) و (C_f)

(ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t) dt$.

(د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_g) و (C_f) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=2$.

III. احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخميناً لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم. $(f^{(n)})$ الدالة المشتقة من المرتبة n للدالة f .

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $f^{(n)}(x) = (-1)^n [2x - (2n+1)] e^{1-x}$

(2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كما يلي: $u_n = f^{(n)}(1)$.

(أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم k ، المجموع: $u_k + u_{k+1}$.

(ب) استنتج بدلال n ، المجموع: $u_1 + u_2 + \dots + u_{2n}$.

(بكالوريا شعبة تسيير واقتصاد دورة 2015)

التدريب 21

$$f(x) = \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1} - 3 \quad \text{بـ: } \mathbb{R} \text{ الدالة العددية المعرفة على}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = \frac{4}{e^x + 1} - 3$

(ب) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0; -1)$

(ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(-x) + f(x) = -2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر

(د) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم.

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها

$$y=0 \text{ و } x=-\ln 3, \quad x=0$$

5) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$

(C_h) منحناها البياني في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ) بيّن أن h دالة زوجية .

ب) اعتمادا على المنحني (C_f) ، اشرح كيف يتم رسم المنحني (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2015)

التدريب 22

I. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0,36 < \alpha < 0,37$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$

ب- استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha]$ و متزايدة على $[-\alpha; +\infty[$

2) احسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$.

3) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty; \frac{1}{2}]$ ، نأخذ $f(-\alpha) \approx 0,1$.

4) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$.

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2015)

التدريب 23

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(0) = 0$ ، ومن أجل كل عدد حقيقي x من

$$\text{المجال }]-\infty; 0] \quad f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - x] = 0$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$, يطلب تعيين معادلة له.

(5) g الدالة المعرفة على المجال $] -\infty; 0[$ ب: $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(6) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -\infty; 0[$, $f(x) > x$.

ب) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) . (ج) أنشئ المنحنى (C_f) .

(7) (u_n) المتتالية المعرفة ب: $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n < 0$.

ب) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n < 0$.

د) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

هـ) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة , ثم عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$.

m عدد حقيقي $h(m)$ الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $] -\infty; 0[$ ب: $h_m(x) = xe^{\frac{1}{x}} - mx$.

- احسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m .

- باستعمال المنحنى (C_f) , ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m , عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$.

بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2015

التدريب 24

I. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = (x+2)e^x - 2$.

(1) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) احسب $g(0)$, ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x , $f'(x) = -g(x)$,
 ب) استنتج إشارة $f'(x)$, ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
 ج) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$
 د) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (3) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0,92 < \alpha < 0,93$ و $-1,55 < \beta < -1,56$
 ب) ارسم المستقيم (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$
 (4) أ) بين أن الدالة: $x \mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$
 ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=\alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3)
 ج) جد حصرا للعدد A .

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2014)

التدريب 25

I. الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (2-x)e^x - 1$.

1. ادرس تغيرات الدالة g .
2. بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلان α, β حيث $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. عين نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$. و فسر النتيجةين بيانيا.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ و استنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.
4. احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f) .
5. λ^* عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1.
 أ- احسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث: $a(\lambda) = \int_1^\lambda [f(x) - 1] dx$
 ب- احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ إلى $+\infty$.

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2014)

التدريب 26

- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x-1)e^x$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. عين نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.
 2. أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.
 3. أ- بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$, ثم تحقق أن $1,27 < \alpha < 1,28$
 ب- أكتب معادلة (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1. و حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)
 ج- أرسم (T) و (C_f) .
 4. عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$
 5. h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني
 أ- بين أن الدالة h زوجية.
 ب- ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)
 6. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (ax+b)e^x$ حيث: a, b عدنان حقيقيان.
 - عين a, b حتى يكون: من أجل كل x من $\mathbb{R}$

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2013)

التدريب 27

I. f الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ :

$$f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$$

و C تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) .

(2) احسب $f'(x)$. بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $]-\infty; 1[$ حلا وحيدا α
 - باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد α .

(4) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى C ، ثم ارسم المنحنى C' الممثل للدالة $|f|$.

(5) عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)| = m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II. g الدالة المعرفة على $]-\infty; 1$ بـ: $g(x) = f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

(1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty; 1$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) أ) تحقّق من أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بيّن أن: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$.

ب) استنتج معادلة T المماس لمنحني الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج) تحقّق من أن: $y = \frac{2}{\alpha-1}x - \frac{\alpha+1}{\alpha-1}$ ، معادلة للمستقيم

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2013)

التدريب 28

I. - الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 - 1 e^{-x}$.

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

(نأخذ: $g(1+\sqrt{2}) = 1,43$ و $g(1-\sqrt{2}) = -0,25$)

2. أ- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقّق أن احدهما معدوم و الآخر α ،

حيث: $-0.7 < \alpha < -0.8$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x .

II. الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - x + 1^2 \cdot e^{-x}$

C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد متجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- بيّن أن المستقيم Δ ذا المعادلة $y = x$ ، مقارب مائل للمنحني C_f عند $+\infty$

ج - ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة إلى المستقيم Δ .

2. أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ (يرمز f' إلى المشتقة للدالة f)

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (نأخذ: $\alpha = -0.9$)

3. أ- بيّن أن المنحني C_f يقبل مماسين ، معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، يطلب تعيين معادلة لكل منهما

ب- ممثّل Δ و المماسين و المنحني C_f

ج - ناقش بيانها ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x $x + 1^2 + m \cdot e^{-x} = 0$

4. الدالة H معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x) = -x^2 - 4x - 5 e^{-x}$

- بيّن أن H دالة أصلية للدالة: $x \rightarrow x + 1^2 e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2013)

التدريب 29

I. الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x-1)e^x$

(1) ادرس تغيرات g

(2) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x : $1 + (x-1)e^x \geq 0$

II. الدالة f معرفة على $0; +\infty$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - 1}{x} ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

(أ) بين أن f مستمرة على $0; +\infty$

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

III. n عدد طبيعي حيث $n \geq 1$ ، f_n الدالة المعرفة على $0; +\infty$:- $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$

C_n منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $0; +\infty$.

2- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x)$

3- ادرس الوضع النسبي للمنحنين C_n و C_{n+1}

4- بين أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثيتها .

5- (أ) بين أنه ، من أجل كل عدد حقيقي وحيد α_1 من $0,3; 0,4$ بحيث $f_1 \alpha_1 = 0$.

(ب) بين أنه ، من أجل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإن $f_n \alpha_1 < 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $\alpha_1; 1$ بحيث $f_n \alpha_n = 0$

6- (أ) بالاعتماد على الجزء II ؛ بين أنه ، من أجل كل x من $0; 1$: $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$.

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln \alpha_n \geq \frac{1-e}{n}$ ، ثم $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$

(ج) جد نهاية المتتالية α_n .

(د) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من $0; +\infty$: $f'(x) = \frac{1 + (x-1)e^x}{x^2}$

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2012)

التدريب 30

I - لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - xe^x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في حلا وحيدا α على المجال $[-1; +\infty]$

ب- تحقق أن $0,5 < \alpha < 0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي : $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن $f'(x) = -g(x)$: استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(3) بيّن أن : $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

(4) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$.
ب- ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(5) أ- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $-1,6 < x_1 < -1,5$ و $1,5 < x_2 < 1,6$.
ب- أنشئ (Δ) و (C_f) .

(6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = (ax + b)e^x$.

أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \rightarrow xe^x$ على $\mathbb{R}$.
ب- استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2012)

التدريب 31

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2 - xe^x$

(1) ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .
(2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ حيث : $0,8 < \alpha < 0,9$.
(3) عيّن ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

(1) بيّن أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا . (2) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- بيّن أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f) .

(3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ) حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$

(4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{2 \cdot g(x)}{(e^x + 2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
ب- بيّن أن : $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(5) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

- ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2012)

التدريب 32

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث : $1,59 < \alpha < 1,60$

3- استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$. (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1- بين أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$

2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) احسب $f(1)$ ، ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.

3- أ) بين أن : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) .

ج) ارسم (C_f) .

4- ناقش بيانها ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$$

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$.

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h .

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2011)

التدريب 33

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = e^x - ex - 1$

$(\mathcal{C}_f)$ المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

ب- اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ج- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[1.75; 1.76]$ حلا وحيدا α .

د- ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 2]$

3-أ- أحسب بدلالة α ، المساحة A_α للحيز المستوي المحدد بالمنحنى C_f .

وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=\alpha$.

ب- أثبت أن: $A_\alpha = \left(\frac{1}{2} e\alpha^2 - e\alpha + \alpha \right)$ هي وحدة المساحات

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2011)

التدريب 34

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (3x + 4)e^x$

و تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ- احسب f' ، f'' ،، f^n ثم برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن

$f^n(x) = (3x + 3n + 4)e^x$ حيث: f' ، f'' ،، f^n المشتقات المتابعة للدالة f

ب - استنتج حل المعادلة التفاضلية:

2- أ- بين ان: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسيا

ب - ادرس اتجاه تغير لدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ- اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $-\frac{10}{3}$

ب - بين ان ω هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

ج - ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty; 0]$

4- أ- x عدد حقيقي من المجال $]-\infty; 0]$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^x te^t dt$

ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]-\infty; 0]$

ب - λ عدد حقيقي اصغر تماما من $-\frac{4}{3}$

- احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي

معادلاتها: $y = 0$ ، $x = -\frac{4}{3}$ و $x = \lambda$ ، ثم جد $\lim_{x \rightarrow \infty} A(\lambda)$

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2011)

التدريب 35

I. الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1- ادرس تغيرات الدالة f

2- عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

3- بين ان المنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها .

4- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = f(x) - x$

أ- ادرس تغيرات الدالة

ب- بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.7 < \alpha < 2.8$

5- أ - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$

ب - ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x$ والمنحنى (C_f)

ج- الممتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0 = 1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

II. باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل .

1- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فإن : $1 < U_n < \alpha$

2- بين ان المتتالية (U_n) متزايدة تماما .

3- استنتج ان (U_n) متقاربة وبين ان : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$

بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2010

التدريب 36

نعتبر الدالة العددية f على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ وفسر هندسيا النتيجة .

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب

$y = x + 1$ و $y = x$:

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

(3) أثبت أن النقطة $\omega(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(4) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $1 < \alpha < \ln 2$ و $-1,3 < \beta < -1,4$

ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

ج) ارسم (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x} = m$

الصفحة 55/44

(بكالوريا رياضيات دورة 2010)

التدريب 37

I - g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (3-x)e^x - 3$

(1) ادرس تغيرات الدالة g

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث : $2,82 < \alpha < 2,83$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

$$\text{II} - f \text{ الدالة العددية على } \mathbb{R} \text{ كما يلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

(1) بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 0$ ، اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O

(2) أ) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل $x \neq 0$ فإن : $f'(x) = \frac{x^2}{(e^x - 1)^2} \cdot g(x)$

ج) تحقق أن $f(\alpha) = \alpha^2(3-\alpha)$ ثم عين حصرا له . د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

(3) احسب $f(x) + x^3$ و استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x \rightarrow -x^3$

(4) بين أن $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) + x^3] = 0$ و فسر النتيجة هندسيا .

(5) أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و المنحنيين (C) و (C_f)

(بكالوريا تقني رياضي دورة 2010)

التدريب 38

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$) .

1- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

2- احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجالات تعريفها

3- بين أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

أ) (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$

بين أن (D) و (D') مقاربان للمنحني (C_f) ، ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما .

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث : $0,91 < x_0 < 0,9$ و $-1,65 < x_1 < -1,66$

جـ) احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x) + f(-x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا
د) ارسم (D) و (D') و (C_f) .

4- m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x + m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

6- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يأتي: $g(x) = [f(x)]^2$
ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

(بكالوريا تقني رياضي دورة 2009)

التدريب 39

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- احسب $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج ان النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

2- ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$

3- بين ان المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هي مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

4- بين ان المعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث $-1.7 < \alpha < -1.6$

5- ارسم (C_f) من أجل $x \in \mathbb{R}$

6- بين انه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} + 1}$

7- احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات: $x = \alpha$ و $x = 0$ و $y = x + 2$

- بين ان $A(\alpha) = 2\ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2008)

التدريب 40

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يأتي:

$f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$ حيث: a و b عدنان حقيقيان

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول 1 cm .

عَيّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

اعداد الأستاذ
حليقات عمار

الصفحة 55/46

- I. نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty]$ كما يلي
- $$g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$$
- (أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ وفسر هذه النتيجة بيانياً. (نذكر أن $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)
- (ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.
- (ج) بين أن المنحني (C_g) يقبل نقطة إنعطاف I يطلب تعيين إحداثياتها.
- (د) اكتب معادلة المماس للمنحني (C_g) عند النقطة I . هـ) ارسم (C_g) .
- II. لتكن k الدالة المعرفة على المجال $[-2; +\infty]$ كما يأتي: $k(x) = g(x^2)$
- باستعمال مشتقة دالة مركبة، عيّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2008)

التدريب 41

- I. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
1. ادرس تغيرات الدالة f .
 2. (أ) بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ω و اكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ω
- أثبت أن ω مركز تناظر للمنحني (C_f) .
 3. (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$
(ب) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما
 4. (أ) بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $[-2, 77; -2, 76]$
(ب) احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) ومستقيمي المقاربين.
- III. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$ (C_g) منحني الدالة g
- 1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) = f(-x)$ ، استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_g)
 - 2- أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g) (دون دراسة g)

(بكالوريا المغرب شعبة علوم تجريبية الدورة العادية 2004)

التدريب 42

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي:

$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$$

و (C) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

$$(1) \text{ أ - تحقق من أن : } \frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1} \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R}$$

ب - استنتج أن f فردية

$$(2) \text{ بين أن : } f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2 \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ ثم أعط جدول تغيرات الدالة } f \text{ على } \mathbb{R}_+$$

$$\text{ - استنتج ان : } 1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R}_+.$$

$$(3) \text{ بيّن ان : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0 \text{ ثم فسّر النتيجة هندسيا}$$

$$(4) \text{ أنشئ في المعلم } (O; \vec{i}, \vec{j}) \text{ المستقيم الذي معادلته : } y = 1 - \frac{1}{2}x \text{ ثم أنشئ المنحني } (C).$$

Bac S France septembre 2005

التدريب 43

الجزء الأول : لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = (20x + 10)e^{-\frac{1}{2}x}$$

(C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) ادرس نهاية الدالة f عند $+\infty$

(2) ادرس تغيرات f وشكل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أن المعادلة $f(x) = 10$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0; +\infty[$. أعط قيمة مقربة إلى 10^{-3} للعدد α .

(4) ارسم المنحني (C_f) .

الجزء الثاني: نضع $y(t)$ قيمة درجة حرارة تفاعل كيميائي، مقدرة بالدرجات سيلسيوس، عند اللحظة t ، مقدرة بالساعات. القيمة الابتدائية عند اللحظة $t = 0$ هي $y(0) = 10$.

نقبل بأن الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي t من المجال $[0; +\infty[$ العدد $y(t)$ هي حل للمعادلة التفاضلية:

$$y' + \frac{1}{2}y = 20e^{-\frac{1}{2}t} \text{(1)}$$

(1) تحقق من ان الدالة f المدروسة في الجزء الأول حل للمعادلة التفاضلية (1) على المجال $[0; +\infty[$

(2) نقترح فيما يلي : البرهان أن الدالة f هي الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية (1) على المجال $[0; +\infty[$ التي تأخذ القيمة 10 عند اللحظة 0.

(3) أ) ليكن g حلا كيفيا للمعادلة التفاضلية (1) على المجال $[0; +\infty[$ بحيث : $g(0) = 10$.

$$\text{ - بيّن أن الدالة } g - f \text{ حل للمعادلة التفاضلية : (2) } y' + \frac{1}{2}y = 0 \text{}$$

ب) حل المعادلة التفاضلية (2).

ج) ماذا تستنتج ؟

(3) ما هو الوقت اللازم حتى تنزل درجة الحرارة إلى قيمتها الابتدائية ؟ تدور النتيجة إلى الدقيقة

(من البكالوريات الأجنبية)

التدريب 44

الجزء الأول : تحديد حل المعادلة التفاضلية : $f' - 2f = xe^x$

1- حل المعادلة التفاضلية :

$$y' - 2y = 0 \dots (2) \quad \text{حيث } y \text{ دالة قابلة للاشتقاق على } \mathbb{R}$$

2- ليكن a و b عددين حقيقيين و μ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$: $\mu(x) = (ax + b)e^x$

أ) حدد a و b حتى يكون μ حلا للمعادلة (1)

ب) برهن أن الدالة v تكون حلا للمعادلة (2) إذا وفقط إذا كان $\mu + v$ حلا للمعادلة (1)

ج) استنتج مجموعة حلول المعادلة (1). ثمحدد الحل للمعادلة (1) والذي ينعدم عند القيمة 0

الجزء الثاني : دراسة دالة مساعدة: لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2e^x - x - 2$

1. ادرس تغيرات الدالة g

2. حدد عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$. نسمي α الحل غير المعلوم تحقق أن :

$$-1.6 < \alpha < -1.5$$

3. حدد إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x

الجزء الثالث : دراسة الدالة $f : f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$

1) حدد نهاية f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f . ثم شكّل جدول تغيراتها

3) بيّن أن : $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

4) ارسم المنحني (C_f) .

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x) = (ax + b)e^{x-1} + c$

(C_f) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل حيث (C_f) يقبل مماس

التدريب 45

(T) عند النقطة $A(1;5)$ ويشمل النقطة $B(0;2)$

ويقبل مماس آخر يوازي محور الفواصل عند

النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{2}$

جزء A : 1) حدد قيم $f(1)$; $f'(-\frac{1}{2})$; $f'(1)$

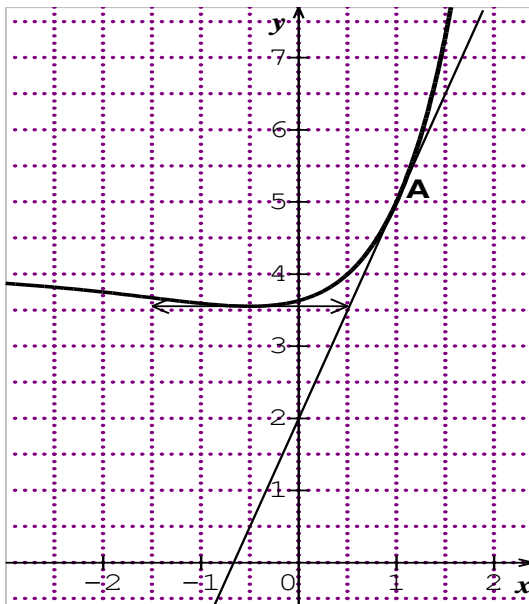
ثم أكتب معادلة (T)

2) أحسب $f'(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية $c; b; a$

جزء B : نعتبر فيما يلي الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$

كما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{x-1} + 4$

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$



(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان $f(x) = \frac{2}{e}xe^x - \frac{1}{e}e^x + 4$

(2) استنتج $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانياً

(3) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

(4) استنتج إشارة f على $\mathbb{R}$ ثم بين أن المعادلة $f(x) = 6$ تقبل حل وحيد α ينتمي للمجال $[1; 2]$
جزء C: نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (2x - 3)e^{x-1} + 4x$ و (Γ) تمثيلها البياني

(1) أحسب $F'(x)$ ماذا نقول عندئذ عن الدالة F

(2) استنتج اتجاه تغير F دون دراسة ثم برر أن (Γ) لا يقبل مماسات موازية لمحور الفواصل

(3) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $2x - 1 = \frac{m-4}{e^{x-1}}$

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$

من الكتاب المدرسي

التدريب 46

و ليكن c المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد .

الجزء الأول: دراسة دالة مساعدة

1. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = xe^x + 1$

ادرس تغيرات h و بين أن $h(x) > 0$ من أجل x من $\mathbb{R}$.

2. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x + 2 - e^x$

أ- عين نهايات الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$. ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$. نرمز بـ α و β إلى هذين الحلين حيث $\alpha > \beta$.

بين أن $1,14 < \alpha < 1,15$

د- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: دراسة تغيرات الدالة f و رسم المنحني c :

1. عين نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{xe^x + 1}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3. أ- بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha + 1}$ ثم باستعمال حصر α عين حصرًا للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-2}

4. عين معادلة للمماس (T) للمنحني c عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - x = \frac{(x+1)u(x)}{xe^x + 1}$ حيث $u(x) = e^x - xe^x - 1$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة u و استنتج إشارة $u(x)$ - استنتج وضعية المنحني c بالنسبة للمماس (T)

6. ارسم c و (T) . تؤخذ وحدة الطول $2cm$ على محور الفواصل و $5cm$ على محور الترتيب.

نقبل أن $-1,84 < \beta < -1,85$ و $-1,18 < f(\beta) < -1,19$.

التدريب 47

الجزء الأول : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = (ax + b)e^x + c$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بقراءة بيانية للمنحني (C_g) :

(أ) عيّن $g(0)$ ، $g'(-1)$ ، $g'(0)$

(ب) نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها

(ج) جدول تغيرات الدالة g

(د) إشارة $g(x)$ حسب قيم x

(2) أوجد الأعداد a ، b و c .

الجزء الثاني : f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x

المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ بـ :

$$f(x) = -x + (1-x)e^x$$

وليكن (C_f) منحنيا البياني في المستوي

المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أن $f'(x)$ لها نفس إشارة $g(x)$

(2) ادرس تغيرات الدالة f

(3) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) . يطلب تعيين وضعيته بالنسبة لـ (C_f)

(4) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

(5) اثبت أن للمنحني (C_f) نقطة انعطاف يطلب إيجاد إحداثيها.

(6) بيّن انه يوجد عدد حقيقي x_0 ينتمي إلى المجال $\left[\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$ حيث $f(x_0) = 0$

(7) ارسم (Δ) و (D) و (C_f) .

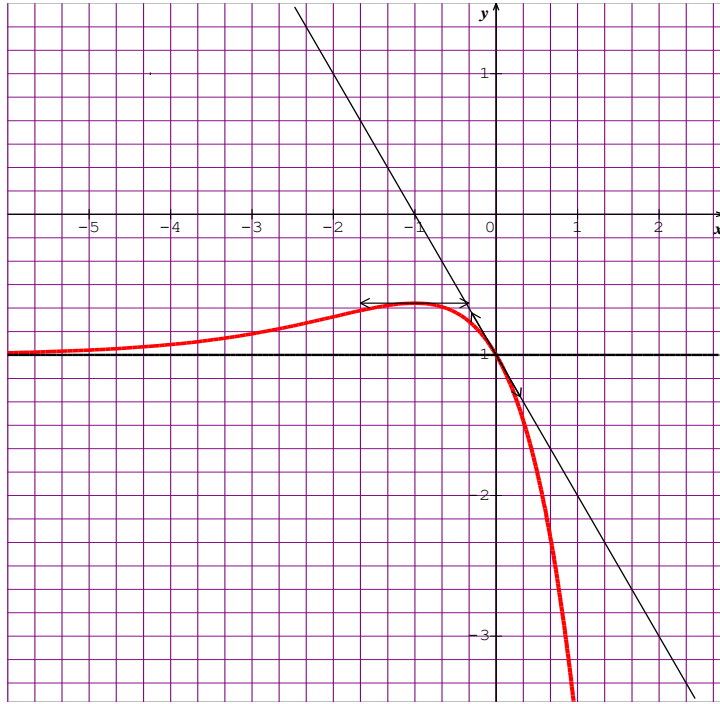
(8) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = \begin{cases} f(x) & x \leq 0 \\ e^x & x > 0 \end{cases}$ تمثيلها البياني (C_h)

(أ) ادرس استمرارية الدالة h عند 0 .

(ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة 0 و فسّر النتائج هندسيا و اكتب معادلتها نصف المماسين

T_1 و T_2 للمنحني (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 0.

(ج) استنتج رسم المنحني (C_h) انطلاقا من رسم (C_f) .



الجزء الأول : لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$$

التدريب 48

ليكن (C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1- ادرس تغيرات الدالة f و اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f)
- 2- عيّن إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع المحورين الإحداثيين .
- 3- ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب الأفقي وحدد نقطة تقاطعهما A .
- 4- اكتب معادلة المماس للمنحني (C_f) عند النقطة A ثم ارسم المماس والمنحني (C_f)

الجزء الثاني : نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي : $g(x) = \frac{(e^x - 2)^2}{(e^x - 1)(e^x + 1)}$

(C_g) هو المنحني الممثل للدالة g في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- 1- عيّن مجموعة تعريف الدالة g
- 2- باستعمال مشتقة مركب دالتين أوجد $g'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة g .
- 3- بيّن أن النقطة $\omega\left(0; -\frac{3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني (C_g) .
- 4- ارسم المنحني (C_g)

(6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(1-m)e^{2x} - 4e^x + 4 + m = 0$

I. g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x) = 1 - xe^{1-x}$

التدريب 49

(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) استنتج إشارة $g(x)$

II. f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x) = x + (x+1)e^{1-x}$

(C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) ادرس تغيرات الدالة f

(3) أ) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) بيّن ان : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ و أعط تفسيراً هندسياً للنتيجة

(4) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مماساً (Δ) معامل توجيهه 1. اكتب معادلة هذا المماس.

(5) اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $\left]-1; \frac{-1}{2}\right[$

(6) ارسم المماس (Δ) و المنحني (C_f) .

(7) ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(x+1)e^{1-x} = m$

Bac S nouvelle- Calédonie décembre 2001

التدريب 50

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ:

$$f(x) = x - (x^2 + 4x + 3)e^{-x}$$

وليكن C_f منحنىها البياني في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول $2cm$.

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{-x} + 1$$

1- بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ وفسّر هذه النتيجة بيانيا ثم احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

3- (أ) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$. نسمي α الحل غير المعلوم

(ب) بيّن أن $-2.4 < \alpha < -2.3$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

الجزء الثاني : 1- بيّن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ،

2- ادرس تغيرات الدالة f ، نأخذ $\alpha = -2.35$

3- أثبت أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) في جوار $+\infty$

4- بيّن أن المستقيم (D) و المنحني (C_f) يتقاطعان في نقطتين A و B يطلب تعيينهما .

5- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و المستقيم (D) .

6- ارسم المستقيم (D) و المنحني (C_f) .

(بكالوريا شعبة علوم الطبيعة والحياة دورة 2006)

التدريب 51

1/ لتكن الدالة العددية g المعرفة كما يلي : $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

(أ) ادرس تغيرات الدالة g

(ب) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]1.68; 1.69[$

(ج) استنتج إشارة $g(x)$.

$$f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1} \quad \text{حيث } x \text{ الدالة العددية للمتغير الحقيقي}$$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث الوحدة: $2cm$

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2} \quad \text{(أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ يكون}$$

(ب) بيّن أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم أعط حصرا للعدد ، ادرس تغيرات الدالة f

3/ (أ) أثبت أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمز له بالرمز (Δ)

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4/ أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$

5/ أرسم (T) و (Δ) ثم (C_f)

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $me^x - 4x + m + 2 = 0$

التدريب 52

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (1-x)e^{1-x} - 1$.

- (1) أدرس تغيرات الدالة g .
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a حيث: $0.4 < a < 0.5$.
- (3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = xe^{1-x} - x + 2$

نسمي التمثيل (C_f) البياني للدالة f في المعلم $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.

1. احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.
2. أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -x + 2$.
ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
3. أ) برهن أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
ج) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) معامل توجيهه "1-" يطلب تعيين معادلته.

أثبت أن $f(a) = 1 - a + \frac{1}{1-a}$ ثم اعط حصر $f(a)$.

4. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x + 2) = e^{x-1}f(x)$.
ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما β ، بين أن $\beta + 2 = -$ هو الحل الآخر.

5. ارسم (T) ، (Δ) و (C_f) (نأخذ $\alpha = 0.4$ ، $\beta = 2.5$ ، $f(-1) = -4.4$)

II. نعتبر الدالة H_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H_m(x) = -(x+1)e^{1-x} + (2-m)x + 2018$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $H'(x) = f(x) - (-x + m)$

(2) ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = -x + m$

(3) ناقش حسب قيم m عدد النقاط الحدية للدالة H_m .

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 1 + (1+x)e^{-x}$.

التدريب 53

1. ادرس تغيرات الدالة g .
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.28 < \alpha < -1.27$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \frac{e^{-x} - x + 1}{e^{-x} + 1}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.

1. أ) احسب كلا من: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 1]$.
- ب) استنتج المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (Δ) ، حيث: (Δ) هو المستقيم المقارب المائل.

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

2. (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{-g(x)}{(e^{-x} + 1)^2}$.

(ب) ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3. (أ) بين ان : $f(x) = -\alpha$

(ب) اثبت ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $-\alpha$.

4. بين انه يوجد مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $-\alpha$ يوازي المستقيم (Δ) ثم اكتب معادلة ديكارتية له

5. ارسـم (Δ) ، (T) و (C_f) .

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد إشارة حلول المعادلة : $f(x) + m = -x$

7. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(x^2)$

- احسب $h'(x)$

- استنتج جدول تغيرات h .

اقرأ بفهم :

الهدية

-من أراد النجاح في هذا العالم عليه أن يتغلب على أسس الفقر الستة: النوم.. التراخي.. الخوف.. الغضب.. الكسل.. المماطلة.

السير نحو النجاح رحلة لا نهاية لها، توقف قليلاً عن السير وراجع ما قطعتة في رحلتك وصحح أخطائك وطور مهاراتك واشحذ همتك وانظر للحياة بتفائل وسعادة ثم أكمل مسيرتك -النجاح لا يأتي بانحلال ومشاهدة الناجحين فقط لكنه يأتي بالتركيز عليه .نحو النجاح والتخطيط له والاهم من ذلك هو الفعل

-وإذا كانت النفوس كباراً... تعبت في مرادها الأجسام

-النجاح يتكون من الانتفال من فشل إلى فشل دون فقدان الحماس

-لا يصل الناس إلى حديقة النجاح دون أن يمروا بمحطات التعب والفشل واليأس

الوقتُ أنفُسُ ما عنيتَ بحفظه *** وأراهُ أسهلَ ما عليكِ يضيعُ

Health is a great blessing of Allah, we must preserve it

I wish for you more excellence and success

My success is not but through Allah. Upon him I have relied, and to Him I return