

اختبار في مادة الرياضيات

➡ على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

- I.** نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n حيث ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{4}{3}$.
- (1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq 2$.
 - (2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة .
 - (3) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة . ثم أحسب نهايتها .
- II.** من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = u_n - \alpha$ حيث α عدد حقيقي .
- (1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها .
 - (2) في كل ما يلي نفرض $\alpha = 2$.
- (أ) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2$ ثم أحسب
- $$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$
- (ب) نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - \frac{5}{2}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي عدد الزوار لأحد المعالم التاريخية بين سنتي 2010 حتى 2014.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
عدد الزوار y_i	4500	4900	5200	5500	6000

- (1) مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الاحصائية $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد . (على محور الفواصل $2cm$ لكل سنة و على محور الترتيب $1cm$ لكل 1000 زائر) .
- (2) عين إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها .
- (3) عين المعادلة المختصرة لـ (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة ثم أرسمه .
- (4) باستعمال التعديل الخطي السابق . ما هو عدد الزوار سنة 2018 ؟

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نرمي زهرة نرد غير مزيفة أوجهها الستة مرقمة بالأرقام 1,1,2,2,4 مرتين متتابعتين ، ونسجل الرقمين المحصل عليهما من اليسار الى اليمين .

(1) ترجم هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات المتوازنة .

(2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

A حادثة " الحصول على العدد 12 " B حادثة " الحصول على عدد مضاعف للعدد 3 "

(3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج جداء الرقمين المحصل عليهما .

(أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

(ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(ج) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = \ln(x+1) - \ln(x)$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

(2) بين أنه من أجل كل حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(3) أحسب نهايتي الدالة g عند 0 وعند $+\infty$.

الجزء الثاني :

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + 2\ln(x+1) - 2\ln(x)$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f(x) = x + 2\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

(2) أحسب نهايتي الدالة لدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

(3) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x ، $f'(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + x}$.

(ب) أدرس إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$. استنتج الوضع النسبي لـ

(C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

(5) أرسم (Δ) و (C_f) .

(6) نعتبر الدالة العددية G المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $G(x) = (x+1)\ln(x+1) - x\ln(x)$

(أ) بين أن الدالة G هي دالة أصلية للدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

(ب) استنتج دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

(ج) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما :

$$x = 4, x = 1$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (03 نقاط)

اختار من متعدد: في كل ما يلي اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة مع التبرير .
 (1) مجموعة حلول المعادلة $2 \ln(x) - \ln(5x - 6) = 0$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي :

(أ) $S = \{e; 3\}$	(ب) $S = \{2; 3\}$	(ج) $S = \{2; 3e\}$
--------------------	--------------------	---------------------

(2) العدد $\ln(16^n) - \ln(2^{n+1})$ يساوي :

(أ) $(4n-1)\ln 2$	(ب) $(3n-1)\ln 2$	(ج) $(2n+1)\ln 2$
-------------------	-------------------	-------------------

(3) قيمة العدد $A = \int_2^4 \frac{2x}{(x^2-1)^2} dx$ هي :

(أ) $\frac{4}{15}$	(ب) $\frac{15}{4}$	(ج) $\frac{3}{4}$
--------------------	--------------------	-------------------

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = e^{\frac{1}{2^{n+2}}}$

(أ) بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(ج) هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ عين نهايتها .

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي: $v_n = \ln(u_n)$

(أ) أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$.

(ج) أحسب بدلالة n الجداء: $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_{n-1}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أحمد تلميذ يدرس بثانويتنا . وعليه أن يصل على الساعة الثامنة صباحا إلى الثانوية، ولهذا الغرض يستعمل وسيلتي نقل للمجيئ الى الثانوية : الدراجة (Vélo) أو الحافلة (Bus).

يخرج أحمد من البيت على الساعة 7 و 40 دقيقة ليصل على الساعة 8 و 00 دقيقة الى الثانوية. ولهذا الغرض يستعمل الدراجة 7 أيام من 10 و الحافلة في الأيام الباقية .

في الأيام التي يجيئ فيها الى الثانوية بالدراجة يصل في الوقت المناسب بنسبة 99.4%، في الأيام التي يستعمل فيها الحافلة للمجيئ الى الثانوية يصل متأخرا بنسبة 5%.

نختار تاريخا عشوائيا من أحد الفصول الدراسية ، نسمي V حادثة " التلميذ يجيئ بالدراجة " ، B حادثة " التلميذ يجيئ بالحافلة " و R حادثة " التلميذ يصل متأخرا الى الثانوية "

(1) ترجم هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات المتوازنة .

(2) أحسب احتمال $(V \cap R)$.

(3) برهن أن احتمال R هو 0.0192 .

(4) أحسب احتمال $(B \cap \bar{R})$

(5) في يوم ما وصل أحمد الى الثانوية متأخرا ، ما هو احتمال أن يكون قد جاء بالحافلة ؟

التمرين الرابع: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$.

(3) أ) بين أن المنحني (C_f) مستقيمين مقاربين مائلين أحدهما (Δ) معادلته $y = x + 1$ عند $-\infty$ والآخر (Δ') معادلته $y = x - 1$ عند $+\infty$.

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) و (Δ') .

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه f وشكل جدول تغيراتها .

(5) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(6) أرسم (Δ) ، (Δ') ، (T) و (C_f) .

(7) نعتبر الدالة العددية H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $H(x) = \ln(e^x + 1)$.

أ) بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة h حيث ، $h(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x = 0$ و $x = \ln 5$.

✍ مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح في البكالوريا 2015 ✨ أستاذ المادة