

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول (06 نقاط):

1. عيّن بواقي القسمة للعدد 2^n على 5 من أجل العدد الطبيعي n حيث $n \in \{1; 2; 3; 4\}$.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $2^{4n} \equiv 1[5]$.
3. استنتج بواقي القسمة للأعداد 2^{4n+1} ; 2^{4n+2} ; 2^{4n+3} على 5.
4. عيّن باقي قسمة كل من 2^{1436} و 2^{2015} على 5.
5. تحقق أن : $2017 \equiv 2[5]$ ثم استنتج باقي قسمة 2017^{2014} على 5.

التمرين الثاني (06 نقاط):

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة كمايلي:}$$

1. احسب كلا من u_1, u_2, u_3 .
2. نضع $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$.
- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الأساس و الحد الأول.
- عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n .
3. احسب المجموع S_n بحيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ثم استنتج المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث (08 نقاط): لتكن f الدالة المعرفة على $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ كما يلي : $f(x) = \frac{3+2x}{1-2x}$ ،

- و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- (1) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) استنتج المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f) .
- (3) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحني (C) مع محوري الإحداثيات.
- (4) أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.
- (5) أرسم المماس (Δ) و المنحني (C_f) .

الموضوع الثاني:

التمرين الأول (06 نقاط):

(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة معرفة على N حيث : $U_6 = 448$ و $U_3 \times U_5 = 12544$

(1) أحسب الحد U_4 ثم الأساس q لهذه المتتالية .

(2) أحسب الحد الأول U_0 لهذه المتتالية .

* نضع : $U_0 = 7$ و $q = 2$

(3) أكتب عبارة U_n بدلالة n .

(4) بين أن 896 هو حد من حدود المتتالية (U_n) وحدد رتبته .

(5) أحسب المجموع : $S = U_6 + U_7 + \dots + U_n$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

a , b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 , باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .

(1) عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين : $a \times b$, $a^2 - b^2$.

(2) أ/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب/ تحقق أن $2015 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين :

2015^{2014} و 2015^{2015} على 7 .

التمرين الثالث : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = -x^3 + 3x - 2$, (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ) أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f واستنتج جدول تغيراتها .

(2) أثبت أنه من أجل x من R : $f(x) = -(x-1)^2(x+2)$

(3) برهن أن النقطة A من المنحني التي فاصلتها $x = 0$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f) .

(4) تحقق من أن النقطة B التي إحداثيتها $(2; -4)$ هي نقطة من المنحني (C_f) ثم أوجد معادلة للمماس

(Δ) للمنحني (C_f) عندها .

(5) أنشئ (C_f) و (Δ) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

المستوى: 3 أ ب 3 لغ
تمهيد البكالوريا التجريبية

الموضوع الأول:

التمرين الأول:

1- نعتبر دالة f معرفة على $\mathbb{N}$ على 5:

$$\begin{aligned} 2 &\equiv 4[5], & 2 &\equiv 2[5], & 2 &\equiv 2[5] \\ 4 &\equiv 4[5], & 3 &\equiv 3[5] \end{aligned}$$

$n \in \mathbb{N}$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
البواقي	1	2	4	3

2- لدينا: $2 \equiv 2[5]$ و $2 \equiv 2[5]$

3- $2 \equiv 2[5]$, $2 \equiv 4[5]$, $2 \equiv 2[5]$

4- نعتبر دالة f معرفة على $\mathbb{N}$ على 5:

* لدينا: $436 = 4 \times 859 + 4$

$436 \equiv 4[5]$

* لدينا: $2015 = 4 \times 503 + 3$

$2015 \equiv 3[5]$

أي: الباقي هو: 3

5- * لدينا: $2017 - 2 = 2015$
 ولكن 2015 هي مضاعفات 5

وحيث: $2017 \equiv 2[5]$

* لدينا: $2017 \equiv 2[5]$ و $2017 \equiv 2[5]$

لكن $2014 = 4 \times 503 + 2$ $2014 \equiv 2[5]$

أي: $2017 \equiv 4[5]$ (خاصية القسمة)

التمرين الثاني:

$u_{n+1} = 3u_n + 1$ و $u_0 = 5$ $n \in \mathbb{N}$

$u_1 = 3u_0 + 1 = 15 + 1 = 16$

$u_2 = 3u_1 + 1 = 48 + 1 = 49$

$u_3 = 3u_2 + 1 = 147 + 1 = 148$

2- نضع $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} + \frac{1}{2} \\ &= 3u_n + 1 + \frac{1}{2} \\ &= 3u_n + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$= 3 \left(u_n + \frac{1}{2} \right) = 3v_n$

وحيث (v_n) متناصفة هندسية
 و $q = 3$ و $v_0 = 5 + \frac{1}{2}$

$v_0 = u_0 + \frac{1}{2} = 5 + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$

3- نعتبر دالة f معرفة على $\mathbb{N}$ على 5:

$v_n = v_0 \times q^n$
 $v_n = \left(\frac{11}{2} \right) \times (3)^n$

* لدينا: $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ وحيث $u_n = v_n - \frac{1}{2}$

$u_n = \left(\frac{11}{2} \right) \cdot 3^n - \frac{1}{2}$

$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$
 $= v_0 \cdot \left(\frac{1 - 9^{n+1}}{1 - 9} \right) = \frac{11}{2} \cdot \left(\frac{1 - 9^{n+1}}{1 - 9} \right)$

$S_n = \frac{11}{4} (3^{n+1} - 1)$

2- المستقيما - المقابلة

(ق) معادلة مستقيم مقابله موازي لمحور الفواصل $y = -1$

(ق) معادلة مستقيم مقابله موازي لمحور الترتيب $x = \frac{1}{2}$

3- التقاطع مع محور الفواصل:

$$\begin{cases} 3+2x=0 \\ 1-2x \neq 0 \end{cases}$$

محناه $x = -\frac{3}{2}$ و $x \neq \frac{1}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي:

$$H(-\frac{3}{2}, 0)$$

4- التقاطع مع محور الترتيب:

$$f(0) = y \quad y = 3$$

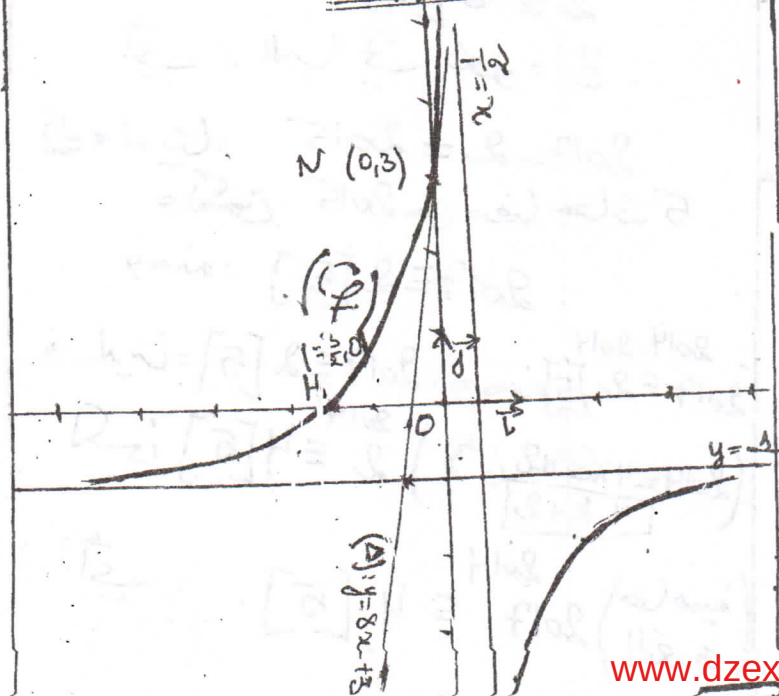
نقطة التقاطع هي $N(0, 3)$

4- كتابة معادلة المماس

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$(A): y = 8x + 3$$

5- $f = (A) \cup (ق)$



$$\begin{aligned} S'_n &= u_0 + u_1 + \dots + u_n \\ &= (v_0 - \frac{1}{2}) + (v_1 - \frac{1}{2}) + \dots + (v_n - \frac{1}{2}) \\ &= (v_0 + v_1 + \dots + v_n) - \frac{1}{2}(n+1) \\ &= S_n - \frac{1}{2}(n+1) \\ &= \frac{11}{4}(3^{n+1} - 1) - \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$S'_n = \frac{11 \cdot 3^{n+1}}{4} - \frac{1}{2}n - \frac{13}{4}$$

التحليل الثالث: $f(x) = \frac{3+2x}{1-2x}$

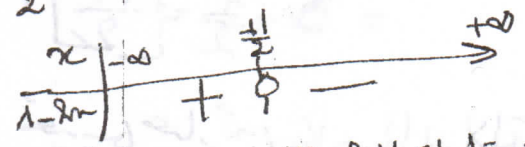
1- دراسة تغيرات الدالة f:

$$D_f = \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-2x} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} f(x) = \frac{4}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = \frac{4}{0^+} = +\infty$$



الدالة قابلة للاستمرار على مجالها التعريف

$$f'(x) = \frac{2(1-2x) + 2(3+2x)}{(1-2x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2-4x+6+4x}{(1-2x)^2} = \frac{8}{(1-2x)^2}$$

لدينا من أجل $x \in D_f$ يكون $f'(x) > 0$

ومنه f دالة متزايدة تماما على

مجالها التعريف:

جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f(x)	-	-	+	+
		$-\infty$	$+\infty$	-1

و بالتالي العدد 896 هو حد من حدود (u) رتبته 7.

5- حساب S_n

$$S_n = u_6 + u_7 + \dots + u_n$$

$$= u_6 \left(\frac{1 - q^{n-5}}{1 - q} \right)$$

$$= 448 \left(\frac{1 - 2^{n-5}}{1 - 2} \right) =$$

$$S_n = 448 (2^{n-5} - 1)$$

المميز الثاني: لدينا:

$$c = 6[7], b = 4[7], a = 3[7]$$

1- * تعيين باقي القسمة لـ $a \times b$ على 7:

$$a \times b = 12[7] \quad \begin{cases} a = 3[7] \\ b = 4[7] \end{cases}$$

لكن: $12 \equiv 5[7]$

$$a \times b \equiv 5[7] \quad \text{أي:}$$

* تعيين باقي القسمة لـ $a^2 - b^2$ على 7:

$$\begin{cases} a^2 \equiv 9[7] \\ b^2 \equiv 16[7] \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3[7] \\ b = 4[7] \end{cases}$$

$$a^2 - b^2 \equiv \frac{9 - 16}{-5} [7] \quad \text{أي:}$$

$$-5 \equiv 2[7] \quad \text{لكن:}$$

$$\frac{a^2 - b^2}{-5} \equiv 2[7] \quad \text{أي:}$$

$$c^2 \equiv 1[7] \quad \text{لدينا: } c = 6[7] \quad \text{1-2}$$

$$c^{2n} \equiv 1[7] \quad \text{أي:}$$

الموضوع الثاني:

المميز الثالث:

$$u_3 \times u_5 = 12544, \quad u_6 = 448$$

1- حساب u_4 : لدينا:

$$u_4^2 = u_3 \times u_5 = 12544$$

$$u_4 = \sqrt{12544} \quad \text{وحيث}$$

$$u_4 = 112$$

$$u_6 = u_4 \times q^2 \quad \text{لدينا:}$$

$$q^2 = \frac{u_6}{u_4} = \frac{448}{112}$$

$$q^2 = 4$$

$$\text{أي: } q = 2 \quad \text{أو} \quad q = -2 \quad \text{حرفوف}$$

حيث أن الحدود موجبة فإن $q = 2$

2- حساب u_6 :

$$u_6 = \frac{u_4}{q^4} \quad \text{لدينا: } u_4 = u_6 \times q^4 \quad \text{وحيث}$$

$$u_6 = \frac{412}{16} = 7 \quad \text{أي:}$$

$$\text{نضع: } u_6 = 7 \quad \text{و} \quad q = 2$$

3- كتابة عبارة u_n بدلالة n :

$$u_n = 7 \times 2^{n-6} \quad \text{لدينا: } u_n = u_6 \times q^{n-6} \quad \text{وحيث}$$

4- إثبات أن 896 هو حد من حدود (u):

$$7 \times 2^n = 896 \quad \text{لدينا: } u_n = 896$$

$$2^n = \frac{896}{7} \quad \text{وحيث}$$

$$2^n = 128 = 2^7 \quad \text{وحيث}$$

$$n = 7 \quad \text{وحيث}$$

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$+$	$+$	$-\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$+$

$$-(x-1)(x+2) = f(x) \quad (2)$$

(النشر والتبسيط)

(3) f' دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وحيث:

$$f'(x) = -6x$$

$f'(x) = 0$ معناه $x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

حيث $(0, -2)$ نقطة انعطاف لـ (f) .

$$f(2) = -4 \quad (4)$$

لدينا:

حيث $B(2, -4)$ نقطة من (f) .

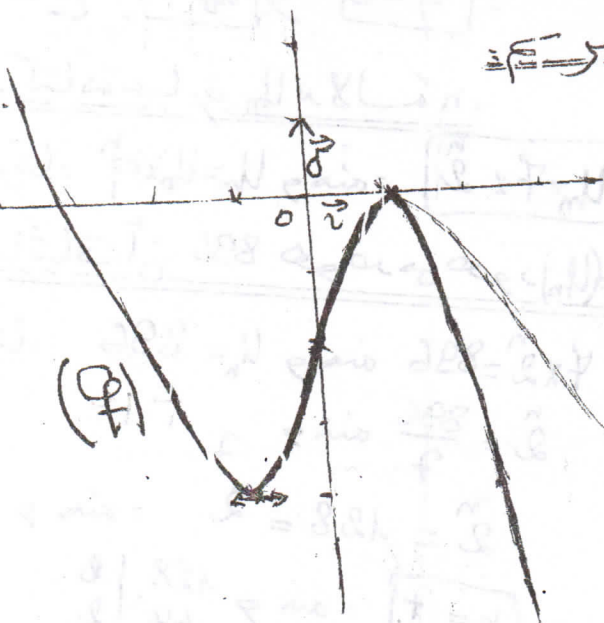
كتابة معادلة المماس عند B :

$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$= -9x + 18 - 4$$

$$(A): y = -9x + 14$$

5- الرسم:



موفقون انشاء الله

ب- لدينا $2009 = 6 - 2015$

لكن 2009 مع مضاعفات العدد 7

$$2015 \equiv 6 [7] \quad \text{وحيث:}$$

تحسين يوافق القسم للعدد 6 على 7:

$$6 \equiv 1 [7], \quad 6 \equiv 6 [7], \quad 6 \equiv 4 [7]$$

لـ $n = 2k$ فإن الباقي هو 2

لـ $n = 2k+1$ فإن الباقي هو 6

لدينا: $2015 \equiv 6 [7]$ * $2014 \equiv 5 [7]$ وحيث $2015 \equiv 6 [7]$

لكن $2014 \equiv 5 [7]$ $6 \equiv 1 [7]$

$$2015 \equiv 1 [7] \quad \text{أي:}$$

$2015 \equiv 6 [7]$ * $2015 \equiv 6 [7]$ وحيث $2015 \equiv 6 [7]$

لكن $6 \equiv 6 [7]$

$$2015 \equiv 6 [7] \quad \text{أي:}$$

التحريث الثالث:

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2$$

$D_f = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 = -\infty$$

4- دراسة التفرع:

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وحيث:

$$f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x^2 - 1)$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{معناه} \quad x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1 \quad \text{معناه}$$

$$\text{معناه} \quad x = 1 \text{ أو } x = -1$$