

الدوال العددية

Prof Mustapha

KdH-A-LD9

I. العمليات على الدوال

$$(1) \text{ تساوي دالتين: } f \text{ و } g \text{ متساويتين} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} Df = Dg \\ f(x) = g(x) \end{array} \right\}$$

(2) العمليات الجبرية: f و g دوال عددية k و λ أعداد حقيقية

العملية	التعريف
$f + k$	$(f + k)(x) = f(x) + k$
$f + g$	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
λf	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$
$f \times g$	$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

(3) تركيب الدوال: $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$

II. اتجاه التغير

(1) مراجعة

فإن	إذا كان	
f متزايدة	$x_1 < x_2$ و $f(x_1) < f(x_2)$	①
f متناقصة	$x_1 < x_2$ و $f(x_1) > f(x_2)$	②
f ثابتة	$f(x_1) = f(x_2)$	③

*ملاحظة ①: f رتيبة على مجال معناه f متناقصة أو متزايدة على هذا المجال

*ملاحظة ②: (الفرق بين متزايدة ومتناقصة تماماً، متناقصة ومتناقصة تماماً)

f متزايدة	f متزايدة تماماً
معناه f متزايدة ثم ثابتة أو متزايدة ثم ثابتة ثم متزايدة... الخ	معناه f متزايدة دون أن تكون ثابتة

• نفس الأمر بالنسبة لمتناقصة و متناقصة تماماً

*ملاحظة مهمة ③: (الخطأ الشائع)

 f متزايدة ليس معناه f موجبة و f متناقصة ليس معناه f سالبة و لا علاقة أبداً بين تغيرات الدالة و إشارتها

(2) العمليات على الدوال واتجاه التغير

الدالة	اتجاه التغير
$f + k$	f و $f + k$ لهما نفس اتجاه التغير
λf	إذا كان $\lambda > 0$ فإن f و λf لهما نفس اتجاه التغير إذا كان $\lambda < 0$ فإن f و λf متعاكسين في اتجاه التغير
$f \circ g$	إذا كان f و g لهما نفس اتجاه التغير فإن $f \circ g$ متزايدة تماماً على I إذا كان f و g متعاكسين في اتجاه التغير فإن $f \circ g$ متناقصة تماماً على I
$f + g$	لا توجد قاعدة عامة إلا إذا أضيفت شروط على الدالتين
$f \times g$	لا توجد قاعدة عامة إلا إذا أضيفت شروط على الدالتين

*ملاحظة: لتسهيل دراسة اتجاه تغير أي دالة f من الأفضل كتابتها على الشكل: $u + k$ ، λu أو vou حيث u و v دالتان مرجعيتان

III. التمثيل البياني

إذا كان	فإن
$g(x) = f(x) + k$	C_g هو صورة C_f بانسحاب شعاعه $\vec{v}_k(0)$
$g(x) = f(x + b)$	C_g هو صورة C_f بانسحاب شعاعه $\vec{v}_0(-b)$
$g(x) = f(x + b) + k$	C_g هو صورة C_f بانسحاب شعاعه $\vec{v}_k(-b)$
$g(x) = \lambda f(x)$	نرسم C_g بالاحتفاظ بفواصل C_f و ضرب ترتيب C_f في λ
$g(x) = \lambda f(x + b) + k$	C_g هو صورة $C_{\lambda f}$ بانسحاب شعاعه $\vec{v}_k(-b)$
$g(x) = -f(x)$	C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل
$g(x) = f(-x)$	C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور الترتيب
$g(x) = -f(-x)$	C_g هو نظير C_f بالنسبة للمبدأ
$g(x) = f(x) $	C_g منطبق على C_f لما $f(x) \geq 0$ و C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x) \leq 0$ * بتعبير آخر: C_g منطبق على C_f لما C_f فوق محور الفواصل و C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل لما C_f تحت محور الفواصل
$g(x) = f(x)$	C_g منطبق على C_f لما $x \geq 0$ و C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الترتيب لما $x \leq 0$

IV. دساتير تغيير معلم

العلاقة بين إحداثيات نقطة $M(x, y)$ في معلم قديم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و إحداثياتها $M(X, Y)$ في معلم جديد $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$ حيث (x_0, y_0) هي إحداثيات Ω في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ هي:

Prof Mustapha
KHA-LD9

$$\begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y + y_0 \end{cases}$$

محور تناظر

✓ طريقة ①:

$$f(2a - x) = f(x) \Leftrightarrow x = a \text{ محور تناظر}$$

✓ طريقة ②:

$$f(a - x) = f(a + x) \Leftrightarrow x = a \text{ محور تناظر}$$

✓ طريقة ③: دستور تغيير معلم

$$\begin{cases} x = a + X \\ y = Y \end{cases} \Leftrightarrow x = a \text{ محور تناظر}$$

(1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y = f(a + X)$$

(2) إثبات أن Y دالة زوجية.

مركز تناظر

✓ طريقة ①:

$$f(2a - x) + f(x) = 2b \Leftrightarrow W(a; b) \text{ مركز تناظر}$$

✓ طريقة ②:

$$f(a + x) + f(a - x) = 2b \Leftrightarrow W(a; b) \text{ مركز تناظر}$$

✓ طريقة ③: دستور تغيير معلم

$$\begin{cases} x = a + X \\ y = b + Y \end{cases} \Leftrightarrow W(a; b) \text{ مركز تناظر}$$

(1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y = f(a + X) - b$$

(2) إثبات أن Y دالة فردية.

* ملاحظة: المنحنى الممثل للدالة: $ax^3 + bx^2 + cx + d$ حيث $a \neq 0$ يقبل دائما مركز تناظر