# المعادلات والمتراجحات

## I]. المتطابقات الشهيرة (مراجعة)

| 1) المتطابقات الشهيرة للنشر: | 2) المتطابقات الشهيرة للتحليل: |
|---|---|
| $(a+b)^2=(a)^2+(b)^2+2(a)(b)$ | $(a)^2+(b)^2+2(a)(b)=(a+b)^2$ |
| $(a-b)^2=(a)^2+(b)^2-2(a)(b)$ | $(a)^2+(b)^2-2(a)(b)=(a-b)^2$ |
| $(a-b)(a+b)=(a)^2-(b)^2$ | $(a)^2-(b)^2=(a-b)(a+b)$ |

## II]. ترابط الدوال المؤدية من $x$ إلى $f(x)$

ننتقل من $x$ إلى $f(x)$ بتطبيق دالتين على التوالي: الدالة التآلفية ثم الدالة المرجعية المناسبة

**مثال 1:**

$f(x)=(2x-1)^2$

$$x \xrightarrow{u} 2x-1 \xrightarrow{v} (2x-1)^2$$

إذن $\boxed{u(x)=2x-1}$ و $\boxed{v(x)=x^2}$

و منه $f(x)=v[u(x)]=v(2x-1)=(2x-1)^2$

**مثال 2:**

$g(x)=3(x+5)^2-7$

$$x \xrightarrow{u} x+5 \xrightarrow{v} 3(x+5)^2-7$$

إذن $\boxed{u(x)=x+5}$ و $\boxed{v(x)=3x^2-7}$

ومنه $g(x)=v[u(x)]=v(x+5)=3(x+5)^2-7$

**مثال 3:**

$h(x)=\frac{1}{x-4}+6$

$$x \xrightarrow{u} x-4 \xrightarrow{v} \frac{1}{x-4}+6$$

إذن $\boxed{u(x)=x-4}$ و $\boxed{v(x)=\frac{1}{x}+6}$

ومنه $h(x)=v[u(x)]=v(x-4)=\frac{1}{x-4}+6$

**مثال 4:**

$g(x)=\sqrt{x+3}-2$

$$x \xrightarrow{u} x+3 \xrightarrow{v} \sqrt{x+3}-2$$

إذن $\boxed{u(x)=x+3}$ و $\boxed{v(x)=\sqrt{x}-2}$

ومنه $g(x)=v[u(x)]=v(x+3)=\sqrt{x+3}-2$

Prof Mustapha
KdHA-LDJ


www.dzexams.com

## III]. معادلات يؤول حلها إلى حل معادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

- $A(x) \times B(x) = 0 \implies A(x) = 0$ أو $B(x) = 0$
- $[A(x)]^n = 0 \implies A(x) = 0$
- $\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \implies \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) \neq 0 \end{cases}$

## IV]. إشارة معادلة من الدرجة الأولى $ax + b$

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{b}{a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $ax + b$ | عكس إشارة $a$ | $0$ | إشارة $a$ |

- $A(x) \times B(x) \geq 0 \implies$ استنتاج الحل من جدول الاشارة
- $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0 \implies \begin{cases} A(x) \times B(x) \geq 0 \\ B(x) \neq 0 \end{cases}$

## V]. المتطابقات الهامة

$$(a+b)^3 = (a)^3 + 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 + (b)^3$$

$$(a-b)^3 = (a)^3 - 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 - (b)^3$$

$$(a+b)^4 = (a)^4 + 4(a)^3(b) + 6(a)^2(b)^2 + 4(a)(b)^3 + (b)^4$$

$$(a-b)^4 = (a)^4 - 4(a)^3(b) + 6(a)^2(b)^2 - 4(a)(b)^3 + (b)^4$$

$$(a+b)^5 = (a)^5 + 5(a)^4(b) + 10(a)^3(b)^2 + 10(a)^2(b)^3 + 5(a)(b)^4 + (b)^5$$

$$(a-b)^5 = (a)^5 - 5(a)^4(b) + 10(a)^3(b)^2 - 10(a)^2(b)^3 + 5(a)(b)^4 - (b)^5$$

## VI]. حل معادلات و المتراجحات من الدرجة الثانية $ax^2 + bx + c$

① حساب المميز

$$\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$$

Prof Mustapha
KdHA-LDS

② الشكل النموذجي

$$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$


www.dzexams.com

## ③ ملخص حل واشارة وتحليل معادلة من الدرجة الثانية من الشكل $E = ax^2 + bx + c$

$$\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$$

| إذا كان | $\Delta < 0$ | $\Delta = 0$ | $\Delta > 0$ |
|---|---|---|---|
| فإن المعادلة | لا تقبل حلول | تقبل حل مضاعف $x_0 = \frac{-b}{2a}$ | تقبل حلين متمايزين $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ; $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ |
| إشارتها | $x$ \| $-\infty$ ; $+\infty$ <br> $E$ \| إشارة $a$ | $x$ \| $-\infty$ ; $x_0$ ; $+\infty$ <br> $E$ \| إشارة $a$ \| $0$ \| إشارة $a$ | $x$ \| $-\infty$ ; $x_1$ ; $x_2$ ; $+\infty$ <br> $E$ \| إشارة $a$ \| $0$ \| عكس إشارة $a$ \| $0$ \| إشارة $a$ |
| تحليلها | لا تقبل تحليلا | $E = a(x - x_0)^2$ | $E = a(x - x_1)(x - x_2)$ |

## ④ المميز المختصر: (إذا كان b زوجي)

$$b' = \frac{b}{2}$$

$$\Delta' = (b')^2 - (a)(c)$$

| إذا كان | $\Delta' < 0$ | $\Delta' = 0$ | $\Delta' > 0$ |
|---|---|---|---|
| فإن المعادلة | لا تقبل حلول | تقبل حل مضاعف $x_0 = \frac{-b'}{a}$ | تقبل حلين متمايزين $x_1 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$ ; $x_2 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$ |

**ملاحظات**

- إذا كان $a + b + c = 0$ فإن:

$$x_1 = 1 \quad ; \quad x_2 = \frac{c}{a}$$

- إذا كان $a - b + c = 0$ فإن:

$$x_1 = -1 \quad ; \quad x_2 = -\frac{c}{a}$$

- جداء ومجموع حلي معادلة من الدرجة 2:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad ; \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

Prof Mustapha
KHALDI


www.dzexams.com

Prof Mustapha
KHALDI

## مركز تناظر

✓ طريقة 1: $W(a\ ;\ b)$ مركز تناظر $\Leftarrow$ $f(2a-x)+f(x)=2b$

✓ طريقة 2: $W(a\ ;\ b)$ مركز تناظر $\Leftarrow$ $f(a+x)+f(a-x)=2b$

✓ طريقة 3: دستور تغيير معلم

$W(a\ ;\ b)$ مركز تناظر $\Leftarrow$ $\begin{cases} x=a+X \\ y=b+Y \end{cases}$

1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y=f(a+X)-b$$

2) إثبات أن $Y$ دالة فردية.

## محور تناظر

✓ طريقة 1: $x=a$ محور تناظر $\Leftarrow$ $f(2a-x)=f(x)$

✓ طريقة 2: $x=a$ محور تناظر $\Leftarrow$ $f(a+x)=f(a-x)$

✓ طريقة 3: دستور تغيير معلم

$x=a$ محور تناظر $\Leftarrow$ $\begin{cases} x=a+X \\ y=Y \end{cases}$

1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y=f(a+X)$$

2) إثبات أن $Y$ دالة زوجية.


www.dzexams.com