

سلسلة عموميات على الدوال للسنة الثانية تسيير واقتصاد

التمرين 01

$g(x) = 4x + 9$ ، $f(x) = x^2 + 2x$: معرفتين كما يلي:

- بين أن الدالة $(f+g)(x) = (x+3)^2$
- في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، اشرح كيف يتم رسم بيان الدالة $f+g$ ثم أرسمه.
- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^* - \{-2\}$ بالعلاقة: $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$
- أ- عين عبارة الدالة h
- ب- احسب صور العدد 2، ثم سابقة العدد 0 بالدالة h .
- عين عبارة الدالتين $g \circ f$ ، $f \circ g$ المعرفتين على $\mathbb{R}$.

التمرين 02:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{5x+6}{x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

- عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$.
- بين أن النقطة $A(-1; 5)$ مركز تناظر لـ (C_f) .
- اشرح كيفية رسم (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب.

التمرين 03:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{4x-5}{2x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- أحسب صور الأعداد 1 ، -1 ، 2 بالدالة f .
- عين السوابق الممكنة للأعداد 0 ، 1 ، -1 .
- بين أن النقطة $D(0; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)
- أدرس إشارة الدالة f على مجالات تعريفها.
- كيف يمكن إنشاء منحنيات الدوال التالية: $g(x) = f(-x)$ ، $h(x) = -f(x)$ ، $h(x) = f(x+1)$ ، $k(x) = f(|x|)$ ، $T(x) = |f(x)|$

التمرين 04:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = (x+1)^2 - 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- كيف يمكن تمثيل منحنى الدالة f انطلاقا من منحنى الدالة مربع.
- أثبت ان المنحنى (C_f) يقبل المستقيم ذي المعادلة $x = -1$ محور تناظر له.

3. اشرح كيف يمكن إنشاء منحنيات الدوال h ، g ، k انطلاقا من منحنى الدالة f علما أن:
 $h(x) = f(x+1)$ ، $g(x) = f(x)+2$ ، $k(x) = f(x-2)+1$ ثم مثل هذه الدوال في نفس المعلم

التمرين 05:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$ فإن: $f(x) = 3 + \frac{1}{x-2}$
2. فكك الدالة f الى مركب دالتين مرجعتين يطلب تعيين كل منهما.
3. كيف يمكن إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني (C) للدالة مقلوب.
4. g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بالعلاقة: $g(x) = f(|x|)$
أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.
ب- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f) .

التمرين 06:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (C) هو التمثيل البياني للدالة مقلوب

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{3\}$ فإن: $f(x) = 2 + \frac{1}{x-3}$

2. كيف يمكن إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقا من (C) .

3. g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-3; 3\}$ بالعلاقة: $g(x) = f(|x|)$

أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f)

4. h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بالعلاقة: $h(x) = |f(x)|$

أ- أدرس إشارة العبارة h .

ب- أكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

التمرين 07:

لتكن f دالة فردية حيث: جزء من جدول تغيراتها يكون من الشكل:

x	0	1	3	4
$f(x)$	0	2	-1	0

- اتمم جدول تغيرات الدالة f .

التمرين 08:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{-2x-1}{x+1}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (C) هو التمثيل البياني للدالة مقلوب

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن: $f(x) = -2 + \frac{1}{x+1}$

2. كيف يمكن إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقا من (C) .

3. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = f(|x|)$

أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f)

4. h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بالعلاقة: $h(x) = |f(x)|$

أ- أدرس إشارة العبارة f .

ب- أكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

التمرين 09:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 2x$

1. تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)^2 - 1$

2. هل الدالة f زوجية؟ فردية؟ برر اجابتك

3. اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) التمثيل البياني للدالة مربع.

4. وضح كيف يمكن رسم منحنيات الدوال التالية انطلاقا من (C_f) :

$$k(x) = f(x-2) \quad g(x) = f(x)+1, \quad h(x) = |f(x)|$$

التمرين 10:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x^2 - 4x$

(c_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = 2(x-1)^2 - 2$

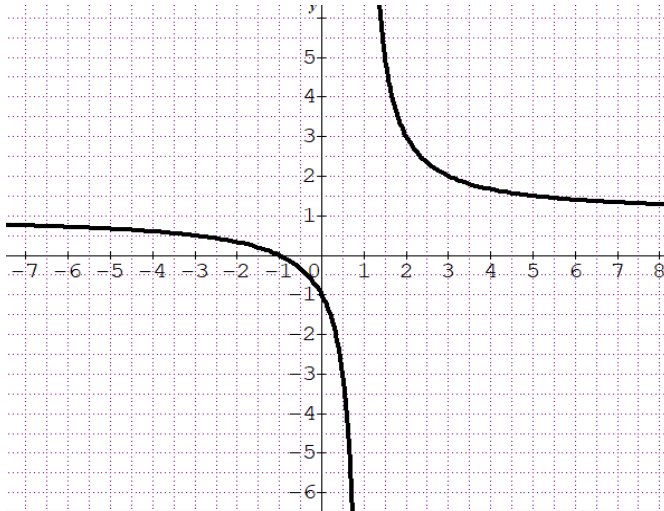
2. عين نقط تقاطع (c_f) مع حامي محور المعلم.

3. أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $x=1$ محور تناظر المنحني (c_f) .

4. انطلاقا من التمثيل البياني للدالة f كيف يمكن إنشاء منحنيات الدوال التالية: $f(x+1)$ ، $f(x+2)-3$



I. f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{ax+b}{x-1}$ و (C_f) منحنيا البياني الممثل للدالة f في الورقة المرفقة.



1. عين بيانيا $f(0)$ ، $f(-1)$

2. شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. بين أن: $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

II. نعتبر الدوال التالية معرفة كيلي:

$$h(x) = |f(x)| , k(x) = f(x+1) - 1 , g(x) = f(|x|)$$

1. أ- بين أن الدالة g زوجية.

ب- اشرح دون رسم كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) .

2. انطلاقا من (C_f) أنشئ المنحنيين (C_h) و (C_k) في نفس المعلم بألوان مختلفة

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

1. تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x) = (x-2)^2 - 1$

2. أرسم في معلم متعامد ومتجانس المنحنى (C) الممثل للدالة: $x \mapsto x^2$.

3. اشرح كيفية رسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f انطلاقا من المنحنى (C) في نفس المعلم.

4. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$

أ- بين أن g دالة زوجية

ب- أكتب عبارة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ج- ارسم المنحنى (C_g) باستعمال المنحنى (C_f) (مع الشرح)

نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{-3\}$ حيث: $f(x) = \frac{x+4}{x+3}$

(c_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

1. بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = a + \frac{b}{x+3}$ ، حيث a و b أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

2. بين أن: $f(x) = g(x+3) + 1$ علما أن g هي الدالة مقلوب.

3. كيف يمكن تمثيل منحنى البياني للدالة f انطلاقا من التمثيل البياني للدالة g .

4. عين إشارة الدالة f على مجموعة تعريفها.



5. لتكن الدالة h معرفة كإيلي: $h(x) = |f(x)|$

- انطلاقا من التمثيل البياني للدالة f ، كيف يمكن إنشاء منحنى الدالة h ؟

التمرين 14:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. عين عددين حقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ ، $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$.

2. برهن أن النقطة $A(-1; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

3. عين إحداثيتي نقطتي تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

4. كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_f) انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب

5. أنشئ (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

6. أدرس إشارة $f(x)$ على المجموعة $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$.

7. h دالة معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ: $h(x) = |f(x)|$

8. اشرح كيف نستنتج المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم أنشئه.



التمرين 15:

المنحنى (C_f) المرسوم في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $]-4, 3[$

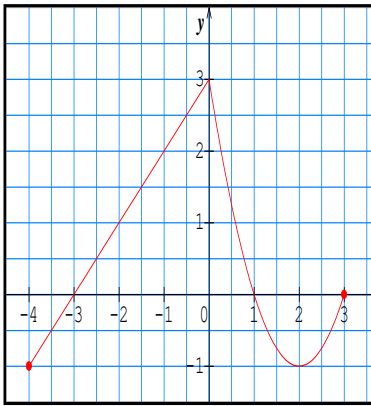
1. بقراءة بيانية عين صور كل من -2 ، 0 و 3 .

2. حل بيانيا المعادلتين التاليتين: (أ) $f(x) = -x + 1$ ، (ب) $f(x) = -x$.

3. حل بيانيا المتراجحتين التاليتين: (أ) $f(x) < 0$ ، (ب) $f(x) \geq -x + 1$.

4. شكل جدول تغيرات الدالة f .

5. مثل الدالتين g و h في نفس الشكل علما أن: $h(x) = f(-|x|)$ و $g(x) = |f(x)|$



التمرين 16:

أجب بصح أو خطأ مع التبرير:

إليك منحنى دالة f معرفة على المجال $[0; 4]$

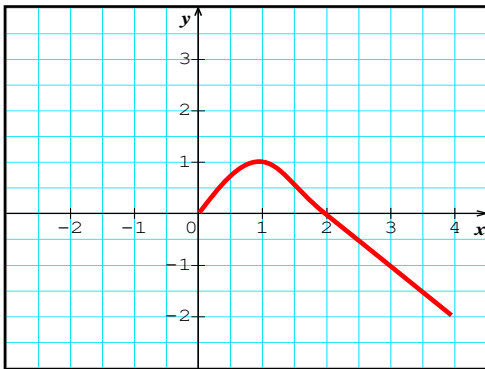
(1) f متزايدة على المجال $[0, 2]$

(2) f موجبة على المجال $[0, 2]$

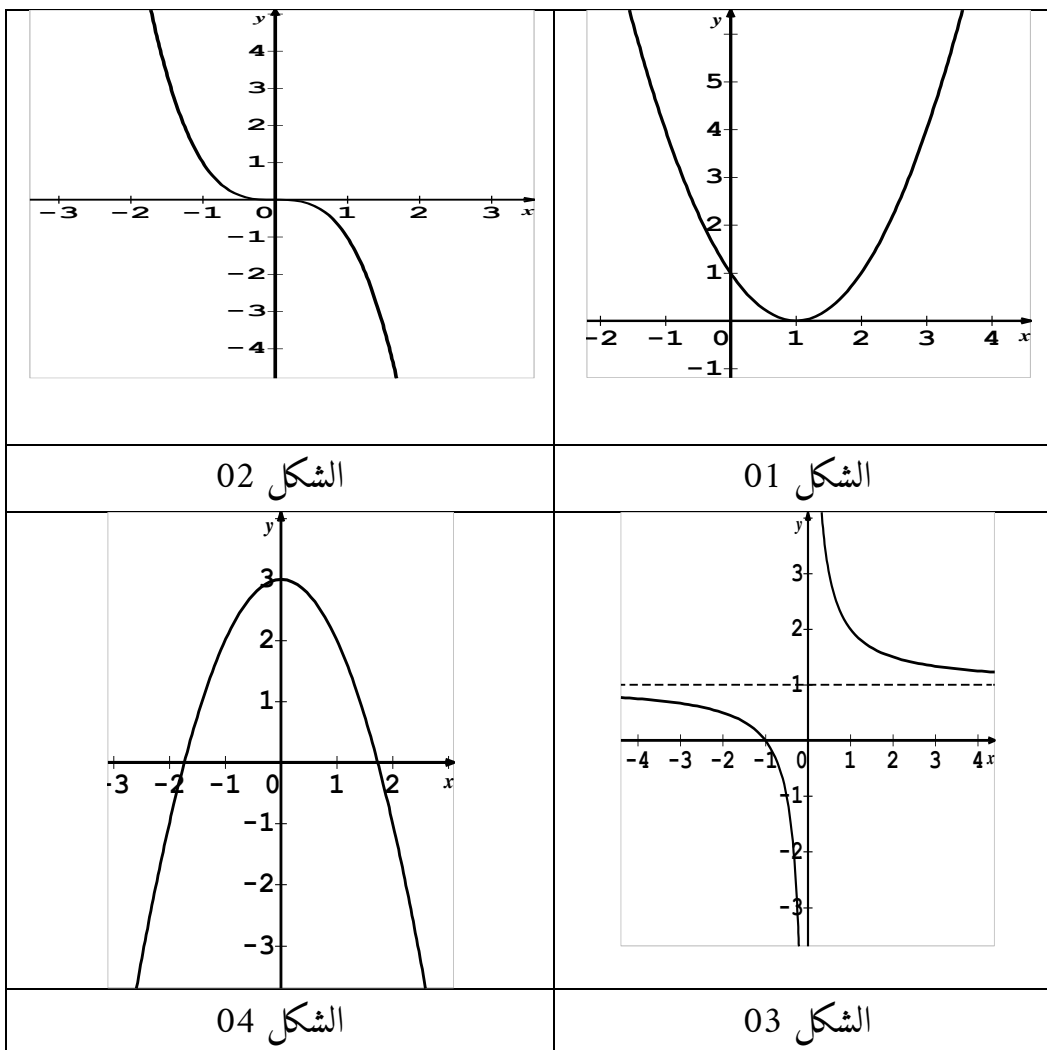
(3) f رتيبة تماما على المجال $[1, 3]$

(4) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين

(5) $f(x) = 4$ حل للمعادلة: (-2)



باستعمال الدوال المرجعية عين عبارة كل دالة من الدوال الممثلة بالمنحنيات التالية:



g ، f دالتان عدديتان لمتغير حقيقي x معرفتين كما يلي: $f(x) = x^2 + 2x$ ، $g(x) = 4x + 9$

1. تبين أن الدالة $(f+g)(x) = (x+3)^2$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 + 2x + 4x + 9 = x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

2. شرح كيفية رسم (C_{f+g}) انطلاقاً من (C) ثم رسمه

(C_{f+g}) هو صورة (C) التمثيل البياني للدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $-3i$

3. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^* - \{-2\}$ بالعلاقة: $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$

أ- تعيين عبارة الدالة h :

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^2 + 2x}{4x + 9}$$

ب- حساب صور العدد 2، ثم سابقة العدد 0 بالدالة h $f(2) = \frac{2^2 + 2 \times 2}{4 \times 2 + 9} = \frac{8}{17}$

$f(x) = 0$ تعني: $x^2 + 2x = 0$ ومنه: $x(x+2) = 0$ ومنه: $x = 0$ ، $x = -2$

4. تعيين عبارة الدالتين $g \circ f$ ، $f \circ g$ المعرفتين على $\mathbb{R}$.

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(x^2 + 2x) = 4(x^2 + 2x) + 9 = 4x^2 + 8x + 9$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(4x + 9) = (4x + 9)^2 + 2(4x + 9)$$

التمرين 02:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{5x+6}{x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1. تعيين العددين الحقيقيين a و b حيث: $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1} = \frac{a(x+1) + b}{x+1} = \frac{ax + a + b}{x+1}$$

بالمطابقة نجد: $\boxed{a=5}$ ، $a+b=6$ ومنه: $\boxed{b=1}$ إذا: $f(x) = 5 + \frac{1}{x+1}$

2. تبين أن النقطة $A(-1;5)$ مركز تناظر لـ (C_f) .

لدينا: $x \in D_f$ يعني: $x \neq -1$ ومنه: $-2-x \neq 1-2$ ومنه: $2\alpha-x \neq -1$ إذا: $(2\alpha-x) \in D_f$ ولدينا:

$$f(2\alpha-x) + f(x) = f(-2-x) + f(x)$$

ومنه A مركز تناظر للمنحنى (C_f)

$$\begin{aligned} &= 5 + \frac{1}{-2-x+1} + 5 + \frac{1}{x+1} = 10 + \frac{1}{-1-x} + \frac{1}{x+1} \\ &= 10 - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = 10 = 2\beta \end{aligned}$$

3. شرح كيفية رسم (C_f) انطلاقاً من التمثيل البياني للدالة مقلوب.

(C_f) هو صورة التمثيل البياني للدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $-i + 5j$

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{4x-5}{2x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. حساب صور الأعداد 1 ، -1 ، 2 بالدالة f .

$$f(1) = \frac{4(1)-5}{2(1)} = \frac{-1}{2} , \quad f(-1) = \frac{4(-1)-5}{2(-1)} = \frac{-9}{-2} = \frac{9}{2} , \quad f(2) = \frac{4(2)-5}{2(2)} = \frac{3}{4}$$

2. تعيين السوابق الممكنة للأعداد 0 ، 1 ، -1 .

$$\begin{aligned} f(x) = 0 & \text{ تعني: } \frac{4x-5}{2x} = 0 \text{ ومنه: } 4x-5=0 \text{ ومنه: } x = \frac{5}{4} \\ f(x) = 1 & \text{ تعني: } \frac{4x-5}{2x} = 1 \text{ ومنه: } 4x-5=2x \text{ ومنه: } 2x=5 \text{ ومنه: } x = \frac{5}{2} \\ f(x) = -1 & \text{ تعني: } \frac{4x-5}{2x} = -1 \text{ ومنه: } 4x-5=-2x \text{ ومنه: } 6x=5 \text{ ومنه: } x = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

3. تبين أن النقطة $D(0;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

لدينا: $x \in D_f$ يعني: $x \neq 0$ ومنه: $2\alpha - x \neq 0$ إذا: $(2\alpha - x) \in D_f$ ولدينا:

$$\begin{aligned} f(2\alpha - x) + f(x) &= f(-x) + f(x) \\ &= \frac{4(-x)-5}{2(-x)} + \frac{4x-5}{2x} \\ &= \frac{-4x-5}{-2x} + \frac{4x-5}{2x} \\ &= \frac{4x+5+4x-5}{2x} = \frac{8x}{2x} = 4 = 2\beta \end{aligned}$$

ومنه D مركز تناظر للمنحنى (C_f)

4. دراسة إشارة الدالة f على مجالات تعريفها.

x	$-\infty$	0	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$4x-5$	-	-	0	+
$2x$	-	0	+	+
$f(x)$	+	-	0	+

5. كيفية إنشاء منحنيات الدوال التالية: $g(x) = f(-x)$ ، $h(x) = -f(x)$ ، $L(x) = f(x+1)$ ، $T(x) = |f(x)|$ ، $k(x) = f(|x|)$

- (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل - (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الترتيب

- (C_L) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$

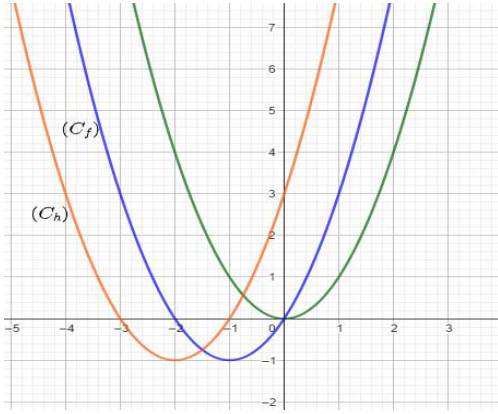
- لدينا: $T(x) = |f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} T(x) = f(x), & f(x) \geq 0 \\ T(x) = -f(x), & f(x) \leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_T) ينطبق على (C_f) لما $f(x) \in [0, +\infty[$ ،

(C_T) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x) \in]-\infty, 0]$

- لدينا: $k(x) = f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases} k(x) = f(x), x \geq 0 \\ k(x) = f(-x), x \leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_k) ينطبق على (C_f) لما $x \in [0, +\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة k دالة زوجية.

التمرين 04:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = (x+1)^2 - 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$



1. كيفية يمكن تمثيل منحنى الدالة f انطلاقاً من منحنى الدالة مربع. (C_f) هو صورة التمثيل البياني للدالة مربع بالانسحاب شعاعه $-\vec{i} - \vec{j}$
2. اثبات ان المنحنى (C_f) يقبل المستقيم ذي المعادلة $x = -1$ محور تناظر له. لدينا: $x \in D_f$ يعني: $x \in \mathbb{R}$ ومنه: $(2a-x) \in \mathbb{R}$ إذا: $(2a-x) \in D_f$ ولدينا: $f(2a-x) = f(-2-x) = (-2-x+1)^2 - 1 = (-1-x)^2 - 1 = (x+1)^2 - 1 = f(x)$ ومنه المستقيم ذي المعادلة $x = -1$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

3. شرح كيف يمكن إنشاء منحنيات الدوال h ، g ، k انطلاقاً من منحنى الدالة ثم ارسمهم

- (C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$
- (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{j}$
- (C_k) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{i} + \vec{j}$

التمرين 05:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$ فإن: $f(x) = 3 + \frac{1}{x-2}$
2. تفكيك الدالة f الى مركب دالتين مرجعتين يطلب تعيين كل منهما. $f = v \circ u$ حيث: $u(x) = x-2$ و $v(x) = 3 + \frac{1}{x}$
3. كيفية إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقاً من التمثيل البياني (C) للدالة مقلوب. (C_f) هو صورة (C) التمثيل البياني للدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{i} + 3\vec{j}$
4. g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بالعلاقة: $g(x) = f(|x|)$ أ- بين ان الدالة g دالة زوجية. لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقاً من المنحنى (C_f) .

لدينا: $g(x) = f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases} g(x) = f(x), x \geq 0 \\ g(x) = f(-x), x \leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in [0, +\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة g دالة زوجية.

التمرين 06:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$

1. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{3\}$ فإن: $f(x) = 2 + \frac{1}{x-3}$

$$2 + \frac{1}{x-3} = \frac{2(x-3)+1}{x-3} = \frac{2x-6+1}{x-3} = \frac{2x-5}{x-3} = f(x)$$

2. كيفية إنشاء المنحنى الدالة (C_f) انطلاقاً من (C) .

(C_f) هو صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $3i + 2j$

3. g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-3; 3\}$ بالعلاقة: $g(x) = f(|x|)$

أ- بين ان الدالة g دالة زوجية.

لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقاً من المنحنى (C_f) .

لدينا: $g(x) = f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases} g(x) = f(x), x \geq 0 \\ g(x) = f(-x), x \leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in [0, +\infty[$ ونكمل الرسم

بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة g دالة زوجية.

4. h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بالعلاقة: $h(x) = |f(x)|$

أ- أدرس إشارة العبارة h .

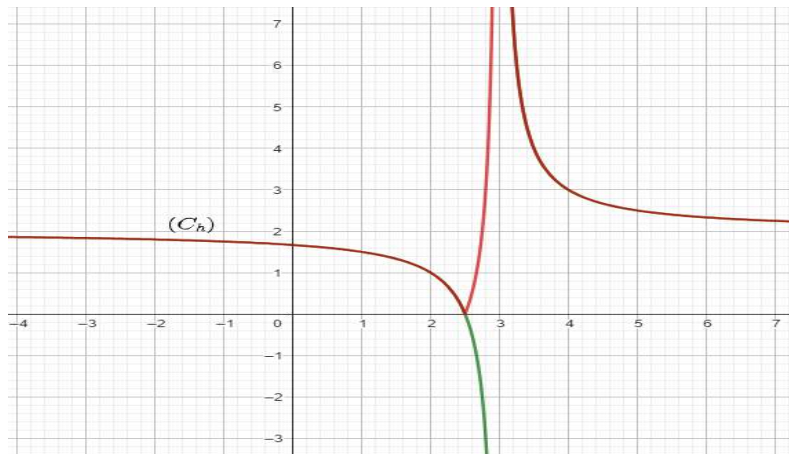
x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	3	$+\infty$
$2x-5$	-	0	+	+
$x-3$	-	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	+

ب- أكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

لدينا: $h(x) = |f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} h(x) = f(x), f(x) \geq 0 \\ h(x) = -f(x), f(x) \leq 0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} h(x) = f(x), x \in]-\infty, \frac{5}{2}] \cup [3, +\infty[\\ h(x) = -f(x), x \in [\frac{5}{2}, 3[\end{cases}$

ج- شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقاً من (C_f) ثم أرسمه.

(C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in]-\infty, \frac{5}{2}] \cup [3, +\infty[$ ، (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $x \in [\frac{5}{2}, 3[$



التمرين 07:

لتكن f دالة فردية حيث: جزء من جدول تغيراتها يكون من الشكل، إتمام جدول تغيرات الدالة f

x	-4	-3	-1	1	3	4
$f(x)$	0	1	-2	2	-1	0

التمرين 08:

• لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{-2x-1}{x+1}$

1. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن: $f(x) = -2 + \frac{1}{x+1}$

$$-2 + \frac{1}{x+1} = \frac{-2(x+1)+1}{x+1} = \frac{-2x-1}{x+1} = f(x)$$

2. كيفية إنشاء المنحنى (C_f) انطلاقاً من (C) : (C_f) هو صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j} - 2\vec{i}$

3. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = f(|x|)$

أ- بين أن الدالة g دالة زوجية.

لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقاً من المنحنى (C_f) .

لدينا: $g(x) = f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases} g(x) = f(x), & x \geq 0 \\ g(x) = f(-x), & x \leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in [0, +\infty[$ ونكمل الرسم

بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة g دالة زوجية.

4. h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بالعلاقة: $h(x) = |f(x)|$

أ- أدرس إشارة العبارة f .

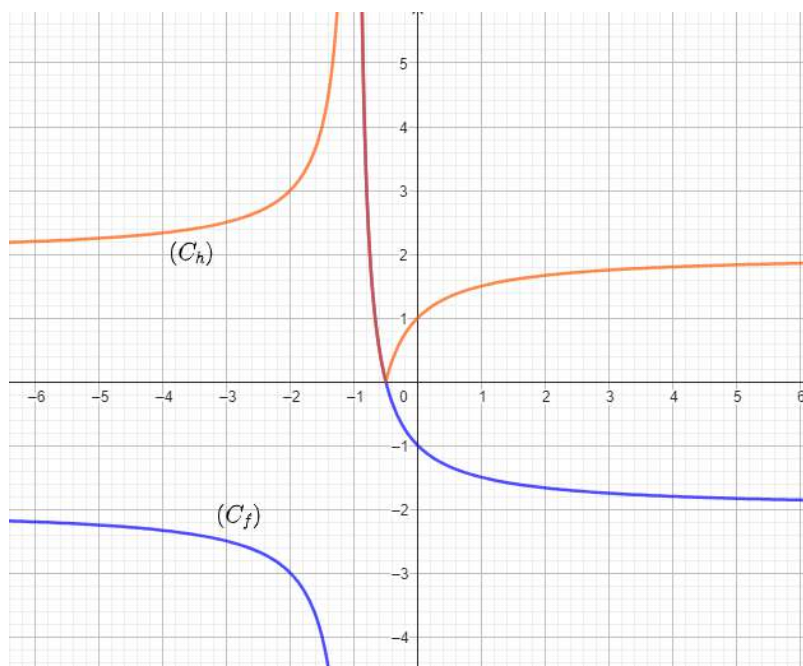
x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-2x-1$	+	+	0	-
$x+1$	-	0	+	+
$f(x)$	-	+	0	-

ب- أكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

$$\begin{cases} h(x) = f(x), x \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right] \\ h(x) = -f(x), x \in \left]-\infty, -1\right[\cup \left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[\end{cases} \quad \text{ومنه:} \quad \begin{cases} h(x) = f(x), f(x) \geq 0 \\ h(x) = -f(x), f(x) \leq 0 \end{cases} \quad \text{ومنه:} \quad h(x) = |f(x)|$$

ج- شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقاً من (C_f) ثم أرسمه.

(C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$ ، (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $x \in \left]-\infty, -1\right[\cup \left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$



التمرين 09:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 2x$

1. التحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)^2 - 1$

$$(x-1)^2 - 1 = x^2 - 2x + 1 - 1 = x^2 - 2x = f(x)$$

2. الدالة f لا زوجية ولا فردية لان:

$$\text{لدينا: من أجل كل } x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R} \quad \text{و:} \quad f(-x) = (-x)^2 - 2(-x) = x^2 + 2x$$

$$\text{ومنه:} \quad f(-x) \neq f(x) \quad \text{و} \quad f(-x) \neq -f(x)$$

3. اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاقاً من (C) التمثيل البياني للدالة مربع.

(C_f) صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j} - \vec{i}$

4. كيفية رسم منحنيات الدوال التالية انطلاقاً من (C_f) :

- لدينا: $h(x) = |f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} h(x) = f(x), f(x) \geq 0 \\ h(x) = -f(x), f(x) \leq 0 \end{cases}$ ومنه:

(C_h) ينطبق على (C_f) لما $f(x) \geq 0$ ، (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x) \leq 0$

- (C_g) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j}$

- (C_k) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{i}$

التمرين 10:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x^2 - 4x$

1. التبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = 2(x-1)^2 - 2$

$$2(x-1)^2 - 2 = 2(x^2 - 2x + 1) - 2 = 2x^2 - 4x + 2 - 2 = f(x)$$

2. تعيين نقط تقاطع (C_f) مع حامي محور المعلم.

أ- مع محور الفواصل: $f(x) = 0$ تعني: $2x^2 - 4x = 0$ ومنه $x(2x-4) = 0$ ومنه: $x=0$ ، $x=2$

ب- مع محور الترتيب: $f(0) = 2(0)^2 - 4(0) = 0$

ومنه نقط تقاطع (C_f) مع حامي محور المعلم هي: $(0,0)$ ، $(2,0)$

3. اثبات أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $x=1$ محور تناظر المنحنى (C_f) .

لدينا: $x \in D_f$ يعني: $x \in \mathbb{R}$ ومنه: $(2\alpha - x) \in \mathbb{R}$ إذا: $(2\alpha - x) \in D_f$

$$f(2\alpha - x) = f(2 - x) = 2(2 - x - 1)^2 - 2 = 2(1 - x)^2 - 2 = 2(x - 1)^2 - 2 = f(x)$$

ومنه المستقيم ذي المعادلة $x=1$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

4. انطلاقاً من التمثيل البياني للدالة f كيف يمكن إنشاء (C_h) ، (C_k) :

(C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$

(C_k) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-2\vec{i} - 3\vec{j}$

التمرين 11:

I. f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{ax+b}{x-1}$ و (C_f) منحنيا البياني الممثل للدالة f في الورقة المرفقة.

1. تعيين الصورتين بيانياً: $f(0) = -1$ ، $f(-1) = 0$

2. جدول التغيرات:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

3. تبين أن: $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$



$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{ : إذا } \begin{cases} b=1 \\ a=b=1 \end{cases} \text{ ومنه : } \begin{cases} -b=-1 \\ -a+b=0 \\ -2 \end{cases} \text{ ومنه : } \begin{cases} \frac{a \cdot 0 + b}{0-1} = -1 \\ \frac{a \cdot (-1) + b}{-1-1} = 0 \end{cases} \text{ ومنه : } \begin{cases} f(0) = -1 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \text{ لدينا : } f(x) = \frac{ax+b}{x-1} \text{ و } \begin{cases} f(0) = -1 \\ f(-1) = 0 \end{cases}$$

II. نعتبر الدوال التالية معرفة كإيلي: $h(x) = |f(x)|$ ، $k(x) = f(x+1) - 1$ ، $g(x) = f(|x|)$.
1. أ- بين أن الدالة g زوجية.

لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقاً من المنحنى (C_f) .

لدينا: $g(x) = f(|x|)$ ومنه: $\begin{cases} g(x) = f(x), x \geq 0 \\ g(x) = f(-x), x \leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in [0, +\infty[$ ونكمل الرسم

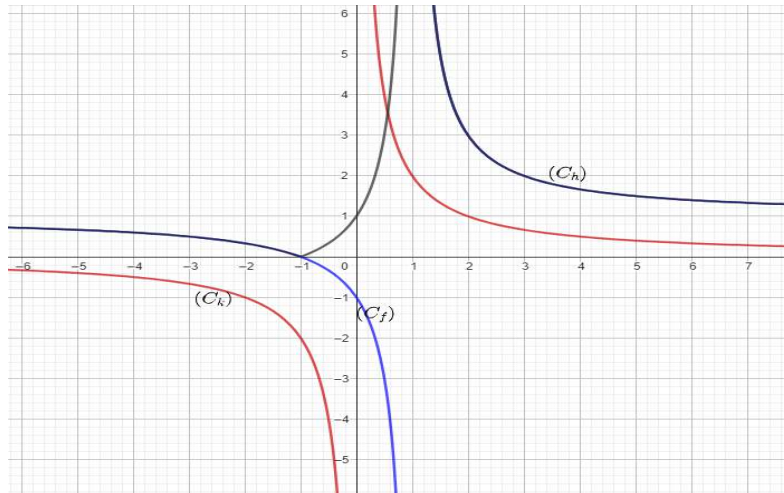
بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة g دالة زوجية.

2. انطلاقاً من (C_f) أنشئ المنحنيين (C_h) و (C_k) في نفس المعلم بألوان مختلفة

(C_k) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i} - \vec{j}$

- لدينا: $h(x) = |f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} h(x) = f(x), f(x) \geq 0 \\ h(x) = -f(x), f(x) \leq 0 \end{cases}$ ومنه:

(C_h) ينطبق على (C_f) لما $f(x) \geq 0$ ، (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x) \leq 0$



التمرين 12:

• f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

1. التحقق أن: $f(x) = (x-2)^2 - 1$

$$(x-2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3 = f(x)$$

2. رسم في معلم متعامد ومتجانس المنحنى (C) الممثل للدالة: $x \mapsto x^2$.

3. شرح كيفية رسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f انطلاقاً من المنحنى (C) :

(C_f) هو صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{i} - \vec{j}$

4. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$

أ- بين أن g دالة زوجية



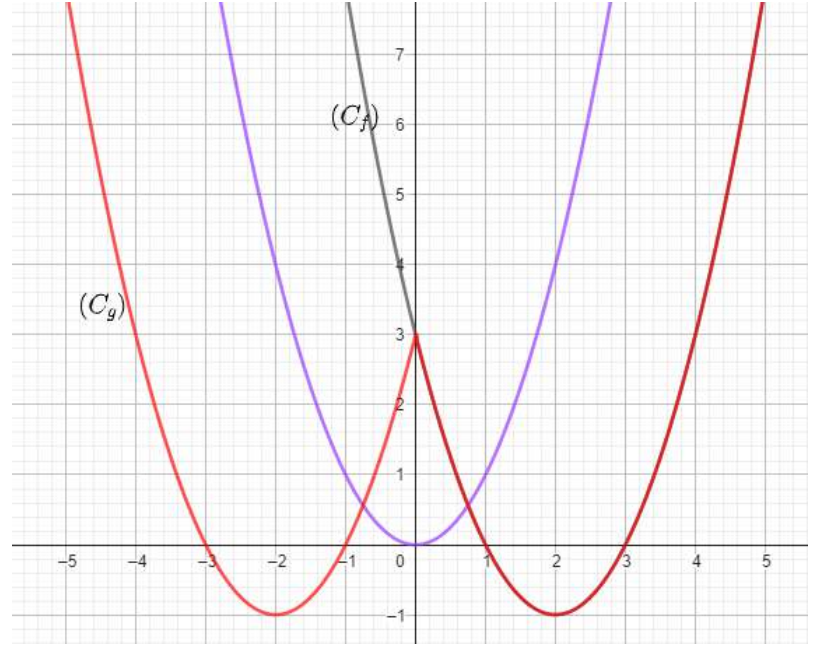
لدينا: D_g متناظر بالنسبة للصفر و: $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$ ومنه الدالة g دالة زوجية

ب- كتابة عبارة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$$\begin{cases} g(x) = f(x), & x \geq 0 \\ g(x) = f(-x), & x \leq 0 \end{cases} \text{ لدينا: } g(x) = f(|x|) \text{ ومنه:}$$

ج- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f) .

(C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in [0, +\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة g دالة زوجية.



التمرين 13:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-3\}, \quad f(x) = \frac{x+4}{x+3}$$

1. تبين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = a + \frac{b}{x+3}$ ، حيث a و b أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

$$f(x) = a + \frac{b}{x+3} = \frac{a(x+3)+b}{x+3} = \frac{ax+3a+b}{x+3}$$

$$\text{بالمطابقة نجد: } \begin{cases} a=1 \\ 3a+b=4 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \text{ إذا: } f(x) = 1 + \frac{1}{x+3}$$

2. تبين أن: $f(x) = g(x+3) + 1$ علما أن g هي الدالة مقلوب.

$$\text{لدينا: } g(x) = \frac{1}{x} \text{ ومنه: } g(x+3) + 1 = \frac{1}{x+3} + 1 = f(x)$$

3. كيفية يمكن تمثيل منحنى البياني للدالة f انطلاقا من التمثيل البياني للدالة g .

(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه: $-3\vec{i} + \vec{j}$



4. تعيين إشارة الدالة f على مجموعة تعريفها.

x	$-\infty$	-4	-3	$+\infty$
$x+4$	$-$	0	$+$	$+$
$x+3$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

5. لتكن الدالة h معرفة كمايلي: $h(x) = |f(x)|$

- انطلاقا من التمثيل البياني للدالة f ، كيفية إنشاء منحنى الدالة h

$$\left\{ \begin{array}{l} h(x) = f(x), x \in]-\infty, -4] \cup]-3, +\infty[\\ h(x) = -f(x), x \in [-4, -3[\end{array} \right. \text{ ومنه: } \left\{ \begin{array}{l} h(x) = f(x), f(x) \geq 0 \\ h(x) = -f(x), f(x) \leq 0 \end{array} \right. \text{ لدينا: } h(x) = |f(x)| \text{ ومنه:}$$

ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in]-\infty, -4] \cup]-3, +\infty[$ ، (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $x \in [-4, -3[$

التمرين 14:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$

1. تعيين عددين حقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$: $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$.

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1} = \frac{a(x+1)+b}{x+1} = \frac{ax+a+b}{x+1}$$

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x+1} \text{ إذا: } \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} a=2 \\ a+b=3 \end{cases} \text{ بالمطابقة نجد:}$$

2. برهن أن النقطة $A(-1; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

لدينا: $x \in D_f$ يعني: $x \neq -1$ ومنه: $-2-x \neq 1-2$ ومنه: $2\alpha-x \neq -1$ إذا: $(2\alpha-x) \in D_f$ ولدينا:

$$f(2\alpha-x) + f(x) = f(-2-x) + f(x)$$

$$= 2 + \frac{1}{-2-x+1} + 2 + \frac{1}{x+1}$$

$$= 4 + \frac{1}{-1-x} + \frac{1}{x+2}$$

$$= 4 - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = 4 = 2\beta$$

ومنه A مركز تناظر للمنحنى (C_f)

3. تعيين إحداثيتي نقطتي تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

أ- مع محور الفواصل: $f(x) = 0$ تعني: $2x+3=0$ ومنه $x = -\frac{3}{2}$

ب- مع محور الترتيب: $f(0) = \frac{2(0)+3}{0+3} = 1$

ومنه نقط تقاطع (C_f) مع حامي محور المعلم هي: $(0, 1)$ ، $(-\frac{3}{2}, 0)$

4. كيفية إنشاء المنحنى (C_f) انطلاقا من منحنى الدالة "مقلوب"

(C_f) هو صورة منحنى الدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j} + 2\vec{i}$





5. دراسة إشارة $f(x)$ على المجموعة $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$.

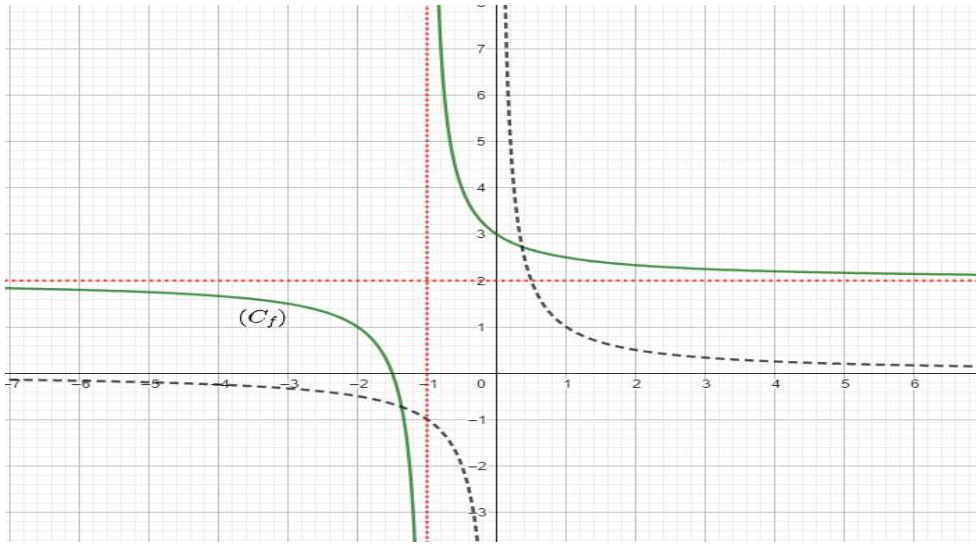
x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	-1	$+\infty$
$2x+3$	-	0	+	+
$x+1$	-	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	+

6. h دالة معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ: $h(x) = |f(x)|$

- شرح كيف نستنتج المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم أنشئه.

$$\begin{cases} h(x) = f(x), x \in]-\infty, -\frac{3}{2}] \cup]-1, +\infty[\\ h(x) = -f(x), x \in [-\frac{3}{2}, -1[\end{cases} \quad \text{ومنه: } \begin{cases} h(x) = f(x), f(x) \geq 0 \\ h(x) = -f(x), f(x) \leq 0 \end{cases}$$

ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in]-\infty, -\frac{3}{2}] \cup]-1, +\infty[$ ، (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $x \in [-\frac{3}{2}, -1[$



التمرين 15:

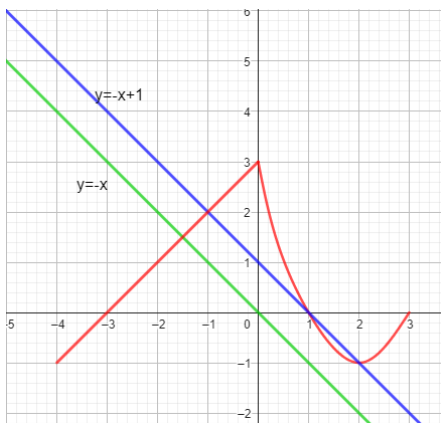
المنحنى (C_f) المرسوم في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $[-4, 3]$.

1. تعيين صور الأعداد:

$$f(3) = 0, f(0) = 3, f(-2) = 1$$

2. الحل البياني للمعادلتين:

أ) $f(x) = -x + 1$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم الذي معادلته $y = -x + 1$ ومنه: $S = \{-1, 1, 2\}$



ب) $f(x) = -x$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم الذي معادلته $y = -x$ ومنه: $S = \{-1.5\}$

3. الحل البياني للمتراجعتين:

(أ) $f(x) < 0$ هي فواصل المنحنى (C_f) التي تقع تحت محور الفواصل ومنه: $S =]-4, -3[\cup]1, 3[$

(ب) $f(x) \geq -x+1$ هي فواصل المنحنى (C_f) التي تقع فوق المستقيم الذي $y = -x+1$ معادلة له ومنه: $S =]-1, 1[\cup]2, 3[$

4. جدول تغيرات الدالة f .

x	-4	0	2	3
$f(x)$	-1	3	-1	0

5. مثل الدالتين g و h في نفس الشكل علما أن: $h(x) = f(-|x|)$ و $g(x) = |f(x)|$

لدينا: $h(x) = f(-|x|)$ ومنه: $\begin{cases} h(x) = f(-x), & x \geq 0 \\ h(x) = f(x), & x \leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_h) ينطبق على (C_f) لما $x \in]-\infty, 0]$ ونكمل الرسم

بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة h دالة زوجية.

- لدينا: $g(x) = |f(x)|$ ومنه: $\begin{cases} g(x) = f(x), & f(x) \geq 0 \\ g(x) = -f(x), & f(x) \leq 0 \end{cases}$ ومنه: (C_g) ينطبق على (C_f) لما $f(x) \in [0, +\infty[$ ،

(C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x) \in]-\infty, 0]$

التمرين 16:

الإجابة بصح أو خطأ مع التبرير:

1. خ لأن: f متزايدة على المجال $[0, 1]$ ومتناقصة على المجال $[1, 2]$

2. ص.

3. ص لأن: f متناقصة على المجال $[1, 3]$

4. ص لأن: المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين هما $x_1 = 0$ ، $x_2 = 2$

5. خ لأن: $f(x) = 4$ لا تقبل حلا

التمرين 17:

تعيين عبارة كل دالة:

الشكل 01: (C) هو صورة التمثيل البياني لمنحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$ ومنه: $f(x) = (x-1)^2$

الشكل 02: (C) هو ضرب تراتيب الدالة مكعب في العدد (-1) ومنه: $f(x) = -x^3$

الشكل 03: (C) هو صورة التمثيل البياني للدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j}$ ومنه: $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$

الشكل 04: (C) نحصل عليه بضرب تراتيب التمثيل البياني لمنحنى الدالة مربع ثم انسحاب شعاعه $3\vec{j}$ ومنه: $f(x) = -x^2 + 3$