



نوفمبر 2024

المستوى: الثانية رياضيات

المدة: 2 سا

فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين 1(I) لتكن الدالة f المعرفة $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x}{x-1}$ (1) تحقق أن من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $(f \circ f)(x) = x$ ثم استنتج $(f \circ f \circ f)(2)$ (II) ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (1) من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$ (2) فكك الدالة f الى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما.(3) باستعمال اتجاه تغير مركب دالتين، بين ان الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$.
ثم شكل جدول تغيراتها.(4) من اجل $(2-x)$ من $\mathbb{R} - \{1\}$ تحقق ان : $f(2-x) + f(x) = 2$. فسر النتيجة هندسيا.(5) استنتج انه يمكن انشاء (C_f) انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب، ثم انشئه.(6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$: $h(x) = |f(x)|$. (C_h) منحناها البياني في المعلم السابق.
(أ) اكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.(ب) اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئه في المعلم السابق.التمرين 2ليكن $P(x) = (\alpha + 5)x^4 + (\alpha + 1)x^2 + 3\alpha + 5$ كثير حدود معرف بـ :(1) عين العدد α حتى يكون $P(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية.(2) عين العدد α حتى يكون العدد $\sqrt{2}$ جذرا لـ $P(x)$.(3) هل توجد قيمة للعدد α حتى يكون $P(x)$ كثير حدود معدوم ؟ برر(4) نضع $\alpha = -3$ (أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$ ثم ادرس إشارة $P(x)$ (ب) استنتج حلول المترابحة : $-\frac{4}{x^4} > -2 + \frac{2}{x^2}$ و اشارة العدد $P(\frac{2024}{1446})$

بالتوفيق.

تصحيح

التمرين الأول:

f دالة معرفة على $R - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x}{x-1}$

أ- التحقق أن من أجل $x \in R - \{1\}$

$$(f \circ f)(x) = x$$

$$(f \circ f)(x) = x \quad = f[f(x)] = \frac{f(x)}{f(x)-1}$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1} = \frac{x}{x-1} \times \frac{x-1}{1}$$

$$= x$$

استنتاج $(f \circ f \circ f)(2)$:

$$(f \circ f \circ f)(2) = ((f \circ f)[f(2)])$$

$$= (f \circ f)(2) = 2$$

II - 1- تعيين العددين الحقيقيين a و b :

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x-1} : R - \{1\} \text{ من } x \text{ ومنه من أجل كل } x \text{ } b=1, a=1$$

2- تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين u و v :

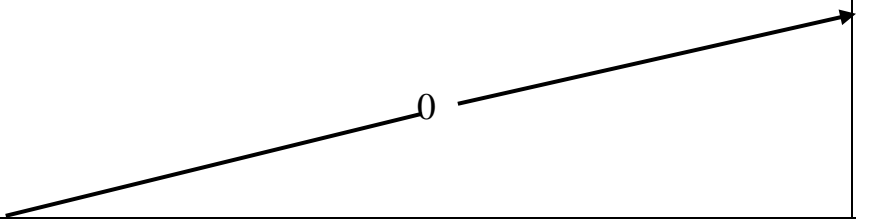
$$f(x) = (u \circ v)(x) \quad \text{نضع :}$$

$$\begin{cases} U(x) = 1 + \frac{1}{x} ; Du = R^* \\ V(x) = x - 1 ; Dv = R \end{cases} \quad \text{حيث :}$$

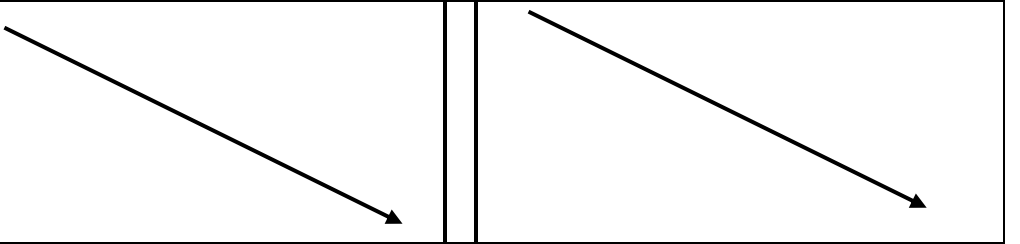
$$Df = R - \{1\}$$

3- تبين أن الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty ; 1[$ و $]1 ; +\infty[$:

جدول تغيرات الدالة V :

x	1	$+\infty$ $-\infty$
$V(x)$		

جدول التغيرات الدالة U :

x	0	$+\infty$ $-\infty$
$U(x)$		

الدالة U متزايدة تماما على $]-\infty ; +1[$

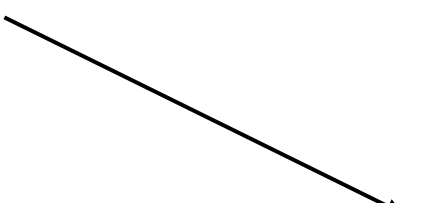
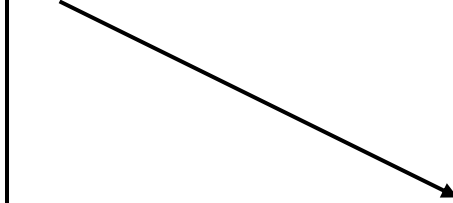
الدالة V متناقصة تماما على $]-\infty ; 0[$

إذا الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty ; +1[$

الدالة V متزايدة تماما على المجال $]1 ; +\infty[$ و الدالة U متناقصة تماما على $]0 ; +\infty[$ و منه f

متناقصة تماما على $]1 ; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة f :

x	1		$+\infty$
			$-\infty$
f(x)			

-4 لدينا

R-{1} :

$(2-x) \in$

$$f(2-x) + f(x) = 2$$

إذن : $(1,1)$ مركز تناظر ل (Cf)

-5 استنتج أنه يمكن رسم (Cf) إنطلاقاً من منحنى الدالة مقلوب نضع : $K(x) = \frac{1}{x}$

لدينا :

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x-1}$$

$$f(x) = K(x-1) + 1$$

إذن (Cf) هو صورة منحنى الدالة المقلوب بإنسحاب شعاعه $V\left(\frac{1}{1}\right)$

$$h(x) = |f(x)| \quad -6$$

$$H(x) = \begin{cases} f(x); x \in]-\infty, 0] \cup]1, +\infty[\\ -f(x); x \in]0; 1[\end{cases}$$

7- المنحنى (Ch) ينطبق على (Cf) في المجال $]-\infty, 0] \cup]1, +\infty[$

المنحنى (Ch) يناظر (Cf) في $]0, 1[$ بالنسبة إلى محور الفواصل .

التمرين الثاني :

$$P(x) = (\alpha + 5)x^4 + (\alpha + 1)x^2 + 3\alpha + 5$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + 5 = 0 \\ \text{و} \\ \alpha + 1 \neq 0 \end{array} \right\} \quad -1 \text{ P(x) كثير حدود من الدرجة الثانية إ.ف إ كان :}$$

$$\text{منه : } \alpha = -5$$

-2

$$\sqrt{2} \text{ جذرا لـ } P(x) \text{ معناه : } P(\sqrt{2}) = 0$$

أي :

$$(\alpha + 5)(\sqrt{2})^4 + (\alpha + 1)(\sqrt{2})^2 + 3\alpha + 5 = 0$$

$$4(\alpha + 5) + 2(\alpha + 1) + 3\alpha + 5 = 0 \quad \text{أي :}$$

$$9\alpha + 27 = 0$$

$$\text{و منه } \alpha = -3$$

-3 P(x) كثير الحدود معدوم معناه كل معاملاته معدومة أي :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = -5 \\ \text{و} \\ \alpha = -1 \\ \text{و} \\ \alpha = -5/3 \end{array} \right\} \text{ منه } \left\{ \begin{array}{l} \alpha + 5 = 0 \\ \text{و} \\ \alpha + 1 = 0 \\ \text{و} \\ 3\alpha + 5 = 0 \end{array} \right.$$

أي : لا توجد قيمة للعدد α حتى يكون $P(x)$ كثير حدود معدوم

4- نضع : $\alpha = -3$
 أ- $P(x) = 0$ معناه $2x^4 - 2x^2 - 4 = 0$
 $x^4 - x^2 - 2 = 0$

يعني : $\left\{ \begin{array}{l} t^2 - t - 2 = 0 \\ \text{و} \\ t = x \end{array} \right.$

إذن $\Delta = 9$ $\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 2 \\ t_2 = -1 \end{array} \right.$

لما $t_1 = 2$ فإن $x^2 = 2$ منه $\left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{2} \\ \text{أو} \\ x = -\sqrt{2} \end{array} \right.$

لما $t_2 = -1$ فإن $x^2 = -1$ (مستحيلة)

إذن : $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

$P(x) = (x^2 - 2)(x^2 + 1)$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$+\sqrt{2}$	$+\infty$
$x^2 - 2$	+	0	0	+
$x^2 + 1$	+	+	+	+
$P(x)$	+	0	0	+

ب- $-\frac{4}{x^4} > -2 + \frac{2}{x^2}$ تكافئ بـ $x^4 - x^2 - 2 > 0$

أي : $x \in]-\infty; -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}; +\infty[$

لأن $P\left(\frac{2024}{1446}\right) < 0$

$\frac{2024}{1446} \in]-\sqrt{2}; \sqrt{2}[$