

الفرض المحروس للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المدة : 01 ساعة ⌚      الأستاذة : مرواني.ن      اليوم : 2021/11/02

التمرين الأول:

$g$  دالة لمتغير حقيقي  $x$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بالشكل :  $g(x) = x^3 + (\gamma + 1)x^2 - x + \gamma + 7$

① عين قيمة  $\gamma$  حتى يكون  $(-1)$  جذر لكثير الحدود  $g(x)$ .

② من أجل  $\gamma = -4$

(ا) بين أن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $g(x) = (x+1)Q(x)$  حيث  $Q(x)$  كثير حدود يطلب تعيينه.

(ب) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $g(x) = 0$ .

(ج) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $g(x) > 0$ .

(د) إستنتج في  $\mathbb{R}$  حلول المعادلة التالية :  $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$ .

التمرين الثاني:

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  بـ :  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  كما هو موضح في الوثيقة المرافقة.

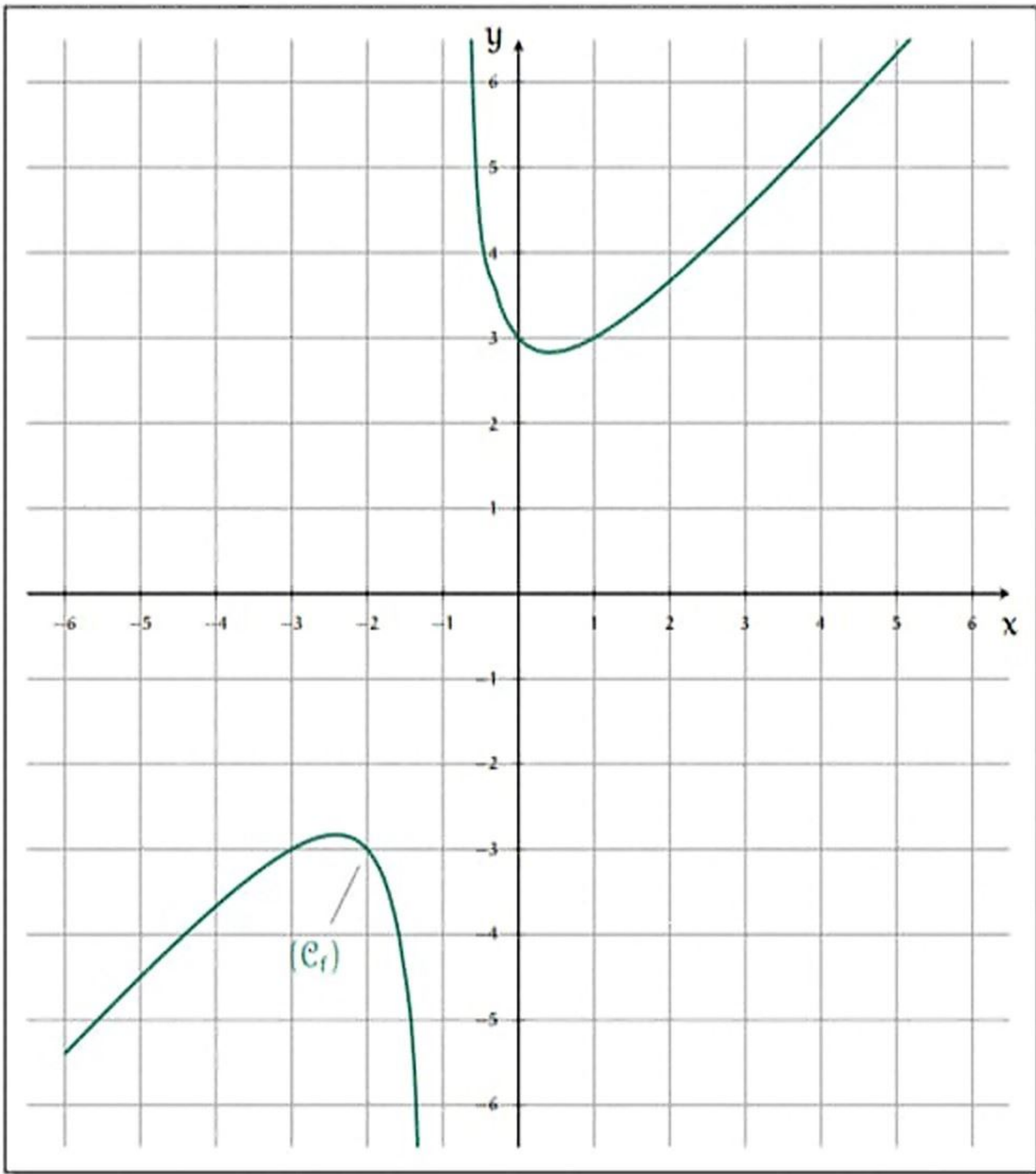
① إشرح طريقة رسم منحنى الدالة  $h$  حيث  $h(x) = -|f(x)|$  ثم أرسمه على الوثيقة المرافقة.

② نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بـ :  $g(x) = \frac{x^2 + 2|x| + 3}{|x| + 1}$ ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(ا) عين  $D_g$

(ب) بين أن الدالة  $g$  زوجية.

(ج) إشرح كيفية رسم  $(C_g)$  إنطلاقا من  $(C_f)$  ثم أرسمه على الوثيقة المرافقة.



## تصحيح الفرض الأول مادة الرياضيات

### التمرين (1)

$$g(x) = x^3 + (\gamma + 1)x^2 - x + \gamma + 7$$

1 **تعيين قيمة  $\gamma$  حتى يكون  $(-1)$  جذر لكثير الحدود  $g(x)$  :**

$(-1)$  جذر لكثير الحدود  $g(x)$  معناه  $g(-1) = 0$  حيث

$$g(-1) = (-1)^3 + (\gamma + 1)(-1)^2 - (-1) + \gamma + 7$$

$$g(-1) = -1 + \gamma + 1 + 1 + 7$$

$$g(-1) = 2\gamma + 8$$

و منه نستنتج أن  $2\gamma + 8 = 0$  أي  $\gamma = -4$

2 **من أجل  $\gamma = -4$  فإن  $g(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$**

(أ) **تعيين  $Q(x)$  :**

باستعمال القسمة الإقليدية نجد

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x^2 - x + 3 & x + 1 \\ -x^3 - x^2 & \hline -4x^2 - x & \\ 4x^2 + 4x & \hline 3x + 3 & \\ -3x - 3 & \hline 0 & \end{array}$$

و منه  $Q(x) = x^2 - 4x + 3$  و  $g(x) = (x + 1)(x^2 - 4x + 3)$

(ب) **حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $g(x) = 0$  :**

$g(x) = 0$  تكافئ  $x + 1 = 0$  (جذر لـ  $g(x)$ ) أو  $x^2 - 4x + 3 = 0$

بحساب المميز نجد

حساب  $\Delta$  :

$\Delta > 0$  إذا للمعادلة حلان مختلفان هما

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{4 + 2}{2}$$

$$x_2 = 3$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{4 - 2}{2}$$

$$x_1 = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(-3)$$

$$\Delta = 16 - 12$$

$$\Delta = 4$$

و منه حلول المعادلة  $g(x) = 0$  هي  $S' = \{-1; 1; 3\}$

(ج) **حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $g(x) > 0$  :**

| $x$            | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |     |     |
|----------------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $x + 1$        | $-$       | $0$  | $+$ | $+$ | $+$       |     |     |
| $x^2 - 4x + 3$ | $+$       | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |     |
| $g(x)$         | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |

وبالتالي حلول المتراجحة هي :  $x \in ]-1; 1[ \cup ]3; +\infty[$

(د) **إستنتاج حلول المعادلة  $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$  :**

نلاحظ أن  $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = (x^2)^3 - 3(x^2)^2 - x^2 + 3$  بوضع  $X = x^2$  فالمعادلة  $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$  تكافئ  $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$

حيث حلول المعادلة  $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$  هي  $S' = \{-1; 1; 3\}$

لما  $X = 1$  أي  $x^2 = 1$  تكافئ  $x = 1$  أو  $x = -1$

لما  $X = 3$  أي  $x^2 = 3$  تكافئ  $x = \sqrt{3}$  أو  $x = -\sqrt{3}$

لما  $X = -1$  أي  $x^2 = -1$  (غير محققة في  $\mathbb{R}$ )

و منه حلول المعادلة  $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$  هي  $S' = \{-1; 1; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$

## التمرين (2)

1 شرح طريقة رسم منحنى الدالة  $h$  :

$$h(x) = -|f(x)| = \begin{cases} -f(x) ; f(x) \geq 0 \\ f(x) ; f(x) \leq 0 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} -f(x) ; x \in ]-1; +\infty[ \\ f(x) ; x \in ]-\infty; -1[ \end{cases} \quad \text{أي}$$

لما  $x \in ]-1; +\infty[$ ،  $(C_h)$  و  $(C_f)$  متناظران بالنسبة لمحور الفواصل

لما  $x \in ]-\infty; -1[$ ،  $(C_h)$  ينطبق على  $(C_f)$

$$g(x) = \frac{x^2 + 2|x| + 5}{|x| + 1} \quad 2$$

( ) تعيين  $D_g$  :

$$D_g = \{x/|x| + 1 \neq 0\}$$

$$D_g = \{x/|x| \neq -1\}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

إثبات أن الدالة  $g$  زوجية :

من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  فإن  $-x \in \mathbb{R}$  أي متناظرة بالنسبة للصفر حيث نلاحظ أن  $g(x) = f(|x|)$

$$g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x) \quad \text{ومنه}$$

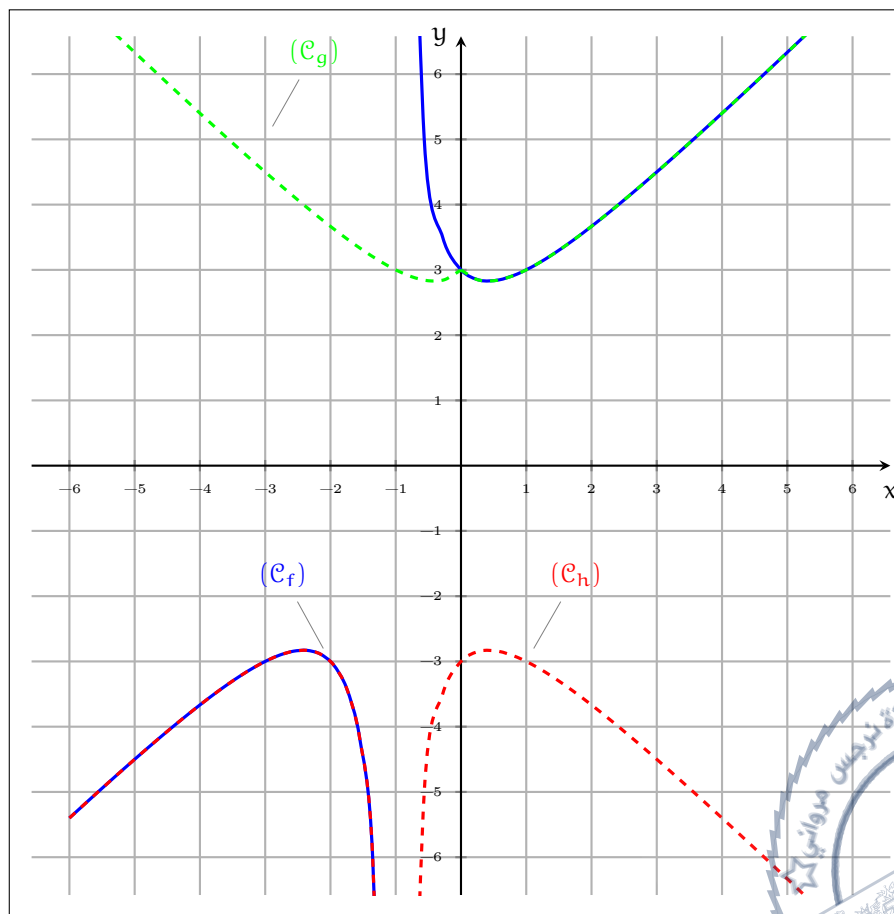
إذن الدالة  $g$  زوجية

كيفية رسم  $(C_g)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  :

$$g(x) = \begin{cases} f(x) ; x \geq 0 \\ f(-x) ; x \leq 0 \end{cases}$$

لما  $x \in [0; +\infty[$ ،  $(C_g)$  ينطبق على  $(C_f)$

لما  $x \in ]-\infty; 0]$ ،  $(C_g)$  نظير  $(C_f)$  بالنسبة لمحور الترتيب لأنها دالة زوجية



profmerouani

0770349020

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات  
merouaninardjiss@gmail.com