

التمرين الأول: باك علوم تجريبية [م1]

- يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ: 1، 2، 2، 3 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 2، 2، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 2، 3، 3 .
- نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق .
- نعتبر الحادثتين A : "الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني " .
- و B : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .
- (1) أـ أحسب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .
- بـ بين أن: $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.
- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .
- عزف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني: باك تقني رياضي [م2]

- كيس به 7 كريات متماثلة، لانفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و 4 خضراء .
- نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس .
- (I) 1) أحسب إحتمال الحادثة A : "سحب كريتين مختلفتين في اللون " .
- 2) أحسب إحتمال الحادثة B : "سحب كريتين من نفس اللون " .
- (II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري) .
- فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، وإذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ، وإذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه . وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .
- (1) برز أن قيم المتغير العشوائي هي $\{-\alpha, 50 - \alpha, 100 - \alpha\}$ ثم عزف قانون إحتماله .
- (2) بين أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو: $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.
- ثم جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين الثالث: باك رياضيات [م2]

- كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:
- خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -3، 2، 3 و كرية بيضاء مرقمة بـ: -1 .
- نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد .
- (1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :
- A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .
- B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .
- C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .
- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .
- أـ عين قيم المتغير العشوائي X ثم عزف قانون إحتماله .
- بـ أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .
- جـ أحسب إحتمال الحادثة: " $X^2 - X > 0$ " .

نصحيح التمرين الأول : باك علوم تجريبية [م1]

$$\text{عدد السحبات الممكنة هو: } C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \times 7!} = 120$$

(1) أ. حساب الاحتمالات :

A : "الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني " . أي الحصول على ثلاثة ألوان الأبيض والأحمر والأخضر .

$$P(A) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_3^1}{120} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

B : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

$$P(B) = \frac{C_5^3 + C_4^3}{120} = \frac{14}{120} = \frac{7}{60}$$

$$\text{ب. تبين أن : } P(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

P(A ∩ B) هو احتمال سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم ومن ألوان مختلفة .

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_2^1}{120} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

$$\text{حساب الاحتمال الشرطي } P_A(B) : P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{36}{120} + \frac{14}{120} - \frac{6}{120} = \frac{44}{120} = \frac{11}{30}$$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

لدينا : $X \in \{0; 1; 2; 3\}$.

$$P(X = 2) = \frac{C_5^2 \times C_5^1}{126} = \frac{50}{120} , \quad P(X = 1) = \frac{C_5^1 \times C_5^2}{126} = \frac{50}{120} , \quad P(X = 0) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$$

$$P(X = 3) = \frac{C_5^3}{126} = \frac{10}{120}$$

قانون الاحتمال:

X_i	0	1	2	3
$P(X = X_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

ب. حساب الأمل الرياضي $E(X)$:

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{12} + 1 \times \frac{5}{12} + 2 \times \frac{5}{12} + 3 \times \frac{1}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

نصحيح التمرين الثاني : باك تقني رياضي [م2]

كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و4 خضراء .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

$$\text{عدد السحبات الممكنة هو: } C_7^2 = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$$

(I) حساب الاحتمالات :

A : "سحب كرتين مختلفتين في اللون " .

$$P(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{21} = \frac{3 \times 4}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

(2) الحادثة B : "سحب كرتين من نفس اللون".

$$P(B) = 1 - P(A) = \frac{3}{7}$$

(II) المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α :

(1) تبرير أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{100 - \alpha, 50 - \alpha, -\alpha\}$

اللاعب يدفع αDA ويسحب كرتين في آن واحد.

الحصول على كرتين خضراوين ، الحصول على كرتين بيضاوين ، الحصول على كرة بيضاء وكرة خضراء.

الحصول على كرتين بيضاوين يربح $100DA$ ومنه $X = 100 - \alpha$.

الحصول على كرتين مختلفتين يربح $50DA$ ومنه $X = 50 - \alpha$.

الحصول على كرتين خضراوين يخسر ما دفعه ومنه $X = -\alpha$.

لدينا: $P(X = -\alpha) = \frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}$ ، $P(X = 50 - \alpha) = P(A) = \frac{12}{21}$ ، $P(X = 100 - \alpha) = \frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$:
قانون الاحتمال:

X	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{6}{21}$

(2) إثبات أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو: $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$

$$E(X) = (100 - \alpha) \left(\frac{3}{21} \right) + (50 - \alpha) \left(\frac{12}{21} \right) + (-\alpha) \left(\frac{6}{21} \right)$$

$$\text{و منه: } E(X) = -\alpha + \frac{300}{7} \text{ أي: } E(X) = \frac{300 - 3\alpha + 600 - 12\alpha - 6\alpha}{21} = \frac{-21\alpha + 900}{21}$$

• إيجاد أكبر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب:

حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X) > 0$

$$\text{أي: } -\alpha + \frac{300}{7} > 0 \text{ ومنه } \alpha < \frac{300}{7} \text{ ومنه } \alpha < 42,85 \text{ ، إذن أكبر قيمة لـ } \alpha \text{ هي } 42DA.$$

تصحيح التمرين الثالث: باك رياضيات [2م]

$$\text{عدد السحبات الممكنة هو: } C_9^4 = \frac{9!}{4! \times 5!} = 126$$

(3) حساب الاحتمالات:

A: الحصول على أربع كريات من نفس اللون .

$$P(A) = \frac{C_5^4}{126} = \frac{5}{126}$$

B: الحصول على كرية بيضاء وثلاث من اللونين الآخرين أو الأربع كريات كلها مختلطة بين الأحمر والأخضر .

معناه إما واحدة بيضاء وثلاث من اللونين الآخرين أو الأربع كريات كلها مختلطة بين الأحمر والأخضر .

$$P(B) = \frac{C_1^1 \times C_8^3 + C_8^4}{126} = \frac{126}{126} = 1$$

C: الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم .

معناه: $\{-3; -1; 2; 2\}$ أو $\{-3; -1; 2; 2\}$.

ولدينا 4 كريات مرقمة بـ 2 وكرية مرقمة بـ 1 وكرية مرقمة بـ 3 وكرية مرقمة بـ 3 وكريتان مرقمتان بـ 1.

$$\text{ومنه: } P(C) = \frac{C_1^1 \times C_1^1 \times C_4^2 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{126} = \frac{6 + 2}{126} = \frac{8}{126}$$

(2) أ. X هو عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

في الكيس 9 كريات من بينها 3 كريات خضراء ومنه عندما نسحب 4 كريات فإما يتبقى 3 كريات خضراء أو كرتين

خضراوين أو كرية واحدة خضراء أو لا تتبقى أية كرية خضراء. ومنه $X \in \{0; 1; 2; 3\}$.

ولدينا:

$$P(X=2) = \frac{C_3^1 \times C_6^3}{126} = \frac{60}{126}, \quad P(X=1) = \frac{C_3^2 \times C_6^2}{126} = \frac{45}{126}, \quad P(X=0) = \frac{C_3^3 \times C_6^1}{126} = \frac{6}{126}$$
$$P(X=3) = \frac{C_6^4}{126} = \frac{15}{126}$$

قانون الإحتمال:

X_i	0	1	2	3
$P(X = X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

بـ حساب الأمل الرياضي $E(X)$:

$$E(X) = 0 \times \frac{6}{126} + 1 \times \frac{60}{126} + 2 \times \frac{45}{126} + 3 \times \frac{15}{126} = \frac{5}{3}$$

جـ أحسب إحتمال الحادثة: " $X^2 - X > 0$ ":

$X^2 - X > 0$ معناه $X(X-1) > 0$ أي $X \in \{2, 3\}$ ومنه:

$$P(X^2 - X > 0) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{60}{126} + \frac{15}{126} = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$$