

التمرين رقم 01 :

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

1. عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.
2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .
3. بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما عمودي يطلب تعيين معادلته و الثاني مقارب مائل (Δ) معادلته هي : $y = x - 1$.
4. بين أنه من أجل كل x من $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$: $f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$ عين إشارة الدالة f' و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
5. اكتب معادلة المماس (T) للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x = 1$.
6. ادرس الوضع النسبي لـ : (C_f) و (Δ) .
7. بين أن النقطة $\omega(2; 1)$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) .
8. ارسم المستقيمين المقاربين و المنحني (C_f) .
9. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.

التمرين رقم 02 :

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{ -1 \}$ بـ : $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x + 1}$
- نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - (2) عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = a + \frac{bx + c}{x^2 + x + 1}$.
 - (3) احسب $f'(x)$ عبارة الدالة المشتقة الأولى للدالة f ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
 - (4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .
 - (5) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 3$.
 - (6) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

(7) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \frac{3x^2}{x^2 - |x| + 1}$

- أ) بين أن الدالة g زوجية .
- ب) أكتب عبارة $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .
- ج) بين أنه من أجل $x \in]-\infty; 0]$ ، $g(x) = f(x)$.
- د) اشرح كيفية رسم المنحني (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g) .

التمرين رقم 03 :

لتكن الدالة f المعرفة على $D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$.

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و استنتج المستقيمات المقاربة.

(2) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

(3) استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) الممثل للدالة f .

(4) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(5) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(6) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(7) بين أن النقطة O تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر.

(8) عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) وحامل محور الفواصل.

(9) أرسم المستقيمات المقاربة و المماس (T) و المنحني (C_f) .

(10) h هي الدالة المعرفة على $D_h =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{x^2 + x - 2}{|x+1|}$.

بين كيف يمكن رسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h إنطلاقا من (C_f) ثم أرسمه

التمرين رقم 04 :

f دالة معرفة على $]-\infty; -3[\cup]-3; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{-x^2 - x + 5}{x + 3}$.

(1) برهن أنه يمكن كتابة f على الشكل $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

حيث a, b, c أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

(2) أحسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

(3) أحسب f' مشتقة الدالة f ثم عين إشارتها.

(4) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 2$ مستقيم مقارب لمنحني الدالة (C_f) .

(6) عين إشارة $[f(x) - (-x + 2)]$ ثم استنتج النسبة بين المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) .

التمرين رقم 05 :

أولا : نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 6x^2 + 13x + 50$

1. أدرس إجهاد تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-2; -1[$. ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

ثانيا : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 - 13x - 12}{(x-2)^2}$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها. فسر النتائج ببيانها .
 2. بين أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^3}$.
 3. أدرس إجهاد تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .
 4. تحقق أن : $f(-1) = 0$ و مهما يكن x فإن : $x^3 - 13x - 12 = (x+1)(x^2 - x - 12)$.
- إستنتج حلول المعادلة $f(x) = 0$.

التمرين رقم 06 :

الجزء الأول: نعتبر الدالة φ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $\varphi(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3$

1. أدرس تغيرات الدالة φ
2. بين أن المعادلة $\varphi(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.4 < \alpha < -0.3$
3. حدد حسب قيم x إشارة $\varphi(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 لدينا : $f(x) = x^2 - 2x - 1 - \frac{5}{x-1}$
2. أحسب النهايات عند حدود مجموعة تعريفها
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x^2 - 2x - 1)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x^2 - 2x - 1)]$ و ما هو تفسيرك الهندسي للنتيجة
5. أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمنحني (P) الممثل للدالة " $x \rightarrow (x^2 - 2x - 1)$ "
6. بين أن $f(\alpha) = \frac{15}{2(1-\alpha)} - 2$ و أستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
7. أرسم (P) و (C_f)

التمرين رقم 07 :

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بالعلاقة : $f(x) = x + \frac{ax+b}{(x-2)^2}$ حيث a, b عدنان حقيقيان و بجدول تغيراتها التالي :

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	
$f(x)$		1		1	

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1. باستعمال جدول تغيرات و عبارة الدالة f أوجد العددين الحقيقيين a, b ثم إستنتج أن : $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x + 1}{(x-2)^2}$

2. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها . ثم أكمل جدول تغيراتها .

3. بين أن المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل 3 حلول على المجموعة $\mathbb{R} - \{2\}$.

4. أثبت أن : $f'(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 8}{(x-2)^3}$

5. بين أنه يوجد مماس للمنحنى (C) موازي للمستقيم ذو المعادلة $y = x$.

التمرين رقم 08 :

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x + 1}{(x-2)^2}$

و (C_f) بيانها في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف . ماذا تستنتج؟

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن : $f'(x) = \frac{(x-1)(x^2 - 5x + 8)}{(x-2)^3}$

(3) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في المجال $\left] \frac{5}{2}, 3 \right[$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

(5) أ) عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 2$: $f(x) = ax + \frac{bx+c}{(x-2)^2}$

ب) بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

ج) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

(6) بين أن (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلته

(7) أرسم (Δ) ، (T) ، (C_f)

(8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$

التمرين رقم 09 :

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x(x+1)}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو إلى معلم متعامد ومتجانس.

- أدرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.
- أ- برهن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 3$ هو مقارب مائل للمنحنى (C) ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d) .
- ب- أرسم المستقيم (d) ثم المنحنى (C) .
- باستعمال المنحنى (C) ، عين حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $x^2 + (1 - m)x + 2m = 0$.
- لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $g(x) = |f(x)|$
 - أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ وبدون رمز القيمة المطلقة، حسب قيم x .
 - أرسم (γ) منحنى الدالة g اعتمادا على (C) في نفس المعلم السابق.

التمرين رقم 10 :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+
f(x)	$-\infty$		$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

f دالة عددية جدول تغيراتها التالي :

نفرض أن $f(x)$ تكتب على الشكل :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$$

- احسب $f'(x)$ بدلالة c, a .
- اعتماداً على جدول التغيرات للدالة f : عين الأعداد الحقيقية c, b, a .
- ب) عين $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f'(x)$ وفسر النتيجة بيانياً.
- أثبت أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y = x + 1$.
- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
- أرسم (C_f) و (Δ) .

التمرين رقم 11 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$ بـ $f(x) = ax + \frac{b}{4x+2}$. (C) منحنىها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- عين a ، b حيث من أجل كل $x \in D_f$: $f'(0) = \frac{7}{2}$ ، $f(0) = -\frac{3}{2}$.
 - نضع $a = \frac{1}{2}$ ، $b = -3$.
- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة التعريف، ماذا تستنتج؟
 - أدرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.
 - اثبت أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
 - أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) .
 - عين فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.
 - اكتب معادلتى المماسين (T_1) و (T_2) للمنحنى (C) عند النقطتين ذات الفاصلتين 0 و -1 على التوالي.
 - اثبت أن $\omega(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{2})$ هي مركز تناظر لـ (C) .
 - أرسم المستقيمتين المقاربة، المماسين و (C) .

التمرين رقم 12 :

الجزء الأول :

📌 دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ : $g(x) = \frac{\alpha x^2 + \beta x + \delta}{x+2}$ حيث α, β, δ أعداد حقيقية .

❖ أوجد α, β, δ إذا علمت أن : (C_g) التمثيل البياني للدالة g يشمل النقطة A ذات الإحداثيات $\left(0; -\frac{3}{2}\right)$ و (C_g) يقبل مماسا

موازيًا للمستقيم ذو المعادلة $y = -\frac{3}{4}x - 5$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 و (C_g) يقبل قيمة حدية فاصلتها -1 .

الجزء الثاني :

📌 نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{-x^2 - 3x - 3}{x+2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني .

1. عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -2$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$.
2. أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f . شكل جدول التغيرات للدالة f .
3. هل يوجد مماسات معاملات توجيهها -1 ؟
4. أثبت أنه يوجد مماسين (Δ_1) و (Δ_2) يوازيان المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = -5 + 3x$ يطلب إيجاد معادلتيهما .
5. أوجد حصرا للدالة f لما : $x \in [-5; -4]$ ثم لما : $x \in [4; 5]$.
6. عين إحداثيتي النقطة S نقطة تقاطع المستقيمين المقاربتين ثم بين أن النقطة $S(-2; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
7. أوجد نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .
8. أوجد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
9. أنشئ (T) والمنحنى (C_f) .

التمرين رقم 13 :

f الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ عين العددين الحقيقيين a و b حتى يقبل (C) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل (xx') في نقطته $A(3; 3)$.

2/ فيما يلي : $a = -3$ و $b = 6$

أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$: $f(x) = x - 2 + \frac{4}{x-1}$.

ب/ ادرس تغيرات الدالة f .

ج/ عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C) و ادرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)

ذو المعادلة $y = x - 2$.

د/ عين نقط تقاطع (C) مع المحورين (xx') و (yy') ثم ارسم (C) .

3/ m عدد حقيقي ، ناقش بيانها حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = m$

التمرين رقم 14 :

(I) - دالة عددية لمنغير حقيقي x معرفة بـ: $g(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-2}$ و (C_g) تمثيلها البياني في م م م $(O, \vec{i}, \vec{j})$
 (1) - عين مجموعة تعريف الدالة g ثم عين الأعداد الحقيقية: b, c بحيث: يكون للمنحنى (C_g) مستقيما مقارباً مائلاً معادلته: $y = x - 3$ و يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفصلة $x_0 = 3$

(II) - لتكن الدالة f المعرفة على المجال: $D =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2-5x+7}{x-2}$

- (1) - أدرس تغيرات الدالة f ثم أشرى جدول تغيراتها
 - قرّن بين العددين: A و B حيث: $A = f(1,0005)$ و $B = f(1,0007)$
- (2) - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل معادلته $y = x - 3$ و (Δ) و آخر يطلب تعيين معادلته
 - أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
- (3) - بين أن النقطة $w(2, -1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f)
- (4) - أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفصلة $x_0 = 0$ ، ثم استنتج أصح تقريبا تألفيا للعدد: $f(0,002)$
- (5) - عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حزملي المحورين، ثم أشرى (C_f) في م م م $(O, \vec{i}, \vec{j})$

التمرين رقم 15 :

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $IR - \{-1\}$ بـ: $g(x) = \frac{x^2 + \alpha x + b}{x - 1}$ حيث a و b عددين حقيقيين وليكن (C_g) تمثيلها البياني في علم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

عين العددين a و b بحيث (C_g) يقبل مماسا عند النقطة O معادلته $y = -2x + 1$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $IR - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في علم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. استنتج المستقيم المقارب الموازي لمحور الترتيب
2. عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث من أجل كل $x \in IR - \{-1\}$: $f(x) = \alpha + b + \frac{c}{x-1}$
3. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 4$ مستقيما مقارباً مائلاً للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$.
 - حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .
4. احسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f . شكل جدول التغيرات
5. بين من أجل كل $x \in IR - \{-1\}$: $f(2-x) + f(x) = 10$. فسر النتيجة بيانيا
6. حدد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات
- 7 - أرسم المستقيمت المقاربة والمنحنى (C_f) .

التمرين رقم 16 :

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f : $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$ حيث $D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في علم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور التدرج.

2. أ- بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على D_f و أن $f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. اكتب معادلة مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4. أ- بين أنه من أجل كل x من D_f : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$.

ج- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .

5. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] -1; 1[$.

6. بين أن النقطة $A(0; 1)$ مركز تقاطع للمنحنى (C_f) .

7. ارسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f) .

التمرين رقم 17 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x - 1)^2}$ و (C_f) تمثيلها

البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

(3) عين الأعداد الحقيقية $a; b; c; d$ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي : $x \neq 1$: $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{(x - 1)^2}$.

(4) ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) و المستقيم (D) الذي معادلته : $y = x - 2$ ؟ برر.

(5) حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ : (D) ، لتكن A نقطة تقاطع (C_f) و (D) .

(6) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا واحدا (Δ) يوازي المستقيم (D) عند نقطة فاصلتها : x_0 يطلب حسابها

ب- اكتب معادلة للمماس (Δ) .

ج- ارسم (C_f) و (D) .