



الموسم الدراسي: 1446 هـ / 24 - 2025 م



فرض الفصل الأول في الرياضيات
للسنة الثالثة ثانوي شعبة تسيير وإقتصاد

رابط الحل

التاريخ : 2024/11/13

أستاذ المادة: مزروح يوسف

المدة: 02 ساعة

يمنع التشطيب في ورقة الإجابة

التمرين الأول: 05 نقاط

في اول جانفي من سنة 2024 أودعت هديل في بنك مبلغا من المال قدره $1000000da$ يقدم البنك فوائد مركبة نسبتها 5% سنويا إلا ان مصاريف تنقلها تفرض عليها سحب مبلغ $10000da$ في نهاية كل سنة (بعد حساب الفوائد). نرسم بـ u_n إلى رصيد هديل بداية جانفي $2024 + n$

1 عين u_0 ثم احسب u_1 و u_2

2 هل المتتالية (u_n) حسابية؟ هندسية؟ برر جوابك.

3 بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1.05u_n - 10000$

4 نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_n - 200000$

(أ) بين ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول

(ب) أكتب V_n بدلالة n

(ج) إستنتج نهاية u_n

(د) كم سيكون في رصيد هديل في نهاية سنة 2030 ؟

التمرين الثاني: 05 نقطة

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بجدها الأول u_0 حيث $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4$

1 برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$

2 إستنتج أن (u_n) متقاربة.

3 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{3}(\frac{1}{3})^n$

4 إستنتج إتجاه تغير المتتالية u_n .

5 من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_n - 6$

(أ) أحسب V_0 ثم أكتب V_n بدلالة n .

(ب) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها

(ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

التمرين الثالث: 10 نقاط

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $u_0 = 5$ و $7u_{n+1} = 4u_n + 3$

1 أحسب الحدين u_1 و u_2 .

2 (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 5$

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما . ثم إستنتج أنها متقاربة.

3 لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $V_n = u_n - \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

(أ) عين قيمة α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية معينا أساسها وحدها الأول V_0 .

(ب) في بقية التمرين نضع $\alpha = 1$ أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 1 + 4(\frac{4}{7})^n$

(ج) أحسب نهاية (u_n) .

(د) أحسب المجاميع التالية:

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

$$S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

السفينة آمنة على الشاطئ، لكنها ليست من أجل ذلك صنعت.
باولو كويلو

بالتوفيق .. أستاذ المادة

التصحيح النموذجي للفرض الاول في مادة الرياضيات للسنة 3 ثانوي شعبة تسيير واقتصاد

من إعداد الأستاذ: مزروع يوسف

☆☆☆☆

1



1 عين u_0 ثم احسب u_1 و u_2

$$u_0 = 100000da \quad (0.5)$$

$$u_1 = 100000\left(1 + \frac{5}{100}\right) - 10000 = 95000da \quad (0.5)$$

$$u_2 = 95000\left(1 + \frac{5}{100}\right) - 10000 = 89750da \quad (0.5)$$

2 هل المتتالية (u_n) حسابية؟ هندسية؟ برر جوابك.

$$u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0 \text{ وعليه } u_n \text{ ليست حسابية} \quad (0.25)$$

$$\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_1}{u_0} \text{ وعليه } (u_n) \text{ ليست هندسية.} \quad (0.25)$$

3 بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1.05u_n - 10000$

$$u_{n+1} = u_n\left(1 + \frac{5}{100}\right) - 10000 = 1.05u_n - 10000 \quad (0.5)$$

4 نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_n - 200000$

(أ) بين ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول

$$V_{n+1} = 1.05V_n \text{ وعليه } (V_n) \text{ هندسية وأساسها } q = 1.05 \text{ وحدها الأول } V_0 = -100000 \quad (0.5)$$

(ب) أكتب V_n بدلالة n

$$V_n = -100000(1.05)^n \quad (0.5)$$

(ج) إستنتج نهاية u_n

$$\lim u_n = -\infty \quad (0.5)$$

(د) كم سيكون في رصيد هديل في نهاية سنة 2030 ؟

$$2030 - 2024 + 1 = 7$$

$$u_7 = -100000(1.05)^7 + 200000 = 59289.95da \quad (0.5)$$

☆☆☆☆

2



(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4$

1 برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$

البرهان بالتراجع (0.5)

2 إستنتج أن (u_n) متقاربة.

$$\lim u_n = 6 \text{ وعليه } u_n \text{ متقاربة} \quad (0.5)$$

3 بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n$

$$u_{n+1} - u_n = \left[-2\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} + 6\right] - \left[-2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6\right]$$

$$= -2\left(\frac{1}{3}\right)^n \left[\frac{1}{3} - 1\right]$$

$$= \frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n$$

(0.5)

4 إستنتج اتجاه تغير المتتالية u_n .

(u_n) متزايدة تماما. 0.5

5 من أجل كل عدد طبيعي $n: V_n = u_n - 6$

(أ) أحسب V_0 ثم أكتب V_n بدلالة n .

$$V_0 = -2 \quad 0.75$$

$$V_n = -2\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad 0.75$$

(ب) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها

$$V_{n+1} = \frac{1}{3}V_n \text{ وعليه } (V_n) \text{ متتالية هندسية وأساسها } q = \frac{1}{3} \quad 0.75$$

(ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

$$S_n = -3\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) = -3 + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \quad 0.75$$



3

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_0 = 5$ و $7u_{n+1} = 4u_n + 3$

1 أحسب الحدين u_1 و u_2 .

$$u_2 = \frac{113}{49} \quad 1.5$$

$$u_1 = \frac{23}{7} \quad 1.5$$

2 (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 1 < u_n \leq 5$.

البرهان بالتراجع + التعدي 1.0

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما. 0.5 ثم إستنتج أنها متقاربة. 0.5

3 لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $V_n = u_n - \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

(أ) عين قيمة α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية معيناً أساسها وحدها الأول V_0 .

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= u_{n+1} - \alpha \\ &= \frac{4}{7}u_n + \frac{3}{7} - \alpha \\ &= \frac{4}{7}(V_n + \alpha) + \frac{3}{7} - \alpha \\ &= \frac{4}{7}V_n + \frac{4}{7}\alpha + \frac{3}{7} - \alpha \end{aligned}$$

$$\frac{4}{7}\alpha + \frac{3}{7} - \alpha = 0 \text{ يجب ان يكون}$$

$$\alpha = 1 \quad 0.5$$

فتصبح (V_n) متتالية هندسية وأساسها $q = \frac{4}{7}$ 0.5 وحدها الأول $V_0 = 4$ 0.5

(ب) في بقية التمرين نضع $\alpha = 1$ أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n = 1 + 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$

$$V_n = 4\left(\frac{4}{7}\right)^n \quad 1.0$$

$$u_n = 1 + 4\left(\frac{4}{7}\right)^n \text{ وعليه } \quad 1.0$$

(ج) أحسب نهاية (u_n).

$$\lim u_n = 1 \quad 0.5$$

(د) أحسب المجاميع التالية:

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

$$S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

$$S_n = \frac{28}{3}\left(1 - \left(\frac{4}{7}\right)^{n+1}\right) = \frac{28}{3} - \frac{28}{3}\left(\frac{4}{7}\right)^{n+1} \quad 0.5$$

$$S'_n = (V_0 + V_1 + \dots + V_n) + 1(n+1) = \frac{28}{3} - \frac{28}{3}\left(\frac{4}{7}\right)^{n+1} + n + 1 = \frac{31}{3} - \frac{28}{3}\left(\frac{4}{7}\right)^{n+1} + n \quad 0.5$$