

المستوى: الثانية ثانوي علوم تجريبية

نوفمبر 2019

الفرض الأول في الرياضيات

المدة : 2 ساعة

التمرين الأول: (03 نقط)

لتكن f و g الدالتان العدديتان للمتغير الحقيقي x المعرفتان كما يلي: $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$ ، $g(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}+2}$

(1) بيّن أنّ الدالتان f و g لهما نفس مجموعة التعريف D .

(2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D : $f(x) = g(x)$.

التمرين الثاني: (06 نقط)

نعتبر كثير الحدود P حيث: $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$.

(1) أحسب $P(-2)$. ماذا نستنتج؟

(2) أ) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c ، حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$.

ب) استنتج تحليلاً لـ $P(x)$ إلى جداء ثلاث عوامل من الدرجة الأولى.

(3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

ب) استنتج حلول المعادلة: $2x\sqrt{x} - 3x - 11\sqrt{x} + 6 = 0$.

التمرين الثالث: (11 نقطة)

I) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2) عيّن العددان الحقيقيان α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$.

الصفحة 1 من 2

(3) نضع $\alpha = 2$ و $\beta = 1$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f .

(4) نضع $k(x) = \frac{1}{x}$

- تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = k(x-1) + 2$ ثم بيّن كيف يمكن رسم المنحنى

(C_f) إنطلاقاً من المنحنى الممثل للدالة k .

- ارسم (C_f) في المعلم ($O; \vec{i}, \vec{j}$).

(5) بيّن أنّ النّقطة $\Omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

(II) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $h(x) = \left(\frac{2x-1}{x-1}\right)^2$.

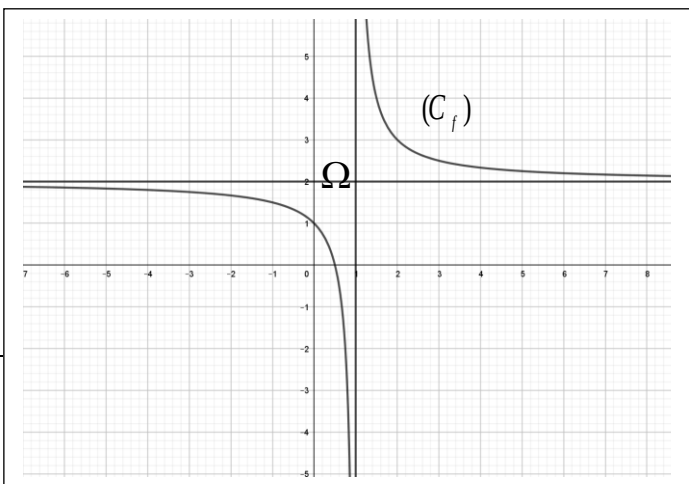
(1) فكّك h إلى مركب دالتين إحداهما f والأخرى g يطلب تعيينها.

(2) أ) حدّد حسب قيم x إشارة $\frac{2x-1}{x-1}$.

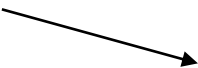
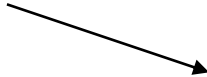
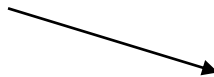
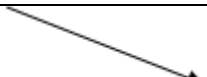
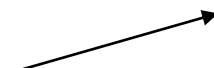
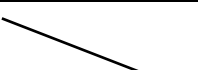
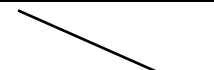
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين
03 ن	1 (الدالتان f و g معرفتان من أجل $x \geq -1$ ومنه $D_f = D_g = D = [1; +\infty[$) 2 (من أجل كل x من D : $f(x) = \sqrt{x-1} - 2 = \frac{(\sqrt{x-1}-2)(\sqrt{x-1}+2)}{\sqrt{x-1}+2}$ $= \frac{x-1-4}{\sqrt{x-1}+2} = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}+2} = g(x)$ وبالتالي f و g متساويتان	التمرين 1
	1 ($P(-2) = 0$ إذن جذرا لـ $P(x)$. 2 (أ) $a = 2, b = -7, c = 3$ و $P(x) = (x+2)(2x^2 - 7x + 3)$ ب) $P(x) = 2(x+2)(x - \frac{1}{2})(x-3)$ $= (x+2)(2x-1)(x-3)$	التمرين 2
06 ن	1,5 (أ) مجموعة حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي: $S = \left\{-2; \frac{1}{2}; 3\right\}$ ب) نضع $X = \sqrt{x}$ وبالتالي $X^2 = x$ إذن $2X\sqrt{x} - 3x - 11\sqrt{x} + 6 = 0$ تكافئ $\begin{cases} 2X^3 - 3X^2 - 11X + 6 = 0 \\ X = \sqrt{x} \end{cases}$ أي $\begin{cases} X = -2; X = \frac{1}{2}; X = 3 \\ X = \sqrt{x} \end{cases}$ نعلم أن $X \geq 0$ إذن نأخذ فقط $X = \frac{1}{2}$ أي $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ ومنه $x = \frac{1}{4}$ بنفس الطريقة $X = 3$ أي $\sqrt{x} = 3$ ومنه $x = 9$ مجموعة الحلول هي $S' = \left\{\frac{1}{4}; 9\right\}$	التمرين 3
	0,5 $D_f = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ (1) 1 (2) $\alpha = 2$ و $\beta = 1$ و $f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$ 3 (اتجاه تغير الدالة f هي من اتجاه تغير الدالة $x \mapsto \frac{1}{x-1}$ والدالة $x \mapsto \frac{1}{x-1}$ هي مركب الدالة $x \mapsto x-1$ متبوعة بالدالة: $x \mapsto \frac{1}{x}$ - $x \mapsto x-1$ متزايدة تماما على $]1; +\infty[$ إذن f متناقصة تماما على $]1; +\infty[$	

11ن	1,5	$x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما على $]-\infty; 0[$ و $]0; +\infty[$ - $x \mapsto x - 1$ متزايدة تماما على $]1; +\infty[$ - $x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما على $]0; +\infty[$ و $]1; +\infty[$ - إذن f متناقصة تماما على																				
	1	(4) من أجل كل x من $D_f : f(x) = k(x - 1) + 2$ (C_f) يستنتج من منحنى الدالة k بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$																				
	1		رسم (C_f)																			
	1,5	(5) دساتير تغيير $y = f(x)$ تكافئ $y = 2 + \frac{1}{x-1}$ أي $Y + 2 = 2 + \frac{1}{X}$ ومنه $Y = \frac{1}{X}$ وهي معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$. الدالة $X \mapsto \frac{1}{X}$ فردية وبالتالي $\Omega(1; 2)$ مركز تناظر لـ (C_f)																				
	0,5	(II) 1) $h = g \circ f$ حيث g هي الدالة مربع $x \mapsto f(x) \mapsto (f(x))^2$																				
	1,5	(2) إشارة $\frac{2x-1}{x-1}$ <table border="1" data-bbox="352 1785 1289 1973"><thead><tr><th>x</th><th>$-\infty$</th><th>$\frac{1}{2}$</th><th>1</th><th>$+\infty$</th></tr></thead><tbody><tr><td>$2x - 1$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$x - 1$</td><td>-</td><td>0</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr></tbody></table>		x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	$2x - 1$	-	0	+	+	$x - 1$	-	0	0	+	$f(x)$	+	0	-
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$																		
$2x - 1$	-	0	+	+																		
$x - 1$	-	0	0	+																		
$f(x)$	+	0	-	+																		
		(3) <table border="1" data-bbox="352 2076 1268 2154"><thead><tr><th>x</th><th>$-\infty$</th><th>$\frac{1}{2}$</th><th>1</th><th>$+\infty$</th></tr></thead></table>		x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$														
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$																		

0,5

f			
g			
$h = g \circ f$			

جدول تغییرات h

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
h	