

سلسلة المثابر للكالوريا رقم (01)

السنة الدراسية: 2019/2018

المستوى الثالثة ثانوي

اعداد الاساتذة مزوزي
يونس - نايل كنان

الشعبة علوم تجريبية + تقني رياضي
ورياضيات

{ المحور: النهايات والاستمرارية + الاشتقاقية + التدريب على دراسة الدوال }

تطبيقات مباشرة على درس النهايات والسلوك التقاربي

التمرين (01)

في كل حالة من الحالات التالية عين مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب النهايات عند أطراف مجموعة تعريفها:

$$(1) \quad f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3} \quad (2) \quad f(x) = \frac{3x}{(x+1)^2} \quad (3) \quad f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+x-2} \quad (4) \quad f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-1}$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x^2-4} \quad (6) \quad f(x) = \frac{(x+2)^3-8}{x}$$

التمرين (02)

f هي الدالة المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{-1; 4\}$ بـ: $f(x) = \frac{3x^2+2x}{x^2-3x-4}$

(1) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية a ، b و c حيث من أجل كل x من D : $f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-4}$

(2) ادرس نهايات الدالة f عند حدود مجالات مجموعة التعريف.

التمرين (03)

باستعمال المرافق احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2+3} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2+x+1} + x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \sqrt{x+2} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+a^2}-a}{\sqrt{x^2+b^2}-b} \quad \text{حيث } a > 0 \text{ و } b > 0$$

التمرين (04)

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{2}}{x-1} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$

التمرين (05)

- (1) بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$: $\frac{1}{2} \leq \frac{x}{x+1} \leq 1$
- (2) استنتج النهايتين التاليتين: (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x+1}$ ، (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x}(x+1)}$

التمرين (06)

- لتكن الدالة f حيث: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$ و (C) تمثيلها البياني.
- عين الأعداد الحقيقية a, b, c, d بحيث: (C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=1$ و مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y=2x+3$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ويشمل النقطة $A(0;4)$

التمرين (07)

- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 6x + 3}{(x+1)^2}$
- (1) عين a, b, c, d بحيث من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{(x+1)^2}$
- (2) استنتج أن المنحني (C) الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا Δ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له
- (3) حدّد وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى Δ .

التمرين (08)

- f هي الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2 + 4x}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم.
- (1) بين أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x + 3$ مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$
- (2) ادرس الوضعية النسبية لـ (C) و Δ .

التمرين (09)

- f هي الدالة المعرفة على $]-2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x+2}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم.
- (1) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.
- (2) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$; ماذا تستنتج ؟

الاستمرارية

التمرين (10)

- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$\begin{cases} f(x) = \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x} & ; x > 0 \\ f(x) = \frac{1 - x^2}{x-2} & ; x \leq 0 \end{cases}$$
- بين ان الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$

التمرين (11)

- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+2 - \sqrt{4+x^2}}{x} & ; x \neq 0 \\ f(0) = \alpha \end{cases}$$
- عين قيمة العدد α حتى تكون الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$.

التمرين (12)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 3x^3 - 2x - \frac{1}{4}$

(1) احسب $f(-1)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(0)$, $f(1)$

(2) استنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل ثلاثة حلول في المجال $[-1; 1]$

التمرين (13)

إليك جدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{13}{6}$	$\frac{7}{3}$	$+\infty$

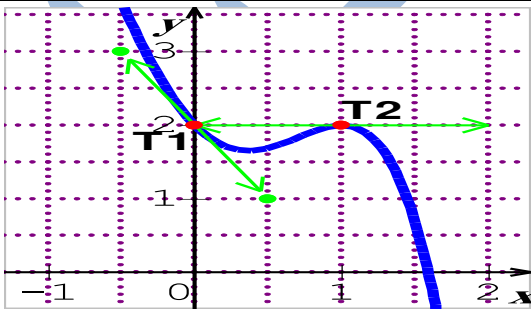
لماذا المعادلة $f(x) + 2 = 0$ تقبل ثلاثة حلول فقط في $\mathbb{R}$ ؟

الاشتقاقية

التمرين (14)

f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + 4|x-1|}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. اكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
2. ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة 1
3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 1. فسر النتيجة بيانيا.



التمرين (15)

إليك التمثيل البياني لدالة f , T_1 و T_2 مماسان له.

- (1) حدد القيم التالية: $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$, $f'(1)$.
- (2) أكتب معادلة لكل من المستقيمين T_1 و T_2 .

التمرين (16)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجموعة $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي: $f(x) = |x-2| + \frac{1}{x-1}$.

(Γ) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
- (2) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 2.
- (3) - احسب كلا من: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ - ماذا تستنتج ؟ - فسر النتيجة هندسيا.

(4) اكتب معادلة لكل من (Δ_1) ، (Δ_2) المماسين للمنحنى (Γ) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

(5) ادرس تغيرات الدالة f .

(6) بين أن (Γ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α . تحقق من أن $\alpha \in]0; \frac{1}{2}[$.

(7) بين أن (Γ) يقبل ثلاثة مستقيمات مقاربة يطلب كتابة معادلة لكل منها .

(8) أرسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) و (Γ) .

(9) ناقش ؛ بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد و إشارة حلول المعادلة الآتية حيث x هو المجهول :

$$-2 + \frac{1-m(x-1)}{x-1} = 0$$

التمرين (17)

f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ يعطى جدول تغيراتها كمايلي :

x	$-\infty$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		0		0				0	
$f(x)$	2	3	0	-5	0	$+\infty$	$+\infty$	-4	0

1- اعتمادا على تغيرات الدالة f ادرس تغيرات الدوال g ، h ، K ، S ، L و T المعرفة كمايلي ب :

$$g(x) = [f(x)]^2; h(x) = [f(x)]^3, g(x) = \sqrt{f(x)}, S(x) = f(x^2), L(x) = f\left(\frac{1}{x}\right), T(x) = \frac{1}{f(x)}$$

ثم شكل جدول تغيرات لكل منهما .

التمرين (18)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كمايلي: $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب

إلى معلم متعامد $(O; I, J)$.

(1) أ) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

ب) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(2) أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{(x-1)^2}$

ب) ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) و المستقيم (d) الذي معادلته $y = x - 2$ ؟ برر .

ج) حدّد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (d) ، لتكن A نقطة تقاطع (C_f) و (d) .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-\infty; 1[$. استنتج قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد α .

(4) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوزاي (d) يطلب تعيين معادلة ديكراريتة له .

(5) ارسم (C_f) ، (T) و (d) . (تؤخذ الوحدة $2cm$ على (Ox) و $1cm$ على (Oy) .)

(6) استنتج بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$ حيث m وسيط حقيقي .

(7) لتكن دالة g معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = \frac{-|x|x^2 - 4x^2 - 8|x| - 4}{(-|x| - 1)^2}$

- بين أن الدالة g زوجية
- ادرس قابلية الاشتقاق عند 0 .
- اكتب g دون رمز القيمة المطلقة ثم استنتج كيفية انشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم .

التمرين (19)

تكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{(x+1)^2}$. نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) ادرس تغيرات الدالة f . استنتج أن المنحنى C_f يقبل مستقيما مقاربا عموديا .
- (2) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
- (3) ادرس وضعية المنحنى C_f بالنسبة إلى المستقيم المقارب له المائل .
- (4) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .
- (5) أكتب معادلة للمماس Δ عند النقطة ذات الفاصلة 1 .
- (6) أنشئ Δ ثم المنحنى (C_f) .

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = \frac{x^2|x| + 2x^2}{(|x|+1)^2}$

- بين أن الدالة g زوجية
- ادرس قابلية الاشتقاق عند 0 وفسر النتيجة بيانيا .
- انشئ المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f) .
- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.
- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $g(x) = m$.

التمرين (20)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ : $f(x) = \frac{x(x+1)}{x-2}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم .

- (1) ادرس تغيرات الدالة f .
- (2) أ- برّر أن المستقيم d ذي المعادلة $y = x + 3$ ، هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) . ادرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل .
ب- أرسم d ثم (C_f) .

(3) - استعمل (C_f) ، عيّن حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $x^2 + (1-m)x + 2m = 0$.

لتكن g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ $g(x) = \frac{(x+3)(x+4)}{x+1} - 2$ و (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في معلم

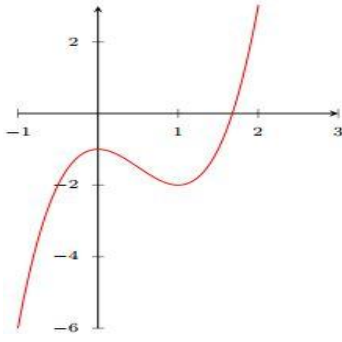
- بين أن (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب شعاعه $\vec{v}$ يطلّب تعيينه .

التمرين (21)

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم .

- (1) لاحظ (C_g) على شاشة الحاسبة البيانية ثم ضع تخمينا حول عدد جذورها و حول إشارتها .

- (2) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .



(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 1,6 و 1,7.

(4) استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ على $]-1; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}$ و ليكن (C_f)

تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; I, J)$ (الوحدة: 4cm).

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. أعط تفسيراً بيانياً للنتيجتين.

(2) بين أنه من كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3+1)^2}$ ،

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) عين معادلة Δ مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(5) تحقق أنه من أجل كل x من $]-1; +1[$ ، $f(x) - (-x+1) = \frac{x^3(x-1)}{x^3+1}$.

(6) بعد دراسة إشارة $f(x) - (-x+1)$ استنتج وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمماس (Δ) . ماذا تلاحظ ؟

(7) ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) .

التمرين (22)

المنحني (C) المقابل هو التمثيل البياني لدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 3x + 4$

1 - أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(-2)$ وإشارة

$g(-2,5)$

ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $]-2,5; -2[$ يحقق

$g(\alpha) = 0$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2 - f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = x + 2 + \frac{3x-2}{x^2}$ وليكن

تمثيلها البياني (Γ) في معلم متعامد ومتجانس .

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ثم

استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) احسب النهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

ج) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحني (Γ)

بجوار $+\infty$ و $-\infty$ ثم ادرس وضعية (Γ) بالنسبة إلى (Δ) .

هـ) شكل جدول تغيرات الدالة f

3 - أ) بين أن (Γ) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $0,4 < \beta < 0,5$.

ب) ناخذ $\alpha \approx -2,2$ عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

ج) ارسم المنحني (Γ) .

التمرين (23)

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $g(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ حيث a, b, c اعداد حقيقية . (C_g)

منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

- عين الاعداد الحقيقية a, b, c بحيث يشمل (C_g) المبدأ O ويقبل عند النقطة $A(-2, -4)$ مماساً يوازي

محور الفواصل .

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x \neq -1$ فان : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ ثم استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل

مستقيم (Δ) يطلب تعين معادلة ديكارتية له

3- حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4- بين ان النقطة $B(-1, -2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5- ارسم (Δ) و (C_f) .

الجزء 3 :

لتكن h الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $h(x) = \frac{x|x|}{x+1}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .

1- ادرس قابلية الاشتقاق الدالة h عند 0

2- اكتب h بدون رمز القيمة المطلقة ثم استنتج تغيرات الدالة h .

3- ارسم المنحنى (C_h) .

4- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد واشارة حلول المعادلة $x|x| - mx - m = 0$.

التمرين (24)

الجزء 1 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 2x^3 + x - 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- بين ان المعادلة $f(x) = 2x^3 + x - 1$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < 1$.

الجزء 2 :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-\infty; 0]$ كما يلي : $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2- أ) تحقق انه من اجل كل $x < 0$ لدينا : $g(x) = x + 1 + \frac{2}{x-1}$.

ب) استنتج ان المنحنى (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعين معادلة له .

ج) ادرس الوضع النسبي لـ (C_g) و (Δ) .

الجزء 3 :

الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = \begin{cases} 2x^3 + x - 1 & : x \geq 0 \\ \frac{x^2 + 1}{x - 1} & : x < 0 \end{cases}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني .

1- ادرس استمرارية الدالة h عند 0 .

2- ادرس قابلية الاشتقاق الدالة h عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .

3- شكل جدول تغيرات الدالة h .

4- عين نقطة تقاطع المنحنى (C_h) مع المستقيم (Δ) .

5- ارسم (C_h) و (Δ) .

التمرين (25)

الجزء 1 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{-1; 2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - x - 2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- أ) احسب نهايات الدالة f عند حدود مجالات مجموعة التعريف مبينا المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم المقارب الافقي

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ) حدد نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الاحداثيات .

ب) انشئ المنحنى (C_f)

ج) ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $(3-m)x^2 + (m-1)x + 2(m-1) = 0$

الجزء 2 :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ كما يلي : $g(x) = \frac{3x^2 - |x| - 2}{x^2 - |x| - 2}$

1- بين ان g دالة زوجية .

2- ادرس قابلية اشتقاق دالة g عند 0 وفسر النتيجة هندسيا .

3- حدد اتجاه تغير الدالة g .

4- انشئ (C_g) المنحنى الممثل لدالة g .

التمرين (26) تقني رياضي

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \mathbb{B}$:

$$f(x) = 1 - x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

1- احسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .

2- برهن أنه مهما يكن x ينتمي إلى $\mathbb{R}$: $1 - (1 + x^2)\sqrt{x^2 + 1} \leq 0$.

3- ادرس تغيرات الدالة f .

4- برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\frac{7}{4} < \alpha < 2$.

5- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و (D') مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له .

6- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) .

7- احسب $f(-x) + f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

8- ارسم (D) و (D') و (C_f) .

9- الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - |x| \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$.

• بين أن الدالة g زوجية .

• اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق و بلون مغاير .

التمرين (27) تقني رياضي

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ و (γ) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم

متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

- 1 / أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم ضع جدول التغيرات
- 2 / أثبت أن النقطة $A(0, 1)$ نقطة انعطاف للمنحني (γ)
- 3 / أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (γ)
- 4 / لتكن h الدالة المعرفة بـ : $h(x) = f(x) - x$
- (أ) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد ينتمي الى المجال $[1, 2]$ يحقق أن : $h(\alpha) = 0$
- (ب) استنتج مما سبق عدد نقط تقاطع المنحني (γ) ومنصف الربع الأول
- 5 / أرسم المنحني (γ) والمماس (Δ)
- 6 / لتكن الدالة g المعرفة بـ : $g(x) = f(|x|)$ ، بين أن دالة g زوجية
- * بين كيف يمكن رسم المنحني (C_g) انطلاقا من (γ) ، ثم أرسمه في نفس المعلم

التمرين (28)

(I) الجدول أدناه هو للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = ax^3 + bx + c$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$	

(1) أوجد الأعداد a, b, c .

(2) بين أن المعادلة $x^3 - 3x - 3 = 0$ تقبل حلا

وحيدا α من المجال $\left]2; \frac{5}{2}\right]$.

(3) استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $D = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ

$$f(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1} + 1 \quad (O; I, J) \text{ متعامد}$$

(1) تحقق أنه من كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ، $f'(x) = \frac{2xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$.

(2) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا.

(3) أحسب النهايات عند حدود D .

(4) أنجز جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن : $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(6) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب للمحني (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى

(Δ) . أنشئ (C_f) .

(7) - باستعمال (C_f) ، ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة

$$2x^3 + (1 - m)x^2 + m + 2 = 0$$

التمرين (29) تقني رياضي

f هي الدالة المعرفة على المجموعة $\mathcal{D}_f$ بـ : $f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2 + 4x}$ مع $[0; +\infty[$ ؛ و $\mathcal{C}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب النهايتين للدالة f عند $(-\infty)$ و $(+\infty)$.

(2) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = 2x + 3$ هو مستقيم مقارب للمحني $\mathcal{C}$ بجوار $(+\infty)$.

(3) هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟ عند -4 ؟

(4) أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in \mathcal{D}_f - \{-4; 0\}$.

(5) أنشئ جدول التغيرات للدالة f .

(6) أرسم المستقيم المقاربة ثم المنحني $\mathcal{C}$.

الدوال الأسية واللوغارتمية

التمرين (30)

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$(1) e^{2x} = 1 \quad (2) e^{-5x} = e \quad (3) e^x = e^{-2x} \quad (4) e^{-x^2} = 2 \quad (5) e^{x+3} = \frac{1}{2}$$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

$$(1) e^{3x} \leq 1 \quad (2) e^x > e^2 \quad (3) e^x < e^{-2x} \quad (4) e^{2x^2} \leq \frac{1}{2} \quad (5) e^{x+1} > 3$$

التمرين (31)

ادرس في كل حالة من الحالات التالية نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

$$(1) f(x) = e^{-x} \quad (2) f(x) = 2e^{2x} \quad (5) f(x) = 1 + e^x + e^{2x}$$

$$(3) f(x) = e^x + e^{-x} \quad (4) f(x) = x + e^{2x} \quad (6) f(x) = e^{2x} - e^x$$

التمرين (32)

ادرس في كل حالة من الحالات التالية نهاية الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف:

$$(1) f(x) = \frac{e^{4x} - 3}{e^{4x} + 1} \quad (2) f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x} \quad (3) f(x) = \frac{-3e^x}{2e^x - 4} \quad (4) f(x) = \frac{e^x - 4}{e^{2x} - 3e^x + 2} \quad (5) f(x) = \frac{e^x - 1}{2x}$$

التمرين (33)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

- ادرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها
- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
- انشئ المنحني الدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

التمرين (34)

ادرس اتجاه تغير الدوال التالية وانشئ جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات)

$$(1) I = \mathbb{R} \quad f(x) = xe^x \quad (2) I = \mathbb{R} \quad f(x) = (x^2 + x + 1)e^x \quad (3) I = \mathbb{R}^* \quad f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$$

$$(4) I = \mathbb{R} \quad f(x) = \frac{3e^x - 2}{e^x + 1} \quad (5) I = \mathbb{R} \quad f(x) = \frac{e^x}{e^x - x} \quad (6) I = \mathbb{R} \quad f(x) = (e^x - 1)(e^x + 2)$$

التمرين (35)

g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x + e^{2(x-1)}$

• ادرس تغيرات الدالة g

• بين ان $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-\frac{1}{5} < \alpha < -\frac{1}{10}$ ، ثم عين إشارة $g(x)$

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^2 + e^{2(x-1)}$ ، $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني الوحدة 5cm

- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $f'(x) = 2g(x)$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة f
- بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 - \alpha$ ، ثم عين حصاراً لـ $f(\alpha)$
- أحسب: $f(1)$ ، $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ، $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ، $f(-1)$
- أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة: 1
- أرسم (Δ) و (C_f)

التمرين (36)

- f دالة عددية معرفة على $D_f = \mathbb{R}^*$ حيث: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$
- أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$
 - أحسب النهايات للدالة f عند 0 وفسر النتيجة هندسياً
 - أدرس اتجاه تغير الدالة f ، واعط جدول تغيراتها
 - بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ذوي المعادلتين $y = x$ و $y = 1 + x$ مقاربين مائلين لـ (C_f)
 - أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ')
 - بين أن النقطة بين أن $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر لـ (C_f)
 - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $1 < \alpha < \ln 2$ و $-1.3 < \beta < -1.4$
 - هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي (Δ)
 - ناقش جبرياً حسب قيم الوسيط m حيث $m \in \mathbb{R}$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$
 - نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = |x| - \frac{e^{-x}}{|1 - e^{-x}|}$
- أكتب g دون رمز القيمة المطلقة ثم استنتج رسم (C_g) انطلاقاً من (C_f) ثم انشئه في نفس المعلم.

التمرين (37)

- I دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2e^x + 2x - 7$
- احسب نهايات الدالة عند $+\infty$ و $-\infty$.
 - ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول التغيرات.
 - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0.94 \leq \alpha \leq 0.941$
 - استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
- II دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (2x - 5)(1 - e^{-x})$. بيان الدالة على M م $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث الوحدة $2cm$.
- ادرس إشارة f على $\mathbb{R}$
 - احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
 - احسب $f'(x)$ ثم شكل جدول التغيرات.
 - أثبت أن: $f(\alpha) = \frac{(2\alpha - 5)^2}{2\alpha - 7}$
 - ادرس تغيرات الدالة $h: x \rightarrow \frac{(2x - 5)^2}{2x - 7}$ على المجال $\left]-\infty; \frac{5}{2}\right]$. استنتج انطلاقاً من حصر α المحصل عليه في الفرع I حصاراً بتقريب إلى 10^{-2} للعدد $f(\alpha)$
 - (7) بين أن المستقيم $(D): y = 2x - 5$ مستقيماً مقارباً للمنحني (C_f)
 - (8) ادرس الوضعية بين (C_f) و (D) .
 - (9) أنشئ (C_f) و (D) .
 - (10) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = 2x + m$.

التمرين (38)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2-x)e^x - 2$.

1. أدرس تغيرات الدالة g .
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث : $1,59 < \alpha < 1,60$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{e^x - 1}, & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. بين أن الدالة f مستمرة عند القيمة $x_0 = 0$.
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 0$ ، ثم فسر النتيجة .
3. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
4. (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم فإن : $f'(x) = \frac{x g(x)}{(e^x - 1)^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

5. (أ) بين أن $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(ب) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة K المعرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ : $K(x) = -x^2$.

- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - K(x)]$ ، ماذا تستنتج ؟

- أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة لـ (Γ) على المجال $]-\infty; 0]$.

(ج) أرسم (Γ) و (C_f) .

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد

وإشارة حلول المعادلة التالية : $x^2 - m e^x + m = 0$

التمرين (39)

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-\infty; 2]$ كما يلي : $g(x) = x + 1 + e^x$.

1. أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.
2. ادرس اتجاه تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها على $]-\infty; 2]$.
3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث : $-1,28 < \alpha < -1,27$.
4. استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty; 2]$.

الجزء 2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; 2]$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{1+e^x}{x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $-\infty$.
2. بين أن $f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{x^2}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty; 0[\cup]0; 2]$.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات .
4. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x-1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
5. بين أن $f(\alpha) = \alpha - 2$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
6. ارسم (C_f) و المستقيمت المقاربة ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$) .

7. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $x^2 - (1+m)x + 1 + e^x = 0$
الجزء 3 :

لتكن h الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ كما يلي : $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

1. بين أن $f'\left(\frac{1}{x}\right) > 0$ على المجال $\left] \frac{1}{\alpha}; 0 \right[$ و $f'\left(\frac{1}{x}\right) < 0$ على المجال $\left] -\infty; \frac{1}{\alpha} \right[$.

2. باستعمال مشتقة دالة مركبة أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$.

3. أحسب $h'\left(\frac{1}{\alpha}\right)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$ على المجال $]-\infty; 0[$ و شكل جدول تغيراتها .

التمرين (40)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ $g(x) = e^{\frac{x}{2}} - e^x + 2$. (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. عين نقاط تقاطع المنحنى (C_g) مع محوري الاحداثيات.
3. عين الوضع النسبي لـ (C_g) بالنسبة إلى المستقيم المقارب الافقي .
4. أنشئ المنحنى (C_g) .
5. استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ $f(x) = [g(x)]^2$.

1. أكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .
2. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها .

III. نعتبر الدالة h المعرفة على IR بـ $h(x) = g(-x^2)$.

1. باستعمال نهاية ومشتقة الدالة المركبة ادرس تغيرات الدالة h و شكل جدول تغيراتها
2. أنشئ (C_h) في نفس المعلم
3. ناقش بيانيا عدد واشارة حلول المعادلة $h(x) = m$.

التمرين (41)

الجزء 1:

نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ $g(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x + 2}$ حيث a, b عدنان حقيقيان . (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- عين قيمة a, b بحيث (C_g) يشمل النقطة $A(\ln 2, \ln 2)$ ويقبل عند النقطة A مماسا يوازي محور الفواصل

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x - 2 - \frac{8}{e^x + 2}$.
2. أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائيلين (Δ) و (Δ') يطلب تعيين معادلة لكل منهما
 ب) حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة (Δ) و (Δ') .
3. ادرس تغيرات الدالة f ثم انشئ جدول تغيراتها .

4. بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيها .
 5 (أ) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2 < \alpha < -1,5$.
 (ب) ارسم (Δ) و (Δ') و (C_f) .
 6- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد واشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

التمرين (42)

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني لدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = (ax + b)e^{x-1} + c$ حيث at , c اعداد حقيقية . المنحي (C) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{2}$ ويقبل مماسا (T) في النقطة $A(1, 5)$ ويشمل النقطة $B(0, 2)$.

الجزء 1:

1. حدد $f'(-\frac{1}{2})$ و $f(1)$ و $f'(1)$.

2. احسب $f'(x)$.

3. عين الاعداد الحقيقية at , c .

الجزء 2

نقبل ان $f(x) = (2x - 1)e^{x-1} + 4$.

1. (أ) بين ان المستقيم (d) الذي معادلته $y = 4$ مقارب للمحني (C) عند $-\infty$.

(ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (d) .

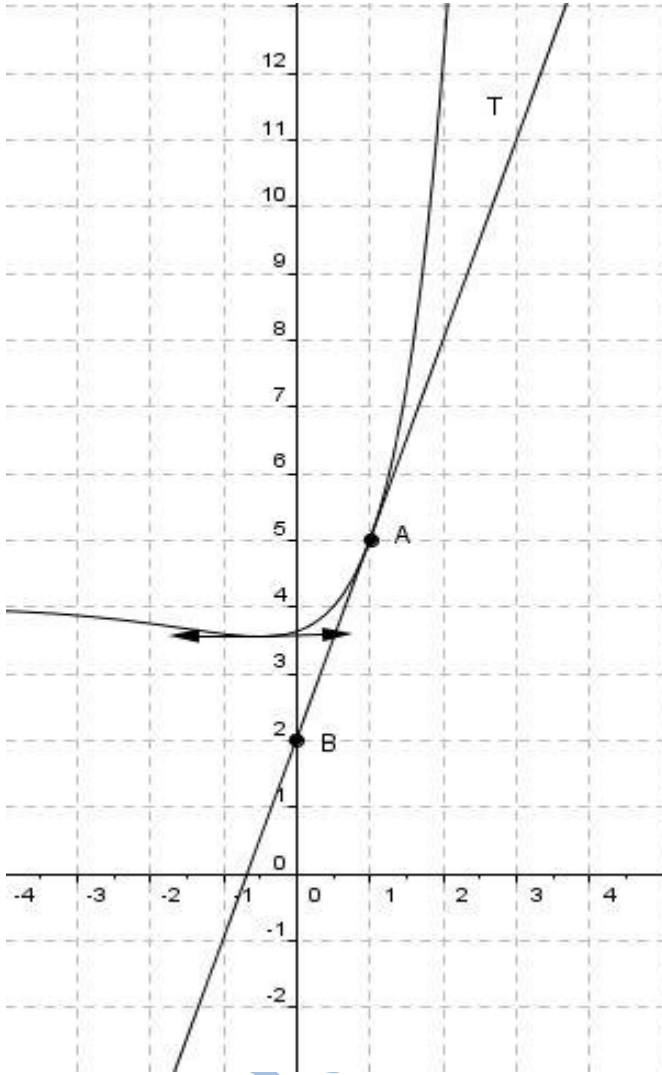
(ج) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيها .

4. بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 6$ ويقطع

المنحنى (C) في نقطة وحيدة فاصلتها α من المجال $[1; 2]$.



الدوال اللوغارتمية

التمرين (43)

بسط ما يلي :

$$D = \ln\left(\frac{1}{e}\right)^2 - \ln^2\left(\frac{1}{e}\right) \quad \bullet \quad C = \ln 2 + \ln(8e) - \ln(4e^2) \quad \bullet \quad B = \ln(e\sqrt{e}) \quad \bullet \quad A = \ln e^3 - \ln e^2$$

$$C = 2\ln(100) - \ln\left(\frac{1}{10}\right) \quad \bullet \quad B = 2\ln(0,1) - 3\ln(0,01) + \ln 2 \quad \bullet \quad A = 3\ln 2 - \ln 5 + \frac{1}{2}\ln 8$$

$$e^{-2\ln 3} \quad * \quad e^{1+\ln 2} \quad * \quad e^{\ln 5} + e^{-\ln 3} \quad \bullet$$

التمرين (44)

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

(أ) $\ln x = 2$ ، (ب) $\ln x = -3$ ، (ج) $7 \ln x = 2$ ، (د) $\ln x + \ln 3 = 0$

(1) $\ln(2x-3) = \ln(x+4)$ ؛ (2) $\ln(x^2+x) = 1$ (3) $\ln|1-x| = \ln 3$ ؛ (4) $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = -1$

التمرين (45)

نعتبر كثير الحدود P للمتغير الحقيقي x حيث:

$$P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 11x - 6$$

(1) تحقق من أن $P(x) = (2x-1)(x+2)(3-x)$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

(3) استنتج مجموعة حلول المعادلة: $-2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 + 11 \ln x - 6 = 0$

$$(4) -2e^{3x} + 3e^{2x} + 11e^x - 6 = 0$$

التمرين (46)

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

(1) $\ln x < 1$ (2) $\ln 2x > -1$ (3) $\ln(2x+3) < 5$ (4) $\ln(1-x) \leq 2$ (5) $\ln x > \ln(2x-1)$

$$(6) x \ln x - \ln x \geq 0$$

التمرين (47)

ادرس إشارة العبارات الجبرية التالية على مجموعة تعريفها:

(1) $\ln x - \ln 3$ (2) $(\ln x + 1)(\ln x - 1)$ (3) $\ln x(\ln x - 1)$ (4) $2x \ln(1-x)$ (5) $-x^2 \ln(x+1)$

التمرين (48)

$$f \text{ دالة معرفة على }]0; +\infty[\text{ بـ } f(x) = \frac{1}{x} - \ln x$$

- 1- ادرس نهايات الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.
- 2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

التمرين (49)

$$f \text{ دالة معرفة على }]0; 1[\cup]1; +\infty[\text{ بـ } f(x) = \frac{1}{x \ln x}$$

- 1- ادرس نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف (علما ان $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$)
- 2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- 3- انشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ومتجانس.

التمرين (50)

$$f \text{ دالة معرفة على }]0; 1[\cup]1; +\infty[\text{ كما يلي: } f(x) = \frac{1}{\ln x}$$

- 1- ادرس نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف.
- 2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- 3- انشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ومتجانس.

التمرين (51)

$$f \text{ دالة معرفة على }]0; e[\cup]e; +\infty[\text{ بـ: } f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 - \ln x}$$

- 1- ادرس نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف.
- 2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

التمرين (52)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x-1}{x} \times \ln x$ (C) المنحني الممثل للدالة f في معلم م م .

1. أ- ادرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = x - 1 + \ln x$

ب- تحقق أن $g(1) = 0$. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

2. أ- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج تغيرات f .

ج- ادرس نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

د- شكل جدول تغيرات f .

3. ارسم المنحني (C).

التمرين (53)

الهدف من هذه المسألة هو دراسة تغيرات الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln(e^{2x} - 1)}{e^x}$

الجزء 1:

1. نعتبر الدالة g المعرفة على $]1; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$

(أ) نقبل أن $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$. استنتج نهاية $g(x)$ لما x يؤول إلى 1.

(ب) احسب $g'(x)$ من أجل x ينتمي إلى المجال $]1; +\infty[$.

(ج) حل في المجال $]1; +\infty[$ المتراجحة: $1 - \ln(x-1) > 0$

(د) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $]1; +\infty[$.

(هـ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا واحدا α في المجال $[e+1; e^3+1]$ و ادرس إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]1; \alpha[$ و $]\alpha; +\infty[$.

2. φ هي الدالة المعرفة على $]1; +\infty[$ كما يلي $\varphi(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{x}$

(أ) ادرس نهاية الدالة φ عند 1. نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 0$

(ب) احسب $\varphi'(x)$ و بين أن إشارة $\varphi'(x)$ هي نفس إشارة $g(x^2)$ على المجال $]1; +\infty[$.

(ج) بين أن φ متزايدة على المجال $]1; \sqrt{\alpha}[$ و متناقصة على المجال $]\sqrt{\alpha}; +\infty[$.

الجزء 2:

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = \varphi(e^x)$

2. استنتج: (أ) نهاية $f(x)$ لما x يؤول إلى 0.

(ب) نهاية $f(x)$ لما x يؤول إلى $+\infty$.

(ج) اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ و أن f تقبل قيمة حدية عظمى عند $\ln(\sqrt{\alpha})$.

3. بين من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f(x) \leq \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha - 1}$

4. مثل بيانيا الدالة f في معلم متعامد حيث وحدة الأطوال 5cm

التمرين (54)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ($O, \vec{i}, \vec{j}$)

* لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

1/ أحسب نهايات h عند طرفي مجال تعريفها

2/ أدرس تغيرات الدالة h

3/ بين ان المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[\frac{3}{2}, 2 \right]$ ثم إستنتج إشارة $h(x)$

** لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$

- 1- أحسب نهايات f عند طرفي مجال تعريفها
- 2- عبر عن $f'(x)$ بدلالة $h(x)$.
- 3- إستنتج تغيرات الدالة f وشكل جدول التغيرات
- 4- بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$
- 5- عين معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) الممثل للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$
- 6- أرسم (C_f) و (Δ)
- نعتبر الدالة K المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بالعلاقة : $k(x) = \frac{|\ln x|}{x^2 + 1}$
- إشرح كيف يمكن رسم (C_k) بالاعتماد على (C_f) ، ثم أرسمه.

التمرين (55)

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2x^2 - \ln x$

- 1/ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g .
- 2/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء 2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 2x - 1 + \frac{1 + \ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $+\infty$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات .
3. أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$.
4. تحقق أن المستقيم (Δ) يقطع المنحني (C_f) في نقطة A يطلب تعيين إحداثياتها .
- 5/ حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) في المجال $]0; +\infty[$.
- 6/ أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحني (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (Δ) (يطلب كتابة معادلة (T))
- 7/ برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,39 < \alpha < 0,40$.
- ارسم (C_f) و (Δ) و (T) ($\|\vec{i}\| = 2cm ; \|\vec{j}\| = 1cm$)
- ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(m+1)x - 1 - \ln x = 0$

التمرين (56)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x^2 + 3x - 2(\ln x)^2$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب نهاية الدالة f عند 0 ، $+\infty$.
2. أحسب $f'(x)$ ، $f''(x)$.
- II . نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1 + \ln x$
1. ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات)
2. بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد من $[1; 2]$ بحيث $g(\alpha) = 0$
3. تحقق أن $1,2 < \alpha < 1,3$.

4. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.
5. بين أن $f''(\alpha) = 0$ وأن $f''(x) > 0$ يكافئ $g(x) > 0$.
6. استنتج إشارة $f''(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f' .
7. بين أن $f'(\alpha) = \frac{4\alpha^2 + 3\alpha - 4}{\alpha}$ ثم استنتج أن $f'(\alpha) > 0$. (إرشاد: الدالة $x \mapsto \frac{4x^2 + 3x - 4}{x}$ متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$).
8. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$.
9. احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ ، فسر النتيجة ببيانها.
10. باستخدام حصر α في السؤال (3) واتجاه تغير الدالة f أعط حصر لـ: $f(\alpha)$
11. ارسم (C_f) علما أن $f(0,43) \approx 0$ و النقطة $(\alpha; f(\alpha))$ نقطة انعطاف.
(سلم الرسم : $\|i\| = 2cm$ ، $\|j\| = 1cm$)

التمرين (57) (بكلوريا شعبة رياضيات)

الجزء الأول: g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3[$ كمايلي : $g(x) = 2\ln(x-1) - \frac{x}{x+1}$.

- أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .
- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α يحقق : $-0.8 < \alpha < -0.7$.
- عين حسب قيم x ، إشارة $g(x) = 0$.
- 4 h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3[$ بـ : $h(x) = [g(x)]^2$.
(أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$.
(ب) عين إشارة $h'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

الجزء الثاني: f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3[$ كمايلي :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
- بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر ، ثم أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .
 - 2 أ- بين أنه من أجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3[$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
ب- بين أن $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.
ج- احسب $f(3)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - 3 أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;3[$ فإن : $x - \ln(x+1) \geq 0$.
ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) .
 - 4 عين معادلة للمستقيم (T) الموازية للمماس (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3 .
 - 5 ارسم (T) ، (C_f) .
 - 6 ناقش بيانها، حسب قيم الوسيط m ، عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.

التمرين (58)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة : $f(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس وحدة الرسم $1cm$.

- 1- أ) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ، ثم فسر النتائج بيانيا .
 ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1$.
- 2- أدرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^*$ ثم شكل جدول تغيراتها .
- 3- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}^*$ ثم تحقق أن $\alpha \in]-1; \frac{-1}{2}[$.
- 4- ارسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم .
- 5- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m + 1$.
- 6- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x) = 1 + \frac{\ln x^2}{|x|}$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
 أ) بين أن g دالة زوجية .
 ب) اعتمادا على المنحنى (C_g) أرسم (C_f)

التمرين (59)

الجزء 1:

1. ادرس تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(t) = e^t - t - 1$
 ما هي القيمة الحدية الصغرى للدالة g على $\mathbb{R}$ ؟
2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي t ، $e^t \geq t + 1$ ، و $e^t > t$

الجزء 2:

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 - 2\ln(e^x - x)$

1. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x^2 - 2x - 2\ln(1 - xe^{-x})$

ب- نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. أ- اشرح لماذا f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2(x-1)(e^x - x - 1)}{e^x - x}$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f . (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$)

3. في معلم متعامد ومتجانس (الوحدة: 3cm)، نعتبر القطع المكافئ P الذي معادلته $y = x^2 - 2x$ و (C) المنحني الممثل للدالة f .

أ- بين أن $f(x) - (x^2 - 2x)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$.

• عندما يكون $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) - f_2(x) = 0$ ، نقول أن المنحنيين الممثلين للدالتين f_1 و f_2 متقاربان عند $+\infty$.

ب- ادرس الوضعية النسبية لمنحنيين P و (C) .

4. عين معادلة لكل من المماسين D و D' على الترتيب للمنحنيين P و (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. ارسم في نفس المعلم ، المنحنيين P و (C) و المماسين D و D' .

التمرين (60)

الجزء 1:

نعتبر الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $u(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln|x|$

1. ادرس تغيرات الدالة u على $\mathbb{R}^*$.

2. ادرس نهايات الدالة u عند 0 و $+\infty$.

3. نعتبر المعادلة $u(x) = 0$

- أ- بين أن هذه المعادلة تقبل حلا واحد α حيث $\alpha \in]\frac{1}{2}; 1[$

ب- أعط حصرًا بعددين كسريين للعدد α من الشكل $\frac{n}{10}$ و $\frac{n+1}{10}$ حيث n عدد طبيعي.

4. استنتج إشارة $u(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

الجزء 2:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = 2x - \frac{\ln|x|}{x^2}$ نرسم (C) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. ادرس نهايات الدالة f عند 0 ، $-\infty$ و $+\infty$. (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x)}{x^2} = 0$)

2. احسب $f'(x)$.

3. ادرس اتجاه تغير لدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4. أ- بين أن $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{1}{2\alpha^2}$.

ب- باستعمال حصر α في الجزء 1-3 بين أن: $1,6 < f(\alpha) < 2,1$ (لا يطلب رسم المنحني (C))

الجزء 3:

لتكن النقطة $M(x; y)$ و $M'(x'; y')$ حيث M' هي نظير M بالنسبة لمحور الترتيب.

1. عين x' و y' بدلالة x و y .

2. أ- بين أنه إذا كانت M تتغير على المنحني (C) فإن النقطة M' تتغير على المنحني (Γ) الذي معادلته $y = -2x - \frac{\ln|x|}{x^2}$

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (Γ) .

التمرين (61)

من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما k ، نعتبر الدالة f_k المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f_k(x) = \ln(e^x + kx) - x$

نرمز بـ $\mathcal{C}_k$ إلى منحنى الدالة f_k في معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. نعتبر الدالة g المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \ln(x+1) - x$

أ- ادرس تغيرات الدالة g (لا يطلب حساب النهايات).

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب a ، $\ln(a+1) \leq a$

2. أ- احسب $f_1'(x)$ ، ثم استنتج تغيرات الدالة f_1 .

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$: $f_1(x) = \ln\left(1 + \frac{x}{e^x}\right)$

ج- نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$. عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$.

د- شكل جدول تغيرات الدالة f_1 .

3. أ- احسب $f_k'(x)$ ، ثم استنتج تغيرات الدالة f_k .

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$: $f_k(x) = \ln\left(1 + k \frac{x}{e^x}\right)$

ج- استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f_k .

د- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$: $f_k(x) \leq \frac{k}{e}$

4. حدّد معادلة المماس T_k للمنحنى $\mathcal{C}_k$ عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. ليكن p و m عدنان حقيقيان موجبان تماما حيث $p < m$ ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين $\mathcal{C}_m$ و $\mathcal{C}_p$.

التمرين (62)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$ إذا كان $x > 0$ و $f(0) = 0$ نرسم $(\mathcal{C})$ إلى

المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; I, J)$ حيث وحدة الأطوال هي 5 cm .

الجزء 1:

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{1+x^2}$

1. احسب g' مشتقة الدالة g ، بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2(x^2-1)}{x(1+x^2)^2}$

2. ادرس إشارة $g'(x)$ حسب قيم x . عين نهايات g عند $+\infty$ و عند 0 .

3. شكل جدول تغيرات g .

4. استنتج أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α يحقق $g(\alpha) = 0$. تحقق أن: $0,5 < \alpha < 0,6$.

استنتج من الأسئلة السابقة إشارة $g(x)$ حسب قيم x . (لا يطلب إنشاء منحنى الدالة g).

الجزء 2:

1. أ- احسب نهاية $xf(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$. (يمكن وضع $X = \frac{1}{x^2}$).

ب- استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

ج- بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$.

د- شكل جدول تغيرات f على المجال $]0; +\infty[$.

2. بين أن نهاية $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ماذا تستنتج؟

ب- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 .

ج- عين معادلة المماس للمنحني (c) عند النقطة O .

3. ارسم (c) .

التمرين (63)

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - e^x$ و (c) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. ادرس تغيرات f ، حدد النهايات عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2. عين إشارة $f(x)$ حسب قيم x .

3. ارسم المنحني (c) .

II. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = \ln|e^{\frac{x}{2}} - e^x|$ نرسم (Γ) إلى تمثيلها البياني.

1. حدد نهايات الدالة g عند $-\infty$ ، عند $+\infty$ و عند 0 .

2. احسب $g'(x)$ ، و عين إشارتها باستعمال إشارة $f(x)$ و إشارة $f'(x)$. شكل جدول تغيرات f .

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماماً x ، $g(x) - x = \ln\left(1 - e^{-\frac{x}{2}}\right)$

- بين أن المستقيم D الذي معادلته $y = x$ مقارب للمنحني (Γ) .

- ادرس وضعية (Γ) بالنسبة إلى D من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$.

4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي سالب تماماً x ، $g(x) - \frac{x}{2} = \ln\left(1 - e^{\frac{x}{2}}\right)$

- بين أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = \frac{x}{2}$ مقارب للمنحني (Γ) .

- ادرس وضعية (Γ) بالنسبة إلى Δ من أجل كل عدد حقيقي $x < 0$.

5. ارسم (Γ) ، D و Δ في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

بكالوريات الجزائر

1- شعبة علوم تجريبية

التمرين (64) (بكالوريا 2008 الموضوع الاول)

I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[-2; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$. (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول 1 cm .

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1; 1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[-2; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$. (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم .
(أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و فسر النتيجة بيانيا .

(ب) ادرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها .

(ج) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثيتها .

(د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I . (هـ) ارسم (C_g) .

(و) H الدالة العددية المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي : $H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ حيث α و β عدنان حقيقيان

- عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة : $x \mapsto g(x) - 1$.

- استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0 .

III- لنكن k الدالة المعرفة على $[-2; +\infty[$ كما يأتي : $k(x) = g(x^2)$

. باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين (65) (بكالوريا 2008 الموضوع الثاني)

المنحنى (C_g) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ كما يلي $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$.
1. (أ) بقراءة بيانية أعطي تخيما لجدول تغيرات الدالة g .

(ب) عين $g(0)$ و إشارة $g(0.5)$.

(ج) علل وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $]0; 0.5[$ حل للمعادلة $g(x) = 0$.

(د) إذا علمت أن g متزايدة تماما على مجال $[-1; +\infty[$ إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[-1; +\infty[$.

2. f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2} \quad \text{و ليكن } (C_f) \text{ تمثيلها البياني في معلم متعامد } (O; \vec{i}; \vec{j})$$

(أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

(ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا

(ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ و فسر النتيجتين هندسيا .

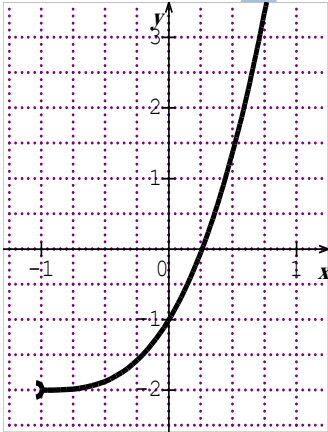
(د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) نأخذ $\alpha \approx 0.26$ (أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

(ب) أرسم المنحنى (C_f) .

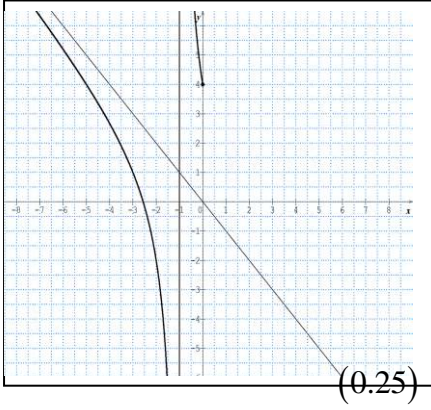
(4) (أ) أكتب $f(x)$ على الشكل : $f(x) = x + a + \frac{b}{(x+1)^2}$ حيث a و b عدنان حقيقيان .

(ب) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $[-1; +\infty[$ و التي تحقق : $F(1) = 2$.



التمرين (66) (بكالوريا 2009 الموضوع الاول)

(I) f دالة عددية معرفة على $I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0]$ بـ : $f(x) = -x + \frac{4}{x+1}$ (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس كما هو مبين الشكل .



1. أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I .
 ب) بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيرات f شكل جدول تغيراتها.

2. g دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x + \frac{4}{x+1}$ (C_g) تمثيلها البياني معلم متعامد و متجانس.

أ) احسب نهاية g عند $+\infty$.
 ب) تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلاً عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له .
 ج) أدرس تغيرات g .

(II) k دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $k(x) = |x| + \frac{4}{x+1}$

أ) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ و ماذا تستنتج ؟
 ب) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة .

1- أكتب معادلتى المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$
 2- أرسم (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_k) التمثيل البياني للدالة k .
 3- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحى (C_k) و المستقيمت التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$ و $x = -\frac{1}{2}$

التمرين (67) (بكالوريا 2009 الموضوع الثاني)

الجزء الأول : h دالة عددية معرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$.

1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$: $h'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم انجز جدول تغيراتها .

3) أحسب $h(0)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني : لتكن f دالة عددية معرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$ و نسمي (C_f) منحنيها

البياني في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانياً .

ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ برهن أن $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$. جـ) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

د) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحى (C_f) .

هـ) أدرس وضعية المنحى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن المنحى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4 .

4) أرسم (C_f) .

5) أحسب مساحة الحيز المحدود بالمنحى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها $y = x - 1$ و $x = 0$ ؛ $x = 1$

التمرين (68) (بكالوريا 2010 الموضوع الاول)

(I) ليكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I =]0.5; +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 + \ln(2x - 1)$ و ليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس .

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0.5^+} f(x)$.

(2) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) عيّن فاصلة النقطة من $(\mathcal{C}_f)$ التي تكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = x$.

(4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x) = \ln(x+a) + b$ حيث a, b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما .

(ب) استنتج أنه يمكن رسم $(\mathcal{C}_f)$ انطلاقا من $(\mathcal{C})$ منحنى الدالة اللوغاريتمية $\ln$ ثم ارسم $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{C}_f)$.
(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ : $g(x) = f(x) - x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم بيّن أن $\lim_{x \rightarrow 0.5^+} g(x) = -\infty$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]1.5; +\infty[$ حلا وحيدا α تحقق أن $2 < \alpha < 3$.

(ب) ارسم $(\mathcal{C}_g)$ منحنى الدالة g على المجال $]0.5; 5[$ في المعلم السابق .

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (d) .

(5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي من المجال $]1; \alpha[$ فإن $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1; \alpha[$.

(III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي : $u_n = f\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$.

(1) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $u_n = 1 + 2\ln 3 - 3\ln 2$.

(2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين (69) (بكالوريا 2010 الموضوع الثاني)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$ فرمز بـ $(\mathcal{C}_f)$ لتمثيلها البياني المعلم المتعامد المتجانس .

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر هندسيا النتيجة .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}^*$ ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب : $y = x + 1$ و $y = x$.

(ب) أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

(4) أثبت أن النقطة $\omega(0; 0.5)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

(5) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1.4 < \beta < -1.3$.

(ب) هل توجد مماسات لـ $(\mathcal{C}_f)$ توازي المستقيم (Δ) ؟

(ج) أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

(د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x} = m$

التمرين (70) (بكالوريا 2011 الموضوع الاول)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ :

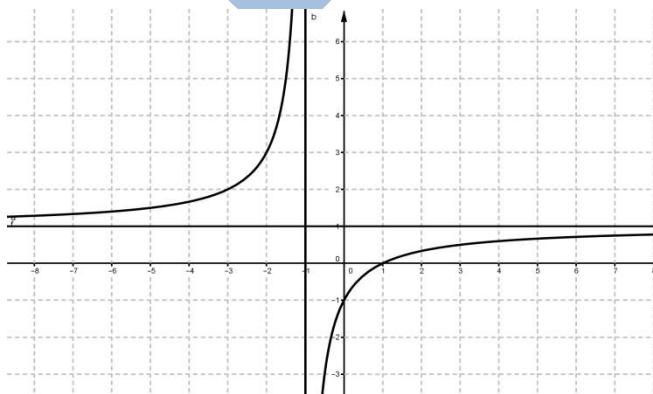
$g(x) = \frac{x-1}{x+1}$ و $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني المعلم المتعامد والمتجانس

(الشكل المقابل) ، بقراءة بيانية :

أ - شكل جدول تغيرات الدالة g .

ب - حل بيانيا ، المتراجحة $g(x) > 0$.

ج - عيّن بيانيا قيم x التي يكون من أجلها $0 < g(x) < 1$



(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

2. أ - بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$.
ب - احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ - باستعمال الجزء (I) السؤال ج - ، عيّن إشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1; +\infty[$.

ب - α عدد حقيقي . بيّن أنّ الدالة $x \mapsto (x-\alpha)\ln(x-\alpha) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x-\alpha)$ على المجال $[\alpha; +\infty[$.

ج - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ ، $g(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$ ، ثم عيّن دالة أصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$.

التمرين (71) (بكالوريا 2011 الموضوع الثاني)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^x - ex - 1$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب - احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها .

ج - شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. أ - بيّن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

ب - اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ج - بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ ، تقبل في المجال $]1,76; 1,75[$ حلاً وحيداً α .

د - ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty; 2]$.

3. أ - احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 0$ ؛ $x = \alpha$.

ب - أثبت أنّ : $A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha\right) ua$ (حيث ua هي وحدة المساحة)

التمرين (72) (بكالوريا 2012 الموضوع الاول)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ كما يلي : $f(x) = x + 5 + 6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أ - احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً .

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 0[$ ، $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3 أ - بيّن المستقيم (Δ) الذي معادله : $y = x + 5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$.

ب - ادرس وضع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) .

4 بين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-3.5 < \alpha < -3.4$ و $-1.1 < \beta < -1$.

5 أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) .

- (6) أ - نعتبر النقطتين $A\left(-1; 3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2; \frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ بيّن أن $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)
 ب - بيّن أن المستقيم (AB) يمس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثياتها .
- (7) لتكن g الدالة المعرفة على $]-\infty; 0[$ كما يلي : $g(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$.
 بين أن g دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty; 0[$.

التمرين (73) (بكالوريا 2012 الموضوع الثاني)

- (I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - xe^x$.
 (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم شكّل جدول تغيراتها .
 (2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .
 (3) أ - بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ ، تقبل في حلا وحيدا α على $]-1; +\infty[$
 ب - تحقق أن $0.5 < \alpha < 0.6$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي : $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$. $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 (2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن : $f'(x) = -g(x)$ ، استنتج إشارتها . $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .
 (3) بيّن أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$
 ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوير النتائج إلى 10^{-2})
 (4) أ - بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ هو مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$
 ب - ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ) .
 (5) أ - بيّن أن $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1.6 < x_1 < -1.5$ و $1.5 < x_2 < 1.6$.
 ب - أنشئ (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.
- (6) لتكن h الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = (ax + b)e^x$:
 أ - عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$.
 ب - استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

التمرين (74) (بكالوريا 2013 الموضوع الاول)

x	$f(x)$
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

- I الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$ ،
 و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،
 ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C) .
 (2) احسب $f'(x)$.
 بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; 1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .
 (3) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $]-\infty; 1[$ حلا وحيدا α . باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد α .
 (4) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C) ، ثم ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.
 (5) عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)| = m$ حلان مختلفان في الإشارة .

(II) الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ: $g(x) = f(2x-1)$ عبارة $g(x)$ غير مطلوبة).

(1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty; 1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2- أ) تحقّق أنّ $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثمّ بيّن أنّ: $2f'(\alpha) = g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)$.

(ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

(ج) تحقّق من أنّ: $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T) .

التمرين (75) (بكالوريا 2013 الموضوع الثاني)

(I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$.

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(2) استنتج أنّه من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - \frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم

المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

(1) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$. فسّر النتيجة بيانيا.

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا α في المجال $]-1; +\infty[$ ، ثمّ تحقّق أنّ $0 < \alpha < 0,5$.

(3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4- نقبل أنّ المستقيم (T) ذا المعادلة $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0 .

أ) احسب x_0 .

(ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثمّ المنحنى (C_f) .

(ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلّين متمايزين.

التمرين (76) (بكالوريا 2014 الموضوع الاول)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، فسّر النتيجتين هندسيا.

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $]0; +\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(2) أ) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = 1$.

(ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

(ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0; 1[$ حلا وحيدا α ، حيث $e^{-0,4} < \alpha < e^{-0,3}$.

(3) أنشئ (T) و (C_f) .

(4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $h(x) = 1 + \frac{2\ln|x|}{|x|}$ و ليكن (C_h) تمثيلها البياني.

- (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x) - h(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟
 (ب) أنشئ المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f) .
 (ت) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 = (m-1)|x|$.

التمرين (77) (بكالوريا 2014 الموضوع الثاني)

- I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$.
 (1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
 ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.
 (2) أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$.
 ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.
 II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$.
 و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
 (1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 (2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2 - 2x + 1)}$.
 ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.
 ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .
 (3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f .
 ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f . (نأخذ $f(\alpha) \approx -0,1$)
 (4) أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.
 (5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .
 (6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
 أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) - 2$.
 ب) استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h) .

التمرين (78) (بكالوريا 2015 الموضوع الاول)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

I. (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 3$ ؛

α هي فاصلة نقطة تقاطع (Δ) و (γ) .

(1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0; +\infty[$.

(2) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = x - 3 + \ln x$. استنتج

حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(3) تحقق أن: $2,2 < \alpha < 2,3$.

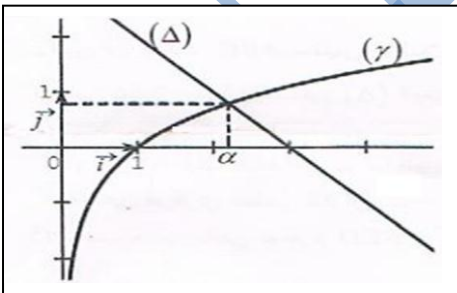
II. f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln x - 2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ؛ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

- بيّن أن: $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ؛ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل؛ ثم أنشئ (C_f) على المجال $]0; e^2]$.



التمرين (79) (بكالوريا 2015 الموضوع الثاني)

A. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

- (1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0,36 < \alpha < 0,37$.
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
- B. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$.

و تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.
- ب) استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha; +\infty[$.
- (2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
- (4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$.
- (5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha) \approx 0,1$.
- (6) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$.
- ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.