

سلسلة الاعداد المركبة

التمرين 01

أحسب ما يلي :

1. $(1+3i)(2-5i)$

2. $(1+3i)(-2+i) - (-3+i)(1+i)$

3. $(2-3i)^2 - i(1+3i)$

4. $(2-3i)(2+3i)$

5. $i(1+2i)^2 - (-1+i)^2$

التمرين 02

أكتب على الشكل الجبري الأعداد المركبة الآتية :

1. $i(1+2i)^2 - (-1+i)^2$

2. $i^3 \times \frac{1-i}{1+i}$ ، $\frac{-1+3i}{1-2i}$ ، $\frac{3-i}{(1+i)^2}$

3. $(1+i)^{32} - \frac{5}{1+2i}$ ، $\frac{1}{1+\sqrt{2-i}}$ ، $\frac{1+i}{1-i} + \frac{2+i}{1+i}$

التمرين 03

حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية :

1. $2iz + 2 - i = (1+i)z + 1$

2. $(1-2iz)(1+i)^2 - (1+i)z = 0$

3. $\frac{iz}{1+i} + \frac{z-1}{1-i} = 0$

4. $(1+i)z - (2+3i)\bar{z} - 1+9i = 0$

5. $(z+2i)(\bar{z}+1-3i) = 14+2i$

6. $z\bar{z} + (z-\bar{z}) - 2i - 5 = 0$

التمرين 04

حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية ذات المجهول z :

1. $z^2 + (1-3i)z - 2(1+i) = 0$

2. $z^2 - (3-2i)z + 5-i = 0$

3. $z^2 - (1+i\sqrt{3})z + i\sqrt{3} = 0$

4. $(1+i)z^2 - 2(1+4i)z - (3-11i) = 0$

التمرين 05

- في المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس ، نعتبر النقط A, B, C لواحقتها $z_A = 1+2i$ ، $z_B = -1-4i$ ، $z_C = -5i$.
1. عين لاحقة النقطة D حتى يكون مركز ثقل المثلث BCD .
 2. عين لاحقة النقطة H حتى يكون $ABCH$ متوازي أضلاع .
 3. عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1), (B;2), (C;-1)\}$.

التمرين 06

1. اكتب $z = (1+i)(\sqrt{3}+i)$ على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي .
2. استنتج قيمة $\cos \frac{5\pi}{12}$ و $\sin \frac{5\pi}{12}$.
3. اكتب z^{2010} على الشكل الجبري .

التمرين 07

- ليكن العدادان المركبان : $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_2 = \sqrt{3} + i$
1. اكتب الاعداد z_1 و z_2 على الشكل المثلثي .
 2. اكتب $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل المثلثي .
 3. استنتج قيمة $\sin \frac{\pi}{12}$ و قيمة $\cos \frac{\pi}{12}$.

التمرين 08

صحيح أم خاطئ مع التبرير :

1. $i^3 + i^2 + i + 1 = 0$
2. $(3+5i)(1-2i)(2-i) = 35-55i$
3. $(i-1)^2$ حقيقي .
4. مرافق $7i+5$ هو $7i-5$.
5. $\frac{7-2i}{1-i} = \frac{9}{2} - \frac{5}{2}i$.
6. $\frac{1+3i}{1-i} + \frac{2-i}{2+i} = -\frac{2}{5} + \frac{6}{5}i$.
7. $(5+i)(2-3i) = 13-13i$

التمرين 09

المستوي منسوب الى معلم متعامد $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، $M(x, y)$ هي صورة العدد المركب z حيث : $z = x + iy$ ، نضع :

$$Z = z\bar{z} + 6z - 2i\bar{z} - 15 + 6i$$

1. اكتب Z على الشكل الجبري .
2. عين (Δ) مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي حتى يكون حقيقيا .
3. عين (E) مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي حتى يكون تخيليا صرفا .
4. أنشئ (Δ) و (E)

التمرين 10

المستوي منسوب الى معلم متعامد $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، $M(x, y)$ هي صورة العدد المركب z حيث : $z = x + iy$ ، نضع : $Z = \frac{z+i}{z-i}$

- 1) اكتب Z على الشكل الجبري .
- 2) عين (Δ) مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي حتى يكون حقيقيا .
- 3) عين (E) مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي حتى يكون تخيليا صرفا .
- 4) أنشئ (Δ) و (E)
- 5)

التمرين 11

في كل سؤال يوجد جواب واحد فقط صحيح عينه مع التبرير ، و نقطتان لاحقاكما على الترتيب :

الرقم	المعطى	الجواب أ	الجواب ب	الجواب ج
01	طويلة z_1 وعمدته هما :	$\frac{\pi}{3}, 2$	$-\frac{\pi}{3}, \sqrt{2}$	$-\frac{\pi}{3}, 2$
02	الشكل الجبري لـ $\frac{z_1}{z_2}$	$\frac{1-i\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+i}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}$
03	عمدة $\frac{z_2}{z_1}$ هي :	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$
04	مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق : $ z - z_1 = 2$	المستقيم (AB)	الدائرة ذات المركز A	نصف مستقيم مستثنى من مبدئه A
05	مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق : $\arg z \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$	المستقيم (AB)	الدائرة ذات المركز O	نصف مستقيم مستثنى من مبدئه
06	المعادلة : $z^2 - 4z + 7 = 0$	ليس لها حلول	تقبل حلين هما : $2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$	تقبل حلين هما : $2 + i\sqrt{3}$ و $2 - i\sqrt{3}$

التمرين 12

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2z + 12 = 0$

2. نعتبر العددين المركبين $a = 3 + i\sqrt{3}$ ، $b = 3 - i\sqrt{3}$ ، اكتب a علي الشكل المثلثي ثم الاسي ، ثم احسب $\left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)^{2012}$

3. B, A نقطتان من المستوي لاحقاكما a و b علي الترتيب في المستوي منسوب معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

أ- بين ان المثلث ABO متقايس الاضلاع ، ثم عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABO

ب- لتكن المجموعة (E) للنقط M من المستوي حيث : $MO^2 + MA^2 + MB^2 = 24$

- تحقق ان النقطة A عنصر من (E)

ت- بين أن (E) دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

التمرين 13

- 1) $p(z) = z^3 + z^2 - 4z - 24$ عدد مركب حيث : $p(3) = 0$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z) = 0$.
- 2) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ولتكن النقاط ذات اللاحقات $z_A = 3$ ، $z_B = -2 + 2i$ و $z_C = -2 - 2i$ $z_D = -1 - 10i$
- أ / احسب الأطوال AB ، AC و BC ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
 - ب / عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $|z + 2 + 2i| = |z + 2 - 2i|$
 - ج / اكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه A ويحول B إلى D ، ثم عين نسبته وزاويته .

التمرين 14

- المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$
1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$
2. نعتبر النقطتين A, B لاحقتاهما علي الترتيب : $a = 4\sqrt{3} - 4i$ ، $b = 4\sqrt{3} + 4i$ - اكتب العددين a, b علي الشكل الاسي
3. احسب المسافات OA ، OB و AB ثم استنتج طبيعة المثلث OAB
4. نرمز بـ C الي النقطة التي لاحقتها $c = -\sqrt{3} + i$ ولتكن النقطة D صورة النقطة C بواسطة الدوران الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$ ، عين لاحقة النقطة D
5. نسمي G مركز المسافات المتناسبة للنقط O, D, B المرفقة بالمعاملات $1, 1, -1$ علي الترتيب
- أ- برر وجود G ثم بين أن هذه النقطة لاحقتها
 - ب- انشئ النقط A, B, C, D, G في المعلم
 - ت- برهن ان النقط G, D, C علي استقامة واحدة
 - ث- برهن أن الرباعي $OBGD$ متوازي اضلاع
6. أ - بين أن : $\frac{z_C - z_G}{z_A - z_G} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$
- ب- ما هي طبيعة المثلث AGC

التمرين 15

- المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق $z_A = 1 + i$ ، $z_B = 2 - i$ و $z_C = 3 + 2i$.
- 1) احسب لاحقتي الشعاعين $\vec{AD}$ و $\vec{AC}$.
- 2) فسر هندسيا الطويلة والعمدة للعدد المركب : $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$
- 3) بين أن $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
- 4) عين لاحقة النقطة I مركز الدائرة (Γ) المحيطة بالمثلث ABC ثم احسب نصف قطرها .
- 5) احسب مساحة المثلث ABC .
- 6) عين لاحقة النقطة D حتى يكون $ABDC$ مربعا .

التمرين 16

ج1 - نعتبر العددين المركبين $z_1 = 3 + 2i$ و $z_2 = 1 - 2i$

1. تحقق أن $z_1 + \overline{z_2} = 4(1 + i)$.
2. اكتب العدد $z_1 + \overline{z_2}$ علي الشكل المثلثي ثم علي الشكل الآسي .
3. عين العدد الطبيعي n حتي يكون $(z_1 + \overline{z_2})^n$ حقيقيا .

ج2 - في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقاط A, B, C و D التي لواحقتها علي الترتيب :

$$z_D = -1 - 6i, z_C = 1 - 2i, z_B = -3, z_A = 3 + 2i$$

1. عين الطويلة والعمدة للعدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
2. عين z_E لاحقة النقطة E صورة C بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 .
3. عين z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; -1), (D; 1)\}$ ثم بين أن $ABDG$ مربع .

ج3 - (F) مجموعة النقاط M من المستوي التي تحقق $\|\vec{MA} - \vec{MD} + \vec{ML}\| = 4\sqrt{5}$

1. تحقق أن B تنتمي إلى (F) وعين ثم أنشئ (F) .
- 2.

التمرين 17

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

A, B, C نقط من المستوي لواحقتها على الترتيب : $z_A = \sqrt{3} + 3i, z_B = 2\sqrt{3}, z_C = 2i$.

1. عين طويلة وعمدة العدد المركب z_A .
2. احسب طويلة كل من الأعداد المركبة التالية : $z_A - z_C, z_B - z_A, z_C - z_B$.
- أ - عين لاحقة المركز k للدائرة (Γ) المحيطة بالمثلث ABC وحدد نصف قطر هذه الدائرة .
- ب - بين أن النقطة O تنتمي للدائرة (Γ) .
3. لتكن النقطة D ذات اللاحقة $z_D = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$.
- أ - بين أن $z_D = \sqrt{3} - i$.
- ب - احسب لاحقة منتصف القطعة $[AD]$.
- ج - عين طويلة العدد المركب $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_B}$.
- د - ما هي طبيعة الرباعي $ABDC$.

التمرين 18

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $4z^2 - 12z + 153 = 0$
2. المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C و P التي لواحقتها على الترتيب: $z_A = \frac{3}{2} + 6i$
 $z_B = \frac{3}{2} - 6i$ ، $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ و $z_P = 3 + 2i$ والشعاع $\vec{vr}$ حيث: $-1 + \frac{5}{2}i$
 أ - عين z_Q لاحقة صورة B بالانسحاب t الذي شعاعه $\vec{vr}$.
 ب - عين z_R لاحقة صورة P بالتحاكي h الذي مركزه C ونسبته $-\frac{1}{3}$.
 ج - عين z_S لاحقة صورة P بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.
 د - علم النقط P, Q, R و S .
 3. أ - برهن أن $PQRS$ متوازي أضلاع.
 ب - احسب $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $PQRS$.
 ج - تحقق أن النقط P, Q, R و S تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي يطلب تعيين لاحقة مركزها ونصف قطرها.

التمرين 19

- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. ولتكن A نقطة لاحقتها $z_A = i$ و B لاحقتها $z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$.
1. ليكن الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، نسمي C صورة B بواسطة r .
 أ - أعط الكتابة المركبة لـ r ثم عين z_C - الشكل الاسي - لاحقة C .
 ب - اكتب كلا من z_B و z_C على الشكل الجبري.
 ج - علم النقط A, B و C .
 2. لتكن D مرجح النقط A, B و C المرفقة على الترتيب بالمعاملات 2، -1 و 2.
 أ - عين z_D لاحقة D .
 ب - بين أن A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة.
 3. ليكن H التحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 نسمي E صورة D بالتحاكي H .
 - أعط الكتابة المركبة لـ H ثم عين z_E لاحقة E ، ثم علم E .
 4. أ - احسب النسبة $\frac{z_D - z_C}{z_E - z_C}$ ، تعطي الكتابة على الشكل الاسي.
 ب - استنتج طبيعة المثلث CDE .



AISSA ZERROUKI

1) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z = \frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$ (حيث $z \neq 2-3i$)

- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة .

2) ينسب المستوي المركب الي المعلم المتعامد والمتجانس و A و B نقطتان لاحقتاهما علي الترتيب z_A و z_B حيث :

$$z_B = 1-i\sqrt{5} \quad , \quad z_A = 1+i\sqrt{5}$$

- تحقق أن A و B تنتميان الي دائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها

3) نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z ($z \neq 2-3i$) النقطة M' لاحقتها z' حيث $z' = \frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$

والنقط C, D, E لواحقها علي الترتيب : $z_C = -2i$, $z_D = 2-3i$, $z_E = 3i$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$

أ- عبر عن المسافة OM' بدلالة المسافتين DM و CM .

ب- استنتج أنه من أجل كل نقطة M من (Δ) فإن النقطة M' تنتمي الي دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ، تحقق أن E تنتمي الي (γ) .

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول التالية : (I) $z^2 - (4\cos\alpha)z + 4 = 0$ حيث α وسيط حقيقي

2) من أجل $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ، نرمز الي حلي المعادلة (I) بـ z_1 و z_2 ، بين أن : $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013} = 1$

3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الي المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B, C التي لاحقاتها : $z_A = 1+i\sqrt{3}$

$$z_B = 1-i\sqrt{3} \quad \text{و} \quad z_C = 4+i\sqrt{3}$$

أ- انشئ النقط A, B, C

ب- اكتب علي الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A}$ ثم استنتج أن C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ويطلب

تعيين نسبته وزاويته.

ت- عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A,1); (B,-1); (C,2)\}$ ثم انشئ G

ث- احسب z_D لاحقة النقطة D ، بحيث يكون الرباعي $ABDG$ متوازي أضلاع



- (1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$
- (2) المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقط A, B, C و D علي الترتيب :

$$z_D = \frac{z_C}{2} \quad , \quad z_C = 6\sqrt{2} \quad , \quad z_B = \overline{z_A} \quad , \quad z_A = 3\sqrt{2}(1+i)$$

- أ- اكتب z_A, z_B و $(1+i)z_A$ علي الشكل الاسي
- ب- احسب : $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}} \right)^{2014}$
- ت- بين أن النقط O, A, B, C تنتمي الي نفس الدائرة التي مركزها D يطلب تعيين نصف قطرها
- ث- احسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ثم حد قيسا للزاوية $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$ ، ماهي طبيعة الرباعي $OACB$ ؟
- (3) ليكن R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$
- أ- اكتب العبارة المركبة للدوران R

- ب- عين لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثم تحقق أن النقط C', A, C في استقامية
- ت- عين لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران R ، ثم حدد صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R

- I عين العددين المركبين α و β حيث : $\begin{cases} 2\alpha - \beta = -3 \\ 2\overline{\alpha} + \overline{\beta} = -3 - 2i\sqrt{3} \end{cases}$ مع $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β
- II المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ و النقط التي لاحقاتها علي الترتيب :

$$z_A = z_C e^{i\frac{\pi}{3}} \quad \text{و} \quad z_B = \overline{z_A} \quad , \quad z_A = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

- (1) أ- اكتب z_C, z_A علي الشكل الاسي ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتي يكون $\left(\frac{z_A}{z_C} \right)^n$ حقيقيا سالبا

$$\text{ب- تحقق أن العدد المركب } 2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}} \right)^{2015} + \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}} \right)^{1962} - \left(\frac{z_C}{\sqrt{3}} \right)^{1435}$$

$$(2) \quad D \text{ النقطة ذات اللاحقة } z_D = 1+i$$

أ- حدد النسبة وزاوية للتشابه المباشر S الذي مركزه O ويجول D الي A

$$\text{ب- اكتب } \frac{z_A}{z_D} \text{ علي الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من : } \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \text{ و } \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

- (3) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $z = k(1+i)e^{i\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$ حيث k يمسح $\mathbb{R}$

- 1- نضع من أجل كل عدد مركب z : $p(z) = z^3 - 24\sqrt{3}$
- 2- تحقق أن: $p(2\sqrt{3}) = 0$
- 3- جد العددين الحقيقيين a, b بحيث من أجل كل عدد مركب z : $p(z) = (z - 2\sqrt{3})(z^2 + az + b)$
- 4- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $p(z) = 0$
- 5- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، A, B, C نقط من المستوي لواحقها علي الترتيب :
 $z_C = 2\sqrt{3}$ ، $z_B = -\sqrt{3} - 3i$ ، $z_A = -\sqrt{3} + 3i$
- 6- اكتب علي الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$
- 7- بين أنه دوران r مركزه A ويجول النقطة B إلى النقطة C يطلب تعيين زاويته
- 8- استنتج طبيعة المثلث ABC
- 9- عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AD}$ ، ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABDC$
- 10- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة غير المعلوم z بحيث $\arg\left(\frac{z}{z}\right) = 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$
 (العدد $\bar{z}$ مرافق العدد z)

- 1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z + 5 - i\sqrt{3})(z^2 + 2z + 4) = 0$
- 2- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، A, B, C النقط من نفس المستوي لواحقها علي الترتيب :
 $z_C = -5 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ ، $z_A = -1 - i\sqrt{3}$
- 3- S التشابه المباشر الذي يحول A إلى C ويجول O إلى B ، جد الكتابة المركبة للتشابه S ، ثم عين العناصر المميزة له
- 4- أ- عين z_D لاحقة D مرجح الجملة $\{(A, 2); (B, -1); (C, 1)\}$
 ب- اكتب العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A}$ علي الشكل الاسي، ثم استنتج طبيعة المثلث ABD
 ت- عين المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$

- 1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z - i)(z - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$
- 2- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نسمي النقط A, B, C نقط المستوي لواحقها علي الترتيب: $z_1 = \sqrt{3} + i$
 $z_3 = i$ ، $z_2 = \sqrt{3} - i$ ،
 أ- اكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ علي الشكل الاسي
 ب- هل توجد قيم للعدد الطبيعي n يكون من أجلها $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفا؟ برر اجابتك
 ب- أ- عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويجول B إلى C محددًا نسبته وزاويته واستنتج طبيعة المثلث ABC
 4- أ- عين العناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $|z - z_1|^2 + |z - z_3|^2 = 5$
 ب- عين (E') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق: $|z - z_1| = |z - z_3|$

نعتبر في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لاحقاتيهما علي الترتيب z_A و z_B حيث :

$$z_B = 3 + 3i, \quad z_A = 1 - i$$

(1) أ - اكتب z_B و z_A علي الشكل الاسي

ب - n عدد طبيعي ، عين قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا .

ت - z عدد مركب حيث $\frac{z}{z_A} = 4e^{i\frac{\pi}{12}}$ ، احسب طولية العدد z وعمدة له ، ثم اكتب $\frac{z}{z_A}$ علي الشكل الجبري

ث - استنتج $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$.

(2) أ - احسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC

ب - احسب اللاحقة z_D للنقطة D مرجح الجملة $\{(A, -1); (B, 1); (C, 1)\}$ ، ثم بين ان $ABDC$ مربع .

هدية

إذا أردت أن تنجح في حياتك فأجعل المذاكرة صديقك الحميم والتجربة مستشارك الحكيم والحذر أخاك الأكبر والرجاء عبقريتك الحارسة.

بالتوفيق إن شاء الله

AISSA ZERROUKI