



مذكرة رقم 01 : تذكير حول الدوال العددية

مذكرة رقم 02 : تذكير حول الدوال المربعية

مذكرة رقم 03 : العمليات على الدوال

مذكرة رقم 04 : اتجاه تغير للدوال $f \circ g, \lambda f, f + k$

مذكرة رقم 05 : التمثيل البياني للدوال $\lambda f, f + k$

إعداد الأستاذة : نرجس مرواني

السنة الدراسية 2020 – 2021



للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي :

merouaninardjiss@gmail.com

profmerouani

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات

0770349020

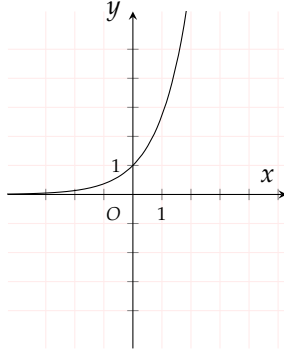
ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 01 ساعة

المستوى : 02 تر
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال العددية
المحتوى : التعرف : تذكر حول الدوال العددية

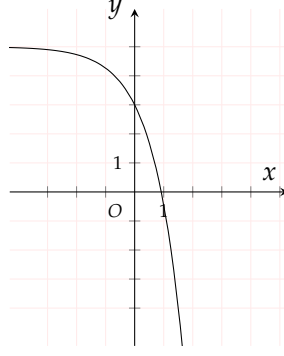
المفاهيم : المفاهيم الأولية حول الدوال العددية.
المفاهيم : مراجعة و التذكير بالمفاهيم العامة حول الدوال العددية .
المفاهيم : الكتاب المدرسي ، مراجع ، انترنت .

الوقت	س ا صة	ا ر ا ح ل
15د	نشاط 01 صفحة 08 : 1 الدالة و مجموعة التعريف : تعريف D جزء من مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$. إذا كانت D هي مجموعة تعريف الدالة f فإن f ترفق بكل عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا وحيدا نرمز له بالرمز $f(x)$. نقول أن $f(x)$ هي صورة x بالدالة f. مجموعة تعريف دالة f هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي يكون من أجلها حساب $f(x)$ ممكنا.	الانطلاق البناء و التربيع
30د	2 التمثيل البياني لدالة : تعريف f دالة و D مجموعة تعريفها. التمثيل البياني (او المنحنى الممثل) للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هو مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي بحيث: إذا رمزنا إلى منحنى f بالرمز (C) فإن $y = f(x)$ هي معادلة (C) في مستوي منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$	
	3 إتجاه تغير دالة على مجال : تعريف f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$ ❖ f متزايدة تماما على I يعني انه من اجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I، اذا كان $x_1 < x_2$ فان : $f(x_1) < f(x_2)$ ❖ f متناقصة تماما على I يعني انه من اجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I، اذا كان $x_1 < x_2$ فان : $f(x_1) > f(x_2)$ ❖ f ثابتة على I يعني انه من اجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I، اذا كان $x_1 < x_2$ فان : $f(x_1) = f(x_2)$	

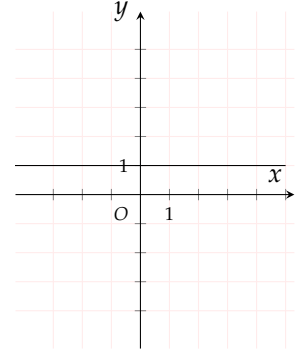
دالة متزايدة تماما



دالة متناقصة تماما



دالة ثابتة



تطبيق

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (x + 1)^2 + 2$

1 أوجد صور الأعداد 2 ، -3 ثم عين سابقة العدد 0

2 أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; -1]$ و $]-1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

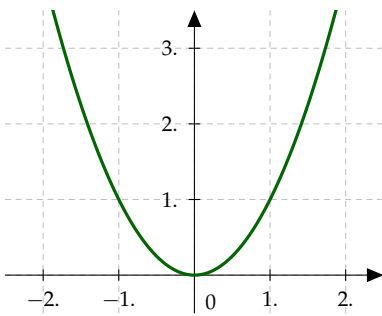
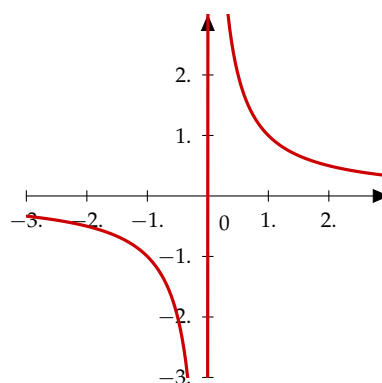
3 أرسم المنحنى البياني للدالة f .

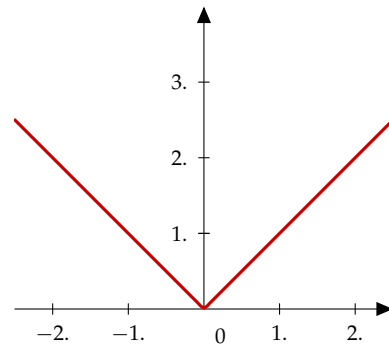
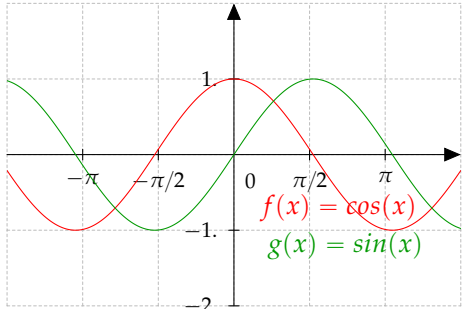
التقويم

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 01 ساعة

المستوى : 02 تر
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال العددية
المحتوى المعرفي : تذكير حول الدوال العددية

المفاهيم الأساسية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
المفاهيم المتقدمة : مراجعة و التذكير بالمفاهيم العامة حول الدوال العددية .
المهارات : الكتاب المدرسي ، مراجع ، انترنت .

الوقت	س ا صة	المرحلة
30 د	التمثيل البياني 	الدالة الدالة مربع $f: x \mapsto x^2$
	اتجاه التغير • f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0]$ إذا كان $x_1 \leq x_2 \leq 0$ فإن $x_1^2 \geq x_2^2$ • f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ إذا كان $x_1 \leq x_2 \leq 0$ فإن $x_1^2 \leq x_2^2$	الدالة مقلوب $f: x \mapsto \frac{1}{x}$
		الدالة الجذر التربيعي $f: x \mapsto \sqrt{x}$
	التمثيل البياني للدالة التآلفية في معلم هو مستقيم معامل توجيهه a	الدالة التآلفية $f: x \mapsto ax + b$

	• f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0]$ إذا كان $x_1 \leq x_2 \leq 0$ فإن $x_1 \geq x_2$ • f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ إذا كان $x_1 \leq x_2 \leq 0$ فإن $x_1 \leq x_2$	الدالة القيمة المطلقة $f: x \mapsto x$
	• الدالتان $f: x \mapsto \cos x$ و $g: x \mapsto \sin x$ دوريتان دورهما 2π	الدالتان جيب وجيب تمام $f: x \mapsto \cos x$ $g: x \mapsto \sin x$

تطبيق

نعتبر الدالة f هي الدالة المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{4x+1}{x+1}$

1 **عين** D_f

2 **تحقق** انه من اجل كل عدد حقيقي فان: $f(x) = \frac{-3}{x+1} + 4$

3 **ادرس** اتجاه تغير الدالة على كل من المجالين $]-\infty, -1[$ و $]-1, +\infty[$ وشكل جدول تغيراتها.

20د

التقويم

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 تر
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال العددية
المحتوى المعرفي : العمليات على الدوال

المفاهيم الأساسية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
المفاهيم المتقدمة : التعرف على العمليات على الدوال وخواصها .
المهارات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س صة	أراحل																						
د20	نشاط 04 صفحـ09 : 1 تساوي دالتين : تعريف القول عن دالتين f و g أنهما متساويتان يعني أن لهما نفس مجموعة التعريف D وأن من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا $f(x) = g(x)$ و نكتب $f = g$	الانطلاق البناء و الترسيخ																						
	مثال تطبيقي f و g دالتان معرفتان بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$ و $g(x) = x + 1$ على الترتيب. 1 أوجد مجموعة تعريف كلا من الدالتين f و g. 2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $(x + 2)(x + 1) = x^2 + 3x + 2$. 3 بين أنه من أجل كل x من D_f فإن : $f(x) = x + 1$. 4 أحسب $g(-2)$، هل يمكن حساب صورة -2 بالدالة f. 5 هل الدالتين f و g متساويتان ؟. 2 العمليات الجبرية على الدوال : <table><tr><th>العملية</th><th>الرمز</th><th>التعريف</th><th>مجموعة التعريف</th></tr><tr><td>مجموع f و k</td><td>$f + k$</td><td>$(f + k)(x) = f(x) + k$</td><td>D_f</td></tr><tr><td>مجموع f و g</td><td>$f + g$</td><td>$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$</td><td>$D_f \cap D_g$</td></tr><tr><td>جداء f بالعدد λ</td><td>λf</td><td>$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$</td><td>$D_f$</td></tr><tr><td>جداء f و g</td><td>$f \times g$</td><td>$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$</td><td>$D_f \cap D_g$</td></tr><tr><td>قسمة f على g</td><td>$\frac{f}{g}$</td><td>$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$</td><td>$D_f \cap D_g : g(x) \neq 0$</td></tr></table> مثال تطبيقي : f و g دالتان معرفتان بـ : $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = x + 2$ على الترتيب: • حدد مجموعة تعريف كل من الدوال التالية ثم أعط عبارة كل منها : $f + g$ ، $-2f$ ، $f + 3$ ، $f \times g$ ، $\frac{f}{g}$		العملية	الرمز	التعريف	مجموعة التعريف	مجموع f و k	$f + k$	$(f + k)(x) = f(x) + k$	D_f	مجموع f و g	$f + g$	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_f \cap D_g$	جداء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$	D_f	جداء f و g	$f \times g$	$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$	$D_f \cap D_g$	قسمة f على g	$\frac{f}{g}$
العملية	الرمز	التعريف	مجموعة التعريف																					
مجموع f و k	$f + k$	$(f + k)(x) = f(x) + k$	D_f																					
مجموع f و g	$f + g$	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_f \cap D_g$																					
جداء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$	D_f																					
جداء f و g	$f \times g$	$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$	$D_f \cap D_g$																					
قسمة f على g	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$D_f \cap D_g : g(x) \neq 0$																					
د30																								

نشاط مقترح :

نعتبر الدالتين f و g حيث : $f(x) = x - 5$ و $g(x) = \sqrt{x}$.

① أحسب $f(5)$ ، $f(1)$ ، $f(6)$.

② هل يمكن حساب $g(f(5))$ ، $g(f(1))$ ، $g(f(6))$ ، علل .

③ حدد قيم x التي من أجلها يمكن حساب $g(f(x))$ واستنتج مجموعة تعريفها .

④ أوجد عبارة الدالة : $g(f(x))$.

③ مركب دالتين :

تعريف

f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب .
• مركب الدالة f متبوعة بالدالة g هي الدالة التي نرمز إليها بـ " $g \circ f$ " والمعرفة بـ

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) \text{ حيث مجموعة تعريفها هي : } D_{g \circ f} = \{x/x \in D_f \text{ و } f(x) \in D_g\}$$

مثال

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x + 3$ و لتكن الدالة الجذر التربيعي $g : (x \mapsto \sqrt{x})$
• الدالة $g \circ f$ معرفة إذا كانت $f(x) \in D_g$ أي $-x + 3 \geq 0$ أي لما يكون $x \leq 3$ و منه مجموعة تعريف الدالة $g \circ f$ هي $]-\infty; 3]$.

مثال تطبيقي

عين كل من $g \circ f$ و $f \circ g$ في كل حالة :

$$\begin{cases} f(x) = 2x \\ g(x) = \frac{1}{x+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = 2 - 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = x - 3 \\ g(x) = 3x + 2 \end{cases}$$

• ماذا تلاحظ ؟ .

ارين من 38 | 43 صفحة 28

التقويم

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 تر / ع
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال العددية
المحتوى المعرفي : اتجاه تغير للدوال $f \circ g$ ، λf ، $f + k$

المفاهيم : المفاهيم الأولية حول الدوال العددية.
المفاهيم : دراسة اتجاه تغير دالة باستعمال الدوال المرجعية.
المفاهيم : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س ا صة	ا ر ا ح ل
15د	نشاط مقترح : $g(x) = h(x) + 2$ و $h(x) = x^2$ كما يلي: $\mathbb{R}$ دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = h(x) + 2$ و $h(x) = x^2$ من الدالتين $g(x) = h(x) + 2$ و $h(x) = x^2$، ماذا تلاحظ؟. إتجاه تغير دالة على مجال : مبرهنة اتجاه تغير $f + k$ f دالة رتيبة تماما على مجال I (متناقصة تماما أو متزايدة تماما) و k عدد حقيقي، للدالتين f و $f + k$ نفس اتجاه التغير على المجال I. مثال $g(x) = \frac{1}{x+1} - 1$ و $h(x) = \frac{1}{x+1}$ كما يلي: $\mathbb{R} - \{-1\}$ دالتان معرفتان على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{x+1} - 1$ و $h(x) = \frac{1}{x+1}$ $g(x) = h(x) - 1$ لدينا * و منه للدالتين g و h نفس اتجاه التغير على $\mathbb{R} - \{-1\}$.	الانطلاق البناء و الترسيع
30د	نشاط مقترح : $g(x) = \frac{1}{x+1} - 1$ و $h(x) = \frac{1}{x+1}$ كما يلي: $\mathbb{R} - \{-1\}$ دالتان معرفتان على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{x+1} - 1$ و $h(x) = \frac{1}{x+1}$ $g(x) = h(x) - 1$ لدينا * و منه للدالتين g و h نفس اتجاه التغير على $\mathbb{R} - \{-1\}$. مبرهنة اتجاه تغير λf f دالة رتيبة تماما على مجال I و λ عدد حقيقي غير معدوم. - إذا كان $\lambda > 0$ يكون للدالتين f و λf نفس اتجاه التغير على المجال I. - إذا كان $\lambda < 0$ يكون اتجاهها تغير الدالتين f و λf متعاكسين على المجال I. مثال $g(x) = \frac{5}{x}$ و $h(x) = \frac{1}{x}$ كما يلي: $\mathbb{R} - \{0\}$ دالتان معرفتان على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $g(x) = \frac{5}{x}$ و $h(x) = \frac{1}{x}$ $g(x) = 5h(x)$ لدينا * و $\lambda = 5$ حيث $\lambda > 0$ إذن للدالتين g و h نفس اتجاه التغير على $\mathbb{R} - \{0\}$.	

- f دالة رتيبة تماما على مجال I و g دالة رتيبة تماما على مجال $f(I)$.
- إذا كان للدالتين f و g نفس اتجاه التغير على كل من I و $f(I)$ على الترتيب، تكون الدالة $g \circ f$ متزايدة تماما على I .
- إذا كان اتجاهها تغير الدالتين f و g متعاكسين على كل من I و $f(I)$ على الترتيب، تكون الدالة $g \circ f$ متناقصة تماما على I .

مثال تطبيقي :

نعتبر الدالتين u و v المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x) = x^2$ و $v(x) = -x + 3$
 * أدرس اتجاه تغير كل من u و v .
 * أدرس اتجاه تغير الدالة $f = v \circ u$ على مجموعة تعريفها.

تطبيق

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على : $[0; +\infty[$ و $[-1; +\infty[$ على الترتيب بـ : $f(x) = x^2 + 2$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$

1 أدرس اتجاه تغير كل دالة على مجموعة تعريفها.

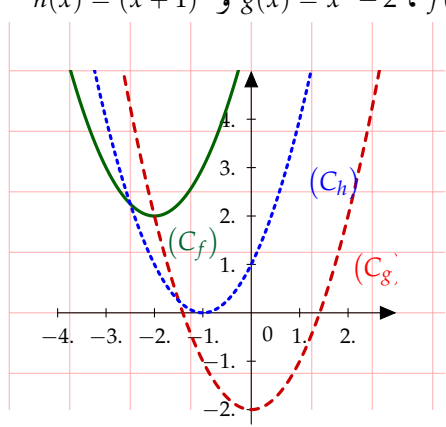
2 أدرس اتجاه تغير الدالة $h = f \circ g$ على المجال $[-1; +\infty[$.

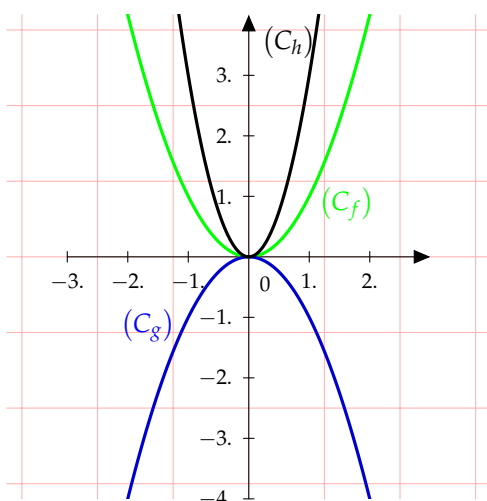
التقويم

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2019 - 2020
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 تر / ع
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال العددية
المحتوى المعرفي : التمثيل البياني للدوال λf ، $f + k$

المتنوعات : ألقاب : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
المتنوعات : ألقاب : المتنوعات :
المتنوعات : ألقاب : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س ا صة	أراحل
	التمثيل البياني للدالة $x \mapsto f(x+a) + b$ مبرهنة التمثيل البياني للدالة $x \mapsto f(x+a) + b$ لتكن f و g دالتين معرفتين على D حيث من أجل كل x من D لدينا : $g(x) = f(x+a) + b$ ، a و b عدنان حقيقيان معلومان نرسم (C_f) و (C_g) إلى تمثيليهما البيانيين على الترتيب في مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $-a\vec{i} + b\vec{j}$ حالات خاصة إذا كان $a = 0$ فإن (C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $b\vec{j}$ إذا كان $b = 0$ فإن (C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $-a\vec{i}$ مثال نعتبر الدوال f ، g ، h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+2)^2 + 2$ ، $g(x) = x^2 - 2$ و $h(x) = (x+1)^2$  (C_f) هو صورة الدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه $-2\vec{i} + 2\vec{j}$ (C_g) هو صورة الدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه $-2\vec{j}$ (C_h) هو صورة الدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$	البناء و الترسيخ
30د		التمثيل البياني للدالة λf مبرهنة التمثيل البياني للدالة λf ليكن (C_f) و $(C_{\lambda f})$ التمثيلين البيانيين في مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ للدالتين f و λf على الترتيب حيث λ عدد حقيقي غير معدوم، و لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x نحصل على نقطة من $(C_{\lambda f})$ ذات الفاصلة x بضرب ترتيب النقطة M في العدد λ



نعتبر الدوال f و g و h المعرفة على $\mathbb{R}$ كالآتي
 $h(x) = 2x^2$ و $g(x) = -x^2$ ، $f(x) = x^2$:
 ولتكن (C_f) ، (C_g) و (C_h) تمثيلاتها البيانية في
 مستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 لدينا $h = 2f$ و $g = -f$

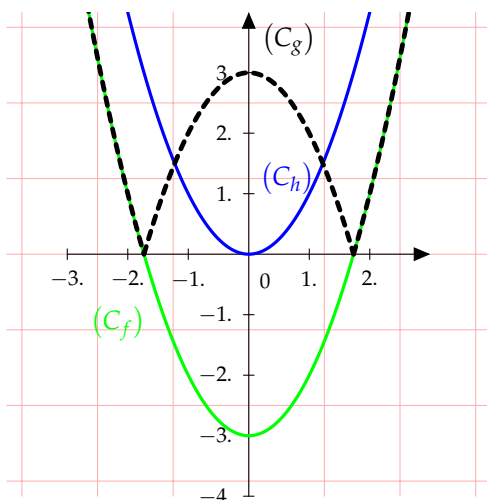
ملاحظة: إذا كان $\lambda = -1$ كون المنحنيان (C_f) و (C_{-f}) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل.

التمثيل البياني للدالة $|f|$:

مبرهنة التمثيل البياني للدالة $|f|$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ولتكن g دالة معرفة بالشكل
 $g(x) = |f(x)|$
 * إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من $I : f(x) \geq 0$ فإن التمثيل البياني للدالة g هو نفسة (C_f) .
 * إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من $I : f(x) \leq 0$ فإن التمثيل البياني للدالة g هو انعكاس (C_f) عن المحور الأفقي.
 * يكونا متناظرين بالنسبة لمحور الفواصل.

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = |f(x)|$
 * أرسم التمثيل البياني (C_f) للدالة f في مستوي منسوب إلى م.م $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 * استنتج التمثيل البياني (C_g) للدالة g .



الحل

(C_f) هو صورة (C_h) التمثيل البياني للدالة $h : x \mapsto x^2$
 بالإنسحاب الذي الذي شعاعه $-3\vec{j}$
 إذا كان $f(x) \geq 0$ فإن $g(x) = f(x)$
 وإذا كان $f(x) \leq 0$ فإن $g(x) = -f(x)$
 إذن بالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x) \geq 0$ يكون
 (C_g) منطبقا على (C_f)
 وبالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x) \leq 0$ يكون (C_g)
 نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل