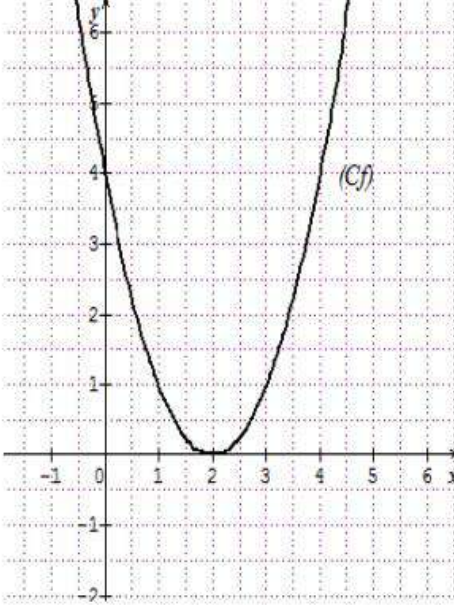


واجب منزلي رقم 1 في مادة الرياضيات

التمرين الأول :



لتكن f و g دالتين معرفتين على $\mathbb{R}$ حيث (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f كما هو موضح في الشكل المقابل. و g معرفة بـ: $g(x) = -x^2 + 8x - 12$.

① عيّن الشعاع $\vec{v}$ الذي يحول منحنى الدالة مربع إلى (C_f) ، ثم عيّن عبارة $f(x)$ في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

② بيّن أن $g(x) = -(x-4)^2 + 4$ ، ثم أنشئ (C_g) التمثيل البياني للدالة g .

③ باستعمال التمثيل البياني للدالتين f و g شكل جدول تغيرات لكل منهما.

④ بيّن أن المستقيم ذو المعادلة $x = 4$ محور تناظر لـ (C_g) .

⑤ حدّد بيانياً إشارة الفرق $f(x) - g(x)$.

⑥ مثل بيانياً منحنيات الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارات التالية مع الشرح:

$$L(x) = |g(x)| \text{ و } h(x) = f(-|x|)$$

التمرين الثاني :

الجزء الأول: لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كمايلي: $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

① عين العددين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$

② فكك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين u و v يطلب تعيينهما.

③ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

④ اشرح كيفية إنشاء المنحنى البياني للدالة f انطلاقاً من المنحنى البياني للدالة مقلوب، ثم أنشئ (C_f)

⑤ بيّن أن النقطة $W(1; 2)$ مركزتناظر للمنحنى (C_f) .

الجزء الثاني: g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ كمايلي: $g(x) = \frac{2|x|-1}{|x|-1}$

① بيّن أن الدالة g دالة زوجية

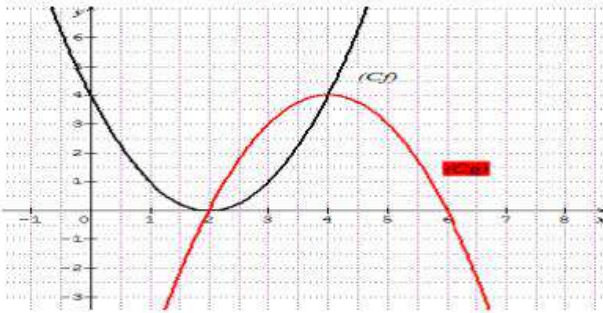
② أكتب عبارة g دون رمز القيمة المطلقة.

③ اشرح كيفية إنشاء منحنى الدالة g انطلاقاً من منحنى الدالة f ، ثم أنشئه.

2 نثبت أن $g(2(4) - x) = g(x)$ 1 ن

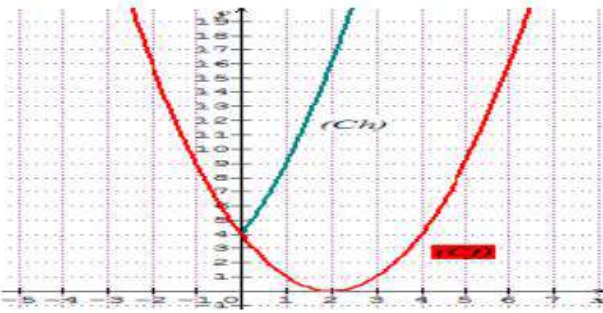
$$\begin{aligned} g(8 - x) &= -(8 - x - 4)^2 + 4 \text{ لدينا} \\ &= -(4 - x)^2 + 4 \text{ ومنه} \\ &= -(x - 4)^2 + 4 \text{ ومنه} \\ &= g(x) \text{ أي} \end{aligned}$$

5 إشارة الفرق $f(x) - g(x)$: 1,5 ن

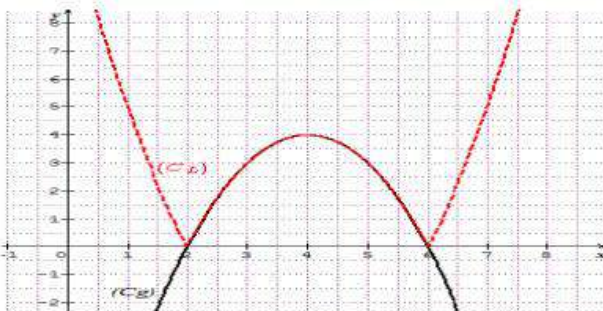


x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
$f(x) - g(x)$	+	0	-	0	+

1.6 إنشاء (C_h) : 2 ن



2.6 إنشاء (C_L) : 1 ن



التمرين الثاني: 9 نقاط

الجزء الأول:

1 تعبير العددين الحقيقيين a و b : 1 ن

$$\begin{aligned} f(x) &= a + \frac{b}{x-1} \text{ لدينا} \\ &= \frac{a(x-1) + b}{x-1} \text{ ومنه} \\ &= \frac{ax - a + b}{x-1} \text{ أي} \end{aligned}$$

بالمطابقة نجد:

التمرين الأول: 11 نقطة

1.1 تعبير الشعاع $\vec{v}$ الذي يحول منحنى الدالة مربع إلى (C_f) :

$$\vec{v} = 2\vec{i} \quad 0,5 \text{ ن}$$

2.1 تعبير عبارة f : 0,5 ن

$$p(x) = x^2 \text{ نضع}$$

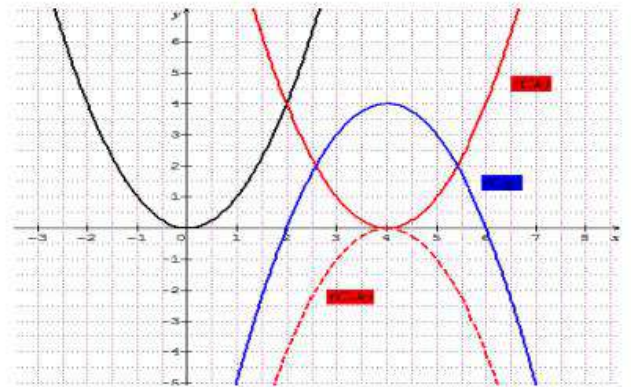
$$\begin{aligned} f(x) &= p(x-2) \text{ لدينا} \\ &= (x-2)^2 \text{ ومنه} \end{aligned}$$

1.2 تبين أن $g(x) = -(x-4)^2 + 4$: 1 ن

$$\begin{aligned} -(x-4)^2 + 4 &= -[x^2 - 8x + 16] + 4 \text{ لدينا} \\ &= -x^2 + 8x - 16 + 4 \text{ ومنه} \\ &= -x^2 + 8x - 12 = g(x) \text{ أي} \end{aligned}$$

2.2 إنشاء (C_g) : 2 ن

نضع: $g(x) = -k(x) + 4$ حيث $k(x) = (x-4)^2$ أولاً ننشئ (C_k) منحنى الدالة k انطلاقاً من منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $4\vec{i}$ ، ثم ننشئ (C_{-k}) نظير (C_k) بالنسبة لمحور القواصل وأخيراً ننشئ (C_g) انطلاقاً من (C_{-k}) بالانسحاب الذي شعاعه $4\vec{j}$.



1.3 جدول تغيرات الدالة f : 0,5 ن

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		0	

2.3 جدول تغيرات الدالة g : 0,5 ن

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$g(x)$		4	

4 إثبات أن المستقيم $x = 4$ محور تناظر لـ (C_g)

1,5 ن

1 لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $8 - x \in \mathbb{R}$: 0,5 ن

1 إثبات أن الدالة g زوجية 0,5 ن
 1 لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فإن $-x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ 2

$$\begin{aligned} g(-x) &= \frac{2|-x| - 1}{|-x| - 1} \\ &= \frac{2|x| - 1}{|x| - 1} \\ &= g(x) \end{aligned}$$

ومنه الدالة g دالة زوجية.

2 كتابة عبارة $g(x)$ كدالة زوجية رمز القيمة المطلقة: 0,5 ن

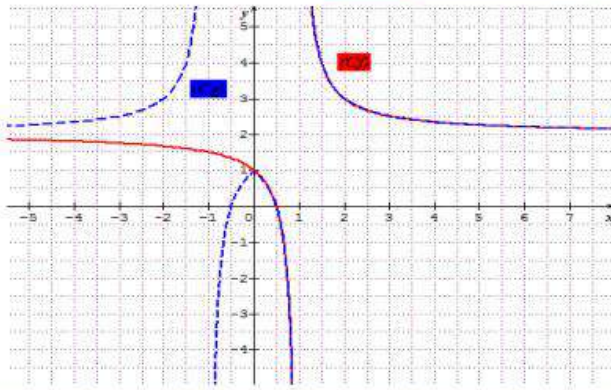
$$g(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \in [0; 1[\cup]1; +\infty[\\ f(-x) & ; x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0] \end{cases}$$

1.3 الشرح: 0,5 ن

* على المجالين $[0; 1[$ و $]1; +\infty[$: (C_g) ينطبق على (C_f) .

* على المجالين $]1; +\infty[$ و $]0; -1[$: بما أن الدالة g زوجية فإن منحناها متناظر بالنسبة إلى محور الترتيب.

2.3 إنشاء (C_g) : 1 ن



$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} a = 2 \\ -a + b = -1 \end{cases} \text{ إذن}$$

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$$

2 تفكيك الدالة f إلى دالتين: 1 ن

$$x \mapsto x-1 \mapsto 2 + \frac{1}{x-1}$$

ومنه $f = v \circ u$ حيث

$$\begin{aligned} u(x) &= x-1 \\ v(x) &= 2 + \frac{1}{x} \end{aligned} \text{ و}$$

1.3 استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

1. على المجال $]1; +\infty[$: 0,75 ن

لدينا الدالة u متزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$ والدالة v متناقصة تماما على المجال $]0; +\infty[$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]1; +\infty[$.

2. على المجال $]0; -1[$: 0,75 ن

لدينا الدالة u متزايدة تماما على المجال $]0; -1[$ والدالة v متناقصة تماما على المجال $]0; +\infty[$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0; -1[$.

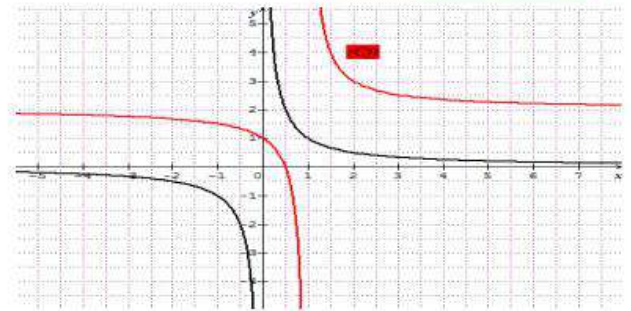
2.3 جدول تغيرات الدالة f : 0,5 ن

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$			

1.4 شرح كيفية إنشاء (C_f) : 0,5 ن

نشئ (C_f) انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$ و $2\vec{j}$

2.4 إنشاء (C_f) : 0,5 ن



1 تبين أن النقطة $W(1; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) :

1 ن

1 لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فإن $2-x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ 2

$$\begin{aligned} f(2-x) + f(x) &= 2 + \frac{1}{2-x-1} + 2 + \frac{1}{x-1} \\ &= 4 + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x-1} \\ &= 4 - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} \\ &= 4 = 2 \times 2 \end{aligned}$$

ومنه النقطة $W(1; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

الجزء الثاني: