

مديرية التربية لولاية وهران
ثانوية سويح الهواري
2023/05/15



وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبية
الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 3 سا ونصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء مرقمة 1، 1، 2، 3 وثلاث كريات حمراء مرقمة 1، 1، 2. (الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كرتين على التوالي بدون إعادة الكرة المسحوبة إلى الكيس. نعتبر الحادثتين التاليتين: A " الحصول على كرتين من نفس اللون " و B " الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 4".

$$(1) \text{ احسب } P(A) \text{ ثم بين أن: } P(B) = \frac{5}{21}.$$

(2) هل A و B مستقلتان؟

(3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب رقمين $(a; b)$ العدد $(a-b)$ حيث a هو رقم الكرة في السحب الأول و b رقم الكرة في السحب الموالي (الثاني).

أ - بين أن قيم المتغير العشوائي X هي: $-2, -1, 0, 1, 2$. (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

ب - اعط قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$.

$$(4) \text{ احسب } P(\log(|X|) \leq 0,25).$$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

- اجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

$$(1) \text{ لتكن الدالة } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} - \{0;1\} \text{ بـ: } f(x) = \ln \left| \frac{x}{x-1} \right|$$

- من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{0;1\}$ لدينا: $f(1-x) + f(x) = 1$

(2) Z عدد مركب. معامل Z^6 في منشور العدد $(z+i)^{13}$ هو: $3432i$.

(3) Z عدد مركب يختلف عن 1 و (-1) . إذا كانت $|z|=1$ فإن العدد المركب $\frac{1-z}{1+z}$ هو تخيلي صرف.

(4) ليكن $z = x + iy$ عدد مركب حيث $x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}^*$. مجموعة حلول المعادلة ذات المجهول Z التالية:

$$s = \{1+i; 1-i\} \text{ هي: } z \cdot \bar{z} + (z - \bar{z})(z + \bar{z}) = 4iy + 2$$

التمرين الثالث: (5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + \frac{5}{3}$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n = \frac{1}{3}(u_{n-1} - u_n)$

(1) أ - احسب u_1 و v_1 ثم بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$.

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n .

ج - استنتج مما سبق اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $3(u_n - v_n) = 5 + u_n$

(3) اوجد بدلالة n عبارة الحد العام u_n ثم بين أنها متقاربة.

(4) بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $2u_1 + 2u_2 + \dots + 2u_n = 5n + 1 - u_n$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - 2\ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$.

(2) حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ مع تعليل إجابتك.

(II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - (\ln x)^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $x = 0$ هو مستقيم مقارب للمنحني (C_f) .

(2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $\frac{(\ln x)^2}{x} = \left(\frac{2\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^2$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(3) اثبت أن الدالة f متزايدة تماما على $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) اوجد احداثتي النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس هو المنصف الأول $(T): y = x$.

(5) تحقق أن: $f(0,37) \times f(0,5) < 0$ ثم استنتج أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة

وحيدة فاصلها العدد α يطلب تحديد حصرا له.

(6) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحني (C_f) . (نقبل أن النقطة $\omega(e; e-1)$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f))

(III) لتكن الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = x(-1 + \ln x)$.

أ - اوجد عبارة $h'(x)$.

ب - باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$ ثم فسره هندسيا.

الموضوع الثانيالتمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ النقطتين A و B حيث:

$$z_B = 2\sqrt{3} - 2i \quad , \quad z_A = 2 + 2i$$

(1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z^2 - 4z + 16)(z - 2 - 2i) = 0$

(2) أ - اكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسّي.

ب - اكتب العدد $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم استنتج القيم المضبوطة للعدد $\sin \frac{5\pi}{12}$

(3) n عدد طبيعي. عين قيم n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ تخيليا صرفا.

(4) عين (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $|z - z_A| - |z - 2\sqrt{3} + 2i| = 0$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على سبع كرات متماثلة منها ثلاثة حمراء وأربعة سوداء وصندوق آخر U_2 يحوي سبع كرات كذلك متماثلة: منها اثنتان حمراوان وخمسة سوداء. نرمي حجر نرد غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة: 1، 1، 1، 1، 2، 2. إذا ظهر الرقم 1 نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 ثلاث كرات دفعة واحدة، أما إذا ظهر الرقم 2 نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 ثلاث كرات على التوالي بدون إرجاع الكرة المسحوبة إلى U_2 . ونعتبر الحوادث التالية:

A : "سحب ثلاث كرات سوداء" ، B : "سحب ثلاث كرات حمراء" و D : "سحب ثلاث كرات مختلفة في اللون"

(1) انقل شجرة الاحتمالات المعطاة ثم اكملها بدقة.

(2) أ - احسب كلا من: $P(A)$ و $P(B)$.

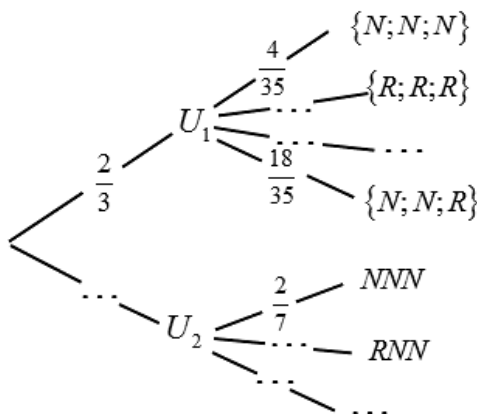
ب - بين باستعمال شجرة الاحتمالات أن: $P(D) = \frac{17}{21}$

ج - تأكد من قيمة $P(D)$ باستعمال طريقة ثانية.

(3) اعط احتمال سحب ثلاث كرات حمراء علما أنها من U_1 .

(4) علما أن الكرات الثلاثة المسحوبة حمراء، احسب احتمال

أن تكون من قد سحبت من الصندوق U_1 .



التمرين الثالث: (5 نقاط)

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2u_{n+1} = 3(u_n)^2$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}_+$
- (I) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.
- (II) نضع في كل ما يأتي: $\alpha \in \mathbb{R}_+^* - \left\{\frac{2}{3}\right\}$ ونعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (v_n) بـ: $v_n = \ln u_n + \ln\left(\frac{3}{2}\right)$
- (1) اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 2$ يُطلب حساب حدها الأول بدلالة α .
 - (2) اكتب بدلالة n و α عبارة الحد العام v_n .
 - (3) أ - بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\alpha\right)^{2n}$.
 - ب - عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) متقاربة.
 - (4) نضع: $\alpha \in \left]0; \frac{2}{3}\right[$ ونعرف المجموع S_n بـ: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 - عين العدد الحقيقي α حتى تكون: $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

- لتكن الدالة f المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x+2}{x+2} - e^{-x-1}$
- و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب ما يلي: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.
 - (2) أ - بين أنه من أجل كل x من $]-2; +\infty[$: $f'(x) > 0$.
 - ب - شكل جدول تغيرات الدالة f على $]-2; +\infty[$.
 - (3) أ - اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]-0,6; -0,5[$ حلا وحيدا نرمز له بـ α .
 - ب - استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.
 - (4) أنشئ المستقيمات المقاربة والمنحني (C_f) .
 - (5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $\frac{2x+2}{x+2} = m + \frac{1}{e^{x+1}}$
 - (6) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات ذات معادلات: $y = 0$ ، $x = \alpha$ و $x = -1$
 - (7) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = f(n) + \frac{2}{n+2}$
 - احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

بالتوفيق والنجاح لكم يا ابنائي الأعزاء وفقكم الله في امتحان شهادة البكالوريا

انتهى الموضوع الثاني