

السلسلة رقم 02 (محور الدالة)

بكالوريا دورة جوان 2008

الموضوع الثاني: (5 نقاط)

الدالة كثير الحدود P معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + \frac{1}{2}$$

1. شكل جدول تغيرات الدالة P على $\mathbb{R}$

2. بين أن المعادلة $P(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في

$$\left] -\frac{1}{2}; 0 \right[$$

3. استنتج إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$

4. الدالة العددية G معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$G(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + \frac{1}{2}x$$

عين اتجاه تغير الدالة G على $\mathbb{R}$ (لا يطلب

حساب $G(\alpha)$)

الموضوع الأول: (8 نقاط)

لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها . لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$	

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

حيث a, b, c أعداد حقيقية

(1) أحسب $f'(x)$

(2) اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

أ- عين الأعداد الحقيقية a, b, c

ب- عين $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

ج- قارن بين صورتين العدديتين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك

(3) نأخذ فيما يلي: $c = \frac{1}{4}$, $b = 1$, $a = 1$ وليكن

(C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم

متعامد و متجانس

أ- بين أنه عندما يؤول x إلى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فإن المنحنى

(C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته: $y = x + 1$

ب- أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

ج- أثبت أن النقطة $\omega(1; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C)

د- عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل

(4) λ عدد حقيقي، عين بيانيا، حسب قيم λ عدد حلول

المعادلة: $f(x) = |\lambda|$

الموضوع الثاني: (بكالوريا 2009) (3 نقاط)

ليكن $P(x)$ كثير الحدود حيث:

$$P(x) = 2x^2 - 5x + 2$$

1. (أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

(ب) استنتج في المجال $]0; +\infty[$ حلول المتراجحة

$$2(\ln x)^2 - 5 \ln x + 2 > 0$$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2^{2x+1} = 5 \times 2^x - 2$

الموضوع الأول: التمرين الثاني (9 نقاط)

الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$$

يرمز (C_f) إلى المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

(I) عین الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

(2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب يطلب تعيين معادلته له

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(5) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(II) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن :

$$f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2} \quad (f' \text{ هي الدالة المشتقة للدالة } f)$$

(2) عین اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها وشكل جدول تغيراتها

(3) أكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(III) بين أن النقطة $A(-1; -2)$ هي مركز تناظر لـ (C_f)

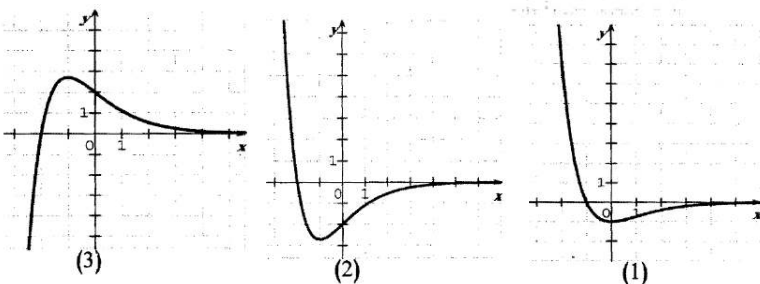
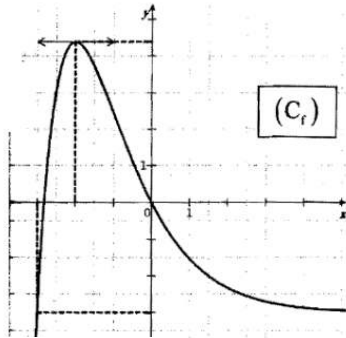
(2) أرسم كلا من (Δ) ، (D) و (C_f)

(3) عین بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون

للمعادلة $f(x) = m$ حلان مختلفان

(4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما

$$x = e^2 - 1 \quad \text{و} \quad x = 1$$



الموضوع الأول: التمرين الأول (3 نقاط)

f دالة معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ ، تمثيلها البياني وجدول تغيراتها معطى كما يلي:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	2

أجب ب : خطأ أو صحيح على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة

1. المستقيم الذي معادلته $y = 2$ مقارب للمنحنى (C_f)

2. المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيدا

3. مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 0$ هي :

$$S =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

4. في المجال $]-\infty; -1[$ يكون :

$$f(-2) > f(x) \text{ عندما يكون } x < -2$$

5. النقطة $A(-3; 1)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f)

6. الدالة f زوجية

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = (x+a)e^{-x} + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بقراءة بيانية للمنحنى (C_f) :

(أ) عین $f(-2)$ ، $f(0)$ ، $f(-3)$

(ب) عین حسب قيم x إشارة $f'(x)$

(ج) من بين المنحنيات الثلاثة (1) ، (2) ، (3) عین ، مع التبرير

المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f

(2) (أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = (x+3)e^{-x} - 3$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

(ج) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلته له

(د) بين أن المعادلة $f(x) = -2$ تقبل في المجال $[0; +\infty[$

حلا وحيدا α محصورا بين 1,50 و 1,52

(3) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = (-x-4)e^{-x} \quad \text{وليكن } I \text{ العدد الحقيقي حيث:}$$

$$I = \int_{-2}^0 f(x) dx$$

(أ) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

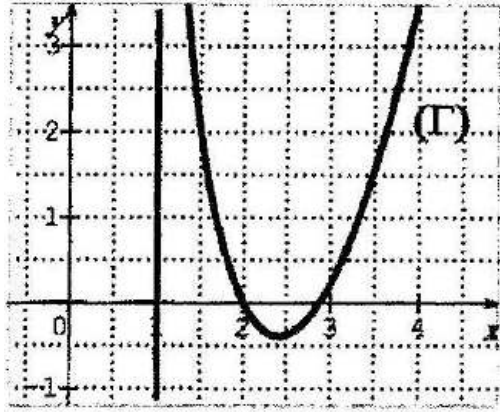
(ب) أعط تفسيرا بيانيا للعدد I مبررا الحصر التالي

$$4,5 < I < 5$$

(ج) أحسب العدد I

الموضوع الأول: التمرين الأول (4 نقاط)	الموضوع الأول: التمرين الثاني (7 نقاط)
نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = (\ln(x))^2 + 2 \ln(x) - 3$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النيبيري) (أ) حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا (ب) حل $f(x)$ إلى جداء عاملين (ج) حل في المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة : $2 \ln(x) + 2 \geq 0$ (2) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f (3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها	f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$ (1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x^2}$ (2) احسب : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ ب- شكل جدول تغيرات الدالة f (4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما. (5) أوجد معادلة لـ (Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 (6) أرسم (Δ) والمنحنى (C_f) (7) أ- عين الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ والتي تحقق : $F(2) = -10$ ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 2$ و $x = 1$

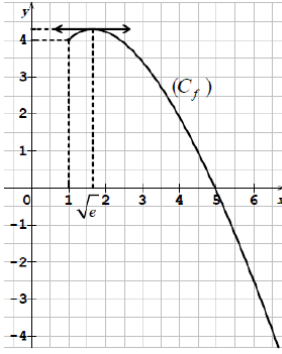
الموضوع الثاني: (9 نقاط)



(1) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 2x - 4 \ln(x-1)$ ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النيبيري). (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس كما هو في الشكل التالي: (1) بقراءة بيانية، حدد عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$ (2) أحسب $g(2)$ (3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث : $2,87 < \alpha < 2,88$ (4) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ في المجال $]1; +\infty[$ (II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 3 + 4 \frac{\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$ (1) أ- أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$ (لاحظ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا ج- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ د- أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_f) هـ - أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)	(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد x من المجال $]1; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها (3) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 3,9$) (4) أ- عين مشتقة الدالة : $x \mapsto [\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$ ب- أحسب $\int_2^5 f(x) dx$ ، فسر النتيجة هندسيا
---	--

الموضوع الأول: التمرين الثاني (8 نقاط)	الموضوع الأول: التمرين الأول (3 نقاط)
(1) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = e^{2x} - e^x - x - 2$ أ- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ (نقبل أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{2x}} = 0$) ب- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن دالتها المشتقة f' تحقق: $f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$ ج- أدرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها (2) (C) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ على المجال $]-\infty; 1]$. أ- بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $y = -x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d) ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $-2,11 < \alpha < -2,10$ و $0,81 < \beta < 0,82$ و فسر النتيجة هندسيا ج- أرسم المستقيم (d) والمنحنى (C) (3) عين دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty; 1]$	في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاثة اقتراحات، من بينها واحد فقط صحيح. حدد الاقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير (1) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-3x + 2) \leq \ln 3$ هي: أ. $\left[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right]$ ب. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right[$ ج. $\mathbb{R}$ (2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{1}{x}$ والتي تنعدم من أجل $x = e$ معرفة كما يلي: أ. $F(x) = e^{-2} - \frac{1}{x^2}$ ب. $F(x) = -1 + \ln x$ ج. $F(x) = \ln x$ (3) القيمة المتوسطة للدالة $g : x \mapsto \frac{x^2}{4}$ على المجال $[-2; 2]$ تساوي: أ. $\frac{4}{3}$ ب. 3 ج. $\frac{1}{3}$
الموضوع الثاني: (7 نقاط)	
(4) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها (5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(-x) = 2 - f(x)$ واستنتج أن (C) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه (6) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C) (7) أ- أحسب التكامل: $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$ ب- أحسب بالستومتر مربع مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادليهما $x = 0$ و $x = 1$	نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1}$ (C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور الترتيب (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = 1 - \frac{x}{x^2 + 1}$ (2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$، واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادله له (3) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 1$

الموضوع الأول: (6 نقاط)



التمثيل البياني (C_f) المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال

$$f(x) = ax + b + cx \ln x \quad \text{بالبارة } [1; +\infty[$$

حيث a, b, c أعداد حقيقية

(1) خمن بقراءة بيانية اتجاه تغير f ونهاية f عند $+\infty$

(2) أ- أحسب بدلالة a و c عبارة $f'(x)$ حيث f' هي الدالة

المشتقة للدالة f على $[1; +\infty[$

ب- باستعمال معطيات في الشكل، وعلمنا أن:

$$f(5) = 16 - 10 \ln 5$$

بين أن: $f(x) = 3x + 1 - 2x \ln x$

ج- تحقق من صحة تخمينك في السؤال 1، ثم شكل

جدول تغيرات الدالة f

(3) بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

على $[1; +\infty[$ ، ثم تحقق أن $4,95 < \alpha < 4,96$

$$S = \int_1^{\alpha} f(x) dx \quad (4) \quad \text{نعرف العدد الحقيقي } S \text{ كما يلي:}$$

(حيث α هو حل المعادلة $f(x) = 0$)

أ- بين أن الدالة: $g: x \mapsto 2x^2 + x - x^2 \ln x$

دالة أصلية للدالة f على $[1; +\infty[$

ب- أعط تفسيرا هندسيا للعدد S ، ثم احسبه بدلالة α

ج- بين أن: $S = \frac{1}{2} \alpha(\alpha + 1) - 3$ ثم استنتج حصرا لـ S

الموضوع الثاني: التمرين الثاني (5 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بالبارة:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 100 + \frac{57600}{x+1}$$

(1) أحسب نهايتي f عند -1 بقيم أكبر وعند $+\infty$

(2) أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ ،

$$f'(x) = \frac{(x^2+x-240)(x^2+x+240)}{(x+1)^2}$$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-1; +\infty[$ ،

ثم شكل جدول تغيراتها

ج- جد الدالة الأصلية H للدالة $h: x \mapsto \frac{1}{x+1}$ على

المجال $[-1; +\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x = 0$

(3) تنتج إحدى شركات تركيب آلات الغسيل خلال أسبوع

5 آلات على الأقل و 200 آلة على الأكثر

تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج x آلة إضافية

للشركة على المجال $[5; 200]$ بالدالة f أي أن:

$$C_m(x) = f(x), \quad x \text{ من المجال } [5; 200]$$

أ- ما هو عدد الآلات التي يجب أن تنتجها الشركة خلال

أسبوع لكي تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن

ب- نرمز بالرمز $C(x)$ للكلفة الإجمالية لإنتاج x آلة.

$$C'(x) = C_m(x)$$

جد عبارة الكلفة الإجمالية $C(x)$ ، علما أن الكلفة

الإجمالية لإنتاج 5 آلات الأولى هي 40 000 DA، ثم

استنتج قيمة الكلفة الإجمالية لإنتاج 15 آلة الأولى.

الموضوع الثاني: التمرين الأول (6 نقاط)

جدول التغيرات المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$

$$f(x) = (x+1)e^{1-x} \quad \text{بالبارة:}$$

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		e	

ليكن (C_f) تمثيلها البياني

في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أن معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات

الفاصلة 1 هي: $y = -x + 3$

(2) g هي الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بالبارة:

$$g(x) = -xe^{1-x} + 1$$

أ- أدرس اتجاه تغير الدالة g

ب- أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال

$[-1; +\infty[$

(3) h هي الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بالبارة:

$$h(x) = (x+1)e^{1-x} + x - 3$$

أ- لاحظ أنه من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ ،

$$h(x) = f(x) + x - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$$

ب- بين أن من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ ،

$$h'(x) = g(x)$$

ج- تحقق أن المعادلة: $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في

المجال $[-1; +\infty[$ يطلب تعيينه

د- حدد إشارة $h(x)$ ، ثم استنتج وضعية المنحنى (C_f)

بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

هـ- أنشئ كلا من المماس (Δ) والمنحنى (C_f)

الموضوع الأول: (7 نقاط)	الموضوع الثاني: (7 نقاط)
الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$ (1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ فسر النتيجة هندسيا (ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) (ب) تحقق أنه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإن: $f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ ثم استنتج أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = 2x - 2$ مقارب للمنحنى (C_f) (3) بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإن: $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$ استنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها (4) مثل بيانيا كلا من (Δ) و (Δ') و (C_f) (5) أحسب العدد: $\int_1^2 f(x) dx$، ثم فسر هندسيا.	(I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x^2}$ (1) عين تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ (2) أ) تحقق أنه، من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $g(x) = -1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$ (ب) استنتج الدوال الأصلية للدالة g على $]0; +\infty[$ (II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; 8]$ كما يلي: $f(x) = 3 - x - \frac{2}{x} + \ln x$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$ (1) أ) تحقق أن f هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $]0; 8]$ والتي تنعدم عند 1 (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; 8]$ (ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا. (د) شكل جدول تغيرات الدالة f (2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين، أحدهما α، حيث $3,8 < \alpha < 3,9$ (3) مثل بيانيا (C_f) (III) الدالة العددية h معرفة على $]-\frac{2}{3}; 2]$ كما يلي: $h(x) = f(3x + 2)$ (1) بين أنه إذا كان $-\frac{2}{3} < x \leq 0$ فإن $0 < 3x + 2 \leq 2$ وإذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإن $2 \leq 3x + 2 \leq 8$ (2) أحسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة) (3) شكل جدول تغيرات h

الموضوع الأول: التمرين الأول (4 نقاط)	الموضوع الأول: التمرين الثاني (7 نقاط)
(1) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $(2x + 1)(x^2 - 5x + 6) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$ ب) حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلتين: $2(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 + 7\ln x + 6 = 0$ $6e^{-3x} + 7e^{-2x} - 9e^{-x} + 2 = 0$ ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $2e^{3x} - 9e^{2x} + 7e^x + 6 \leq 0$ (2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $\log(x^2 + 100) = 1 + \log 2 + \log x$	الموضوع الأول: التمرين الثاني (7 نقاط) (I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$ أدرس اتجاه تغير الدالة g (2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ (II) الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يعطى: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا. (2) أ) بين أن من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ب) شكل جدول تغيرات الدالة f (3) أ) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ب) أدرس وضعيت (C_f) بالنسبة إلى (D) (4) عين فاصلة النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (D) ثم اكتب معادلة للمماس (T) (5) أرسم (D) ، (T) و (C_f) (6) أحسب القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1; 3]$
الموضوع الثاني: التمرين الثاني (7 نقاط)	
(II) الكلفة الهامشية C_M لصناعة كمية x (مقدرة بالطن) من منتج ، حيث x ينتمي إلى المجال $[0; 7]$ تنمذج بالدالة f أي: $C_M(x) = f(x)$ (الكلفة مقدرة بملايين الدنانير) (1) حدد كمية المنتج بحيث تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن ، وما هي قيمة هذه الكلفة؟ (تدور النتيجة إلى 10^{-2}) (2) ما هي كميات المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 3,5 مليون دينار؟ (3) نذكر بأن دالة الكلفة الإجمالية دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية . أ) بين أن الكلفة الإجمالية C_T معرفة ب: $C_T(x) = (12x + 6)e^{-x} + 5x + k$ حيث $k \in \mathbb{R}$ ب) حدد قيمة k إذا علمت أن المصاريف الثابتة 2 مليون دينار (أي $C_T(0) = 2$)	
الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 6(1 - 2x)e^{-x} + 5$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا. (يعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0$) (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها (3) أنشئ (C_f) (4) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 3,5$ تقبل في $[0; 7]$ حلين مختلفين α ، β حيث: $0,7 < \alpha < 0,8 \quad \text{و} \quad 2,9 < \beta < 3$ ب) حل بيانيا في المجال $[0; 7]$ المتراجحة: $f(x) \leq 3,5$ (5) أ) عين العددين الحقيقيين a ، b بحيث تكون الدالة g المعرفة على $[0; 7]$ ب: $g(x) = (ax + b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة h المعرفة على $[0; 7]$ ب: $h(x) = 6(1 - 2x)e^{-x}$ ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $[0; 7]$	

الموضوع الأول: (9 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \bar{i}; \bar{j})$
(أ) دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب :
 $f(x) = ax + b + 3 \ln(x + 1)$

حيث a و b عدنان حقيقيان

(Γ) التمثيل البياني للدالة f ، المعطى في الشكل المقابل ،
يقبل في النقطة $A(2; -1 + 3 \ln 3)$ مماسا موازيا لحامل محور
الافاصل

(1) بقراءة بيانية :

(أ) ضع تخمينا حول $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

(2) باستعمال المعطيات المتوفرة، جد قيمة كل من a و b

(II) نعتبر في هذا الجزء :

$$f(x) = -x + 1 + 3 \ln(x + 1)$$

(1) احسب نهاية الدالة f عند -1 بقيم أكبر

(2) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ (يعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = 0$)

(3) أ) عين النقطة B من المنحنى (Γ) التي يكون فيها

المماس (T) للمنحنى (Γ) موازيا للمستقيم الذي

معادلته $y = x$ ، ثم اكتب معادلة للمماس (T) .

(ب) استنتج بيانيا، قيم العدد الحقيقي m التي تقبل من

أجلها المعادلة $f(x) = x + m$ حلين موجبين تماما.

(4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب :

$$g(x) = (x + 1) \ln(x + 1) - x$$

(أ) أحسب $g'(x)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على

المجال $]-1; +\infty[$

(ب) لتكن α و β فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى (Γ) مع

حامل محور الفواصل، بين أن :

$$\beta \in]-0,37; -0,36[\text{ و } \alpha \in]7,37; 7,38[$$

(ج) احسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى

(Γ) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتيهما : $x = 0$ ، $x = \alpha$

(د) تحقق أن : $S = \left(\frac{1}{2}\alpha^2 - 2\alpha - 1\right)ua$ ، ثم

عين حصرا لـ S . (ua وحدة مساحة)

(III) تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على
الأكثر.

ننمذج الكلفة الهامشية C_m (الوحدة 1000 دينار) لإنتاج

قطعة إضافية على المجال $[0; 7]$ بالدالة f المعرفة في

الجزء (II) ، أي من أجل $x \in [0; 7]$ لدينا $C_m(x) = f(x)$

نرمز بـ $C_T(x)$ إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج x قطعة .

(1) عين عبارة الكلفة الإجمالية $C_T(x)$ علما أن الكلفة

الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي $\frac{5}{2}$

(2) قدر قيمة الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة

الموضوع الأول: (9 نقاط)

$$f(x) = \frac{4e^{-x}}{e^{-x}+1} - 3 \text{ ب : } \mathbb{R}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد
والمتجانس $(0; \bar{i}; \bar{j})$

(1) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f(x) = \frac{4}{e^x+1} - 3$$

(ب) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، ثم فسر

النتيجتين هندسيا .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل

(ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة

$$\Omega(0; -1)$$

(ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f(-x) + f(x) = -2$$

ثم استنتج أن (C_f)

يقبل مركز تناظر

(د) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم .

(4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)

والمستقيمت التي معادلاتها : $x = 0$ ، $x = -\ln 3$ و $y = 0$

(5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب :

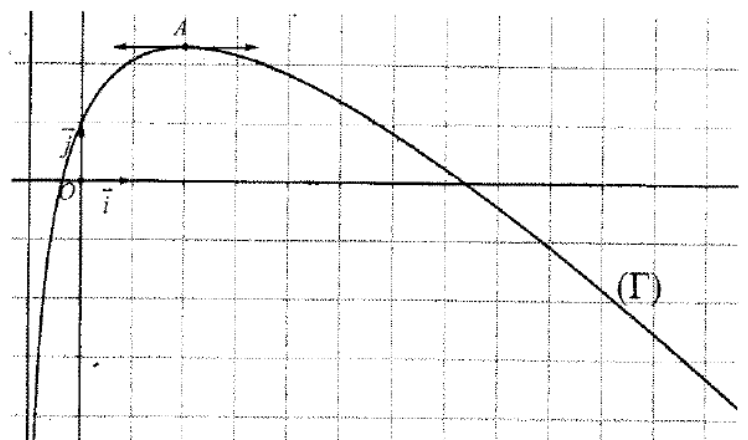
$$h(x) = f(|x|)$$

و (C_h) منحناها البياني في المعلم $(0; \bar{i}; \bar{j})$.

(أ) بين أن h دالة زوجية .

(ب) اعتمادا على المنحنى (C_f) ، اشرح كيف يتم رسم

المنحنى (C_h) ثم أرسمه في نفس المعلم السابق



الموضوع الأول: التمرين الثاني (7.5 نقطة)

- (I) الدالة عددية معرفّة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي:
- $$g(x) = ax + b + \ln x$$
- حيث a و b عددا حقيقيان
- (1) عين a و b بحيث: $g(1) = 2$ و $g'(2) = \frac{3}{2}$
- (2) نضع: $g(x) = x + 1 + \ln x$
- أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$
- ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- ج- بين أن المعادلات $g(x) = 0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث: $0,2 < \alpha < 0,3$
- د- حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي:
- $$f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$:
- $$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$
- ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f
- (2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
- (يعطى: $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$)
- (3) تحقق أن: $f(\alpha) = -\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
- (4) احسب $f(1)$ و $f(5)$ ثم ارسم (C_f) على المجال $]0; 5]$

الموضوع الأول: التمرين الأول (4 نقاط)

- f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
- $$f(x) = e^x + 2e^{-x} - 3$$
- اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

	(الإجابة أ)	(الإجابة ب)	(الإجابة ج)
1	حلي المعادلة $f(x) = 0$ هما	$\ln 2$ و 0	$-\ln 2$ و 0
2	نهاية $f(x)$ عندما x يؤول إلى $+\infty$ هي	$-\infty$	$+\infty$
3	على المجال $\left[\frac{\ln 2}{2}; +\infty\right[$ الدالة f	متزايدة تماما	متناقصة تماما
4	m القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0; 2]$ ، مدور m إلى الوحدة هو	1	2

الموضوع الثاني: (7 نقاط)

- (2) أ- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$:
- $$f'(x) = \frac{g(x)}{x}$$
- ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
- (3) عين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل
- (4) أ- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
- ب- أنشئ (T) و (C_f). (تعطى: $f(\alpha) \simeq -0,41$)
- (5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب:
- $$F(x) = (x^2 - 4x) \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$$
- أ- بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$
- ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:
- $$x = 2 \text{ و } x = 1 \text{ و } y = 0$$

- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب:
- $$g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ (تعطى: $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$)
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) بين أن المعادلات $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:
- $$1,4 < \alpha < 1,5$$
- (4) حدد إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب:
- $$f(x) = (2x - 4) \ln x$$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا
- ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

الموضوع الأول: (8 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f حيث :

$$D_f =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[\text{ كما يلي:}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{e^x - 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) أحسب النهايات $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

و فسر بيانيا النتائج المحصل عليها.

(ب) احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل x من D_f ،

$$f'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ)

ذا المعادلة $y = 1$

(4) عين معادلة T (المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات

الفصل $\ln 3$)

(5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = f(x) - \frac{9}{4}(x - \ln 3) - 1$$

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(أ) أحسب $g(\ln 3)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

(ب) أدرس على المجال $]0; +\infty[$ وضعية المنحنى (C_f)

بالنسبة إلى المماس (T) ، ثم فسر ذلك بيانيا.

(6) أحسب $f(\ln 2)$ ثم ارسم المماس (T) و (C_f) على المجال

$$]-\infty; 0[\cup]0; 3]$$

الموضوع الأول: (8 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = x^2 + 3 \ln x - 3$$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

(2) بين أن: المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$1.40 < \alpha < 1.41 \text{ ثم استنتج إشارة } g(x) \text{ حسب قيم } x$$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب:

$$f(x) = x + 1 - \frac{3 \ln x}{x}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى

المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما،

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب

مائل للمنحنى (C_f)

(ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (يعطى $f(\alpha) \approx 1.68$)

(6) أ) بين أن الدالة h حيث $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية

للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$

(ب) احسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى

(C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$y = x + 1 \text{ و } x = e \text{ ، } x = 1$$

الموضوع الأول: (8 نقاط)	الموضوع الثاني: (8 نقاط)
(I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2x - 1 - e^{2x}$ (1) أدرس اتجاه تغير الدالة g (2) استنتج إشارة $g(x)$ (II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 - x - \frac{1}{2}e^{2x}$ (1) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\ \vec{i}\ = 2cm$ (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (يعطى: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x^2} = +\infty$) (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها (3) (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.25 < \alpha < -0.24$ (ب) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A إحداثياتها $(0; \frac{-1}{2})$ (ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة A (4) أرسم (T) و (C_f) (5) (أ) احسب بالسنتيمتر مربع المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها: $y = 0 \quad \text{و} \quad x = \alpha \quad , \quad x = 0$ (ب) تحقق أن: $A(\alpha) = \frac{1}{3}(4\alpha^3 - 12\alpha^2 + 6\alpha + 3) cm^2$	(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 - x^2 - 1$ (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ (2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها (3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.46 < \alpha < 1.48$ (4) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x (II) مؤسسة صناعية تنتج يوميا كمية q (مقدرة بالطن) من منتج بكلفة متوسطة C_M (مقدرة بملايين الدنانير) معرفة على $[0; 10]$ ب: $C_M(q) = \frac{1}{2}q^2 - q + 1 - \frac{1}{2}\ln(q^2 + 1)$ (1) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي q من $[0; 10]$: $C'_M(q) = \frac{g(q)}{q^2 + 1}$ (2) عين اتجاه تغير الكلفة المتوسطة C_M ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ $\alpha \simeq 1.47$) (3) عين الكمية التي تنتج يوميا بأقل كلفة متوسطة ثم حدد هذه الكلفة المتوسطة (4) ما هي الكلفة الإجمالية C لإنتاج 2 طن يوميا

الموضوع الأول: (8 نقاط)	الموضوع الثاني: (8 نقاط)
لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ : $f(x) = \ln(x+2) + \ln(-x+8) - \ln 16$ وليكن (C_f) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$ (1) احسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2; 8[$ وفسر النتيجة بيانيا. (2) تحقق أنه من أجل كل x من $]-2; 8[$: $f'(x) = \frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$ (3) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2; 8[$ وشكل جدول تغيرات الدالة f (4) عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات (5) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-2; 8[$: $f(6-x) = f(x) \quad \text{و} \quad]-2; 8[$ ثم فسر النتيجة بيانيا (6) ارسم المنحنى (C_f). (7) لتكن الدالة العددية F المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ : $F(x) = (x+2) \ln(x+2) + (x-8) \ln(-x+8) - 2x - x \ln 16$ بين أن F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2; 8[$ (8) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = 4 \quad \text{و} \quad x = 0, \quad y = 0$	(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+1}$ أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g(x) > 0 \quad (\text{لا يطلب حساب النهايات})$ (II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + xe^{-x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f). ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) (2) بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ (3) بين أن المعادلة $f(x) = 4$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3.75 < \alpha < 3.77$ (4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم ارسم (T) ، (Δ) و (C_f) (5) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - (x+1)e^{-x+1}$ أ. بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$. ب. جد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x)dx$ ، ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذا العدد. (6) تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0 \leq q \leq 7$ بالدالة f المعرفة سابقا أي : $C_m(q) = f(q) \quad \text{حيث} \quad q \in [0; 7]$ (الكلفة الهامشية مقدرة بملايين الدينارين) أ. ما هي كمية المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار ب. نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية. أحسب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة.