

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين 01:

- 1) أثبت أن العدد 251 عدد أولي.
- 2) حلل العدد 2008 إلى جداء عوامل أولية .
- أ) استنتج كل الأعداد الأولية التي مكعب كل منها يقسم العدد 2008.
- ب) عين الأعداد الطبيعية a و b بحيث: $m^3 + 35d^3 = 2008$
- علما أن: $m = \text{PPCM}(a; b)$ و $d = \text{PGCD}(a; b)$.

التمرين 02:

- لتكن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_0 = \frac{1}{8}$ و $u_{n+1} = u_n(2 - u_n)$
- 1) أ- ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة 8cm)، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ والمنحني (C) الممثل للدالة f المعرفة على $[0; 2]$ ب: $f(x) = x(2 - x)$
 - 2) أ- باستعمال الرسم السابق، مثل على حامل محور الفواصل، دون حساب كلاً من u_3, u_2, u_1, u_0
 - ب - ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .
 - 3) أ- برهن بالتراجع أنه لكل عدد طبيعي $n : 0 < u_n < 1$
 - ب- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة استنتج أن (u_n) متقاربة ، ماهي نهايتها ؟
 - 4) 3) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = \ln(1 - u_n)$.
 - أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
 - ب- استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
 - 5) أ) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = (1 - u_0)(1 - u_1) \dots (1 - u_n)$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$

التمرين 03:

- نعتبر نرد متوازن على شكل رباعي وجوه منتظم مرقم من 1 إلى 4.
- I- نرمي هذا النرد مرتين متتاليتين ونعتبر الأحداث التالية:
- A "مجموع الرقمين المحصل عليهما زوجي".

إعداد الأستاذ بالعبيدي محمد العربي

B "الرقم الأول المحصل عليه 4".

C "الرقم المحصل عليه في الرمية الأولى أكبر تماماً من الرقم المحصل عليه في الرمية الثانية".

- (1) احسب الاحتمالات التالية: أ) $P_A(B)$ ؛ ب) $P_B(C)$ ؛ ج) $P_A(C)$.
(2) هل الحادثتين A و B مستقلتين؟ ب) هل الحادثتين A و C مستقلتين؟ ج) هل الحادثتين C و B مستقلتين؟
II- يدفع لاعب 2D ثم يرمي هذا النرد مرتين متتاليتين.
• إذا ظهر نفس الرقم في الرميّتين يربح بالدينار (D) مجموع الرقمين.
• إذا ظهر رقم 4 مرة واحدة، فيربح اللاعب بالدينار الرقم الظاهر في الرمية الأخرى.
• في بقية الحالات يعتبر اللاعب خاسراً.
نسمي G المتغير العشوائي المعروف بالربح الجبري للاعب.

- (1) عين القيم الممكنة لـ G .
(2) عين قانون احتمال G .
(3) احسب $E(G)$ الأمل الرياضي لـ G . • هل هذه اللعبة عادلة؟

التمرين 04:

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \ln(e^{2x} - e^x + \frac{1}{2}) - 2x$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x) = \ln(1 - e^{-x} + \frac{1}{2}e^{-2x})$ ،

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) احسب $g(-\ln 2)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(2e^{2x} - 2e^x + 1) - \ln 2$ و (C_f) تمثيلها البياني

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ماذا تستنتج؟

ب) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) بجوار $+\infty$ ، ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

(2) أ) بين $f'(x) = e^{x-f(x)}(2e^x - 1)$ حيث f' مشتق الدالة f .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

(3) أ) عين α فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل .

ب) ارسم (Δ) و (C_f) .

4) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = \ln(\frac{1}{2}e^{2x} - e^x + 1)$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ) عين قيمة β التي تحقق $h(x) = f(x - \ln 2) + \beta$.

ب) استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقاً من المنحنى (C_f) .

إعداد الأستاذ بالعبيدي محمد العربي

الموضوع الثاني

التمرين 01:

- 1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية لكل من العددين 3^n و 4^n على 7
- 2) برهن أنه من أجل كل n من N يكون العدد: $(2 \times 2018^{6n+4} + 1438^{6n+1})$ قابلا للقسمة على 7
- 3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $u_n = 2 \times 3^n + 3 \times 4^n$
- أ) أحسب بدلالة n المجموع s_n حيث: $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
- ب) ما هي قيم الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها s_n قابلا للقسمة على 7؟

التمرين 02:

ليكن α عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;1[$

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على N ب: $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{(1+\alpha)U_n - \alpha}{U_n}$

- 1) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $U_n \geq 1$.
- ب- بين أن المتتالية (U_n) متناقصة.
- ج- استنتج أن (U_n) متقاربة واحسب نهايتها.

2) لتكن (V_n) متتالية معرفة على N ب: $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n - \alpha}$

- أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها α
- ب- اكتب عبارة V_n بدلالة n و α واستنتج عبارة U_n بدلالة n و α .
- ج - تحقق من نتيجة السؤال 1، ج) وذلك بحساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين 03:

أ- الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب: $g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{x^2 + 1}$

1- ادرس تغيرات الدالة g .

2- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $0,5 < \alpha < 0,6$ يحقق: $g(\alpha) = 0$ واستنتج إشارة $g(x)$

ب- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ ب: $x > 0$: $f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$ و $f(0) = 0$

نرمز ب (C) للمنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول 5cm

1- أ) احسب نهاية $x.f(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$

ب) استنتج أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة بيانيا.

2- أ) أثبت أن: $f(\alpha) = \frac{2\alpha}{1+\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

إعداد الأستاذ بالعبيدي محمد العربي

ب) بيّن أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ فإن $f'(x) = g(x)$:

ج) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ أعط تفسيراً هندسياً للنتيجة .

د) بيّن أن $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$: ماذا تعني هذه النتيجة بالنسبة للدالة f ؟

3- شكل جدول تغيرات الدالة f

4- ارسم بعناية المنحني (C) الممثل للدالة f

5- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = f(e^x)$

أ- ادرس تغيرات الدالة h .

ب- أنشئ التمثيل البياني للدالة h .

التمرين 04:

صندوق A يحتوي على 4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحتوي على كرية واحدة

حمراء و 9 كريات سوداء مع أن كل الكريات متساوية الاحتمال .

(I) يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

– إذا تحصل على الرقم 1 يسحب كرة واحدة من الصندوق A .

– إذا لم يتحصل على الرقم 1 فيسحب كرة واحدة من الصندوق B .

(1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة .

(2) نسمي R الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R) = 0,15$

(3) تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق B أكبر أو تساوي

من احتمال أن تكون من الصندوق A

(II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتان (اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة

و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء .

نرمز بـ G إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

(1) بين أن G يأخذ القيم $2x$, $x-2$, -4 .

(2) أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضي $E(G)$ للمتغير العشوائي G بدلالة x .

(3) ماهي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة .