

اختبار دورة جوان الاستدراكية في مادة الرياضيات

**التمرين الأول: (07 نقاط)**

لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كما يلي:  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$

(1) أحسب الفرق:  $u_{n+1} - u_n$  بدلالة  $u_n$

(2) إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > 1$  ، استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متناقصة تماما على  $\mathbb{N}$

(3) لتكن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $v_n = u_n - 1$

أ - بين أن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها  $q$  و حدها الأول  $v_0$

ب - أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

ت - أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n)$  ثم  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$

ث - أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ثم استنتج المجموع:  $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$  بدلالة  $n$

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

المستوي مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . تعطى الوحدة بالـ:  $cm$  و لدينا:  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2$

نعتبر  $(\Gamma)$  الدائرة التي مركزها  $\Omega(3;1)$  و نصف قطرها  $R = \sqrt{5}$

(1) أكتب معادلة ديكارتية للدائرة  $(\Gamma)$  ثم تحقق أن النقطة  $A(2;-1)$  تنتمي إلى هذه الدائرة.

(2) أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta)$  ، مماس الدائرة  $(\Gamma)$  عند النقطة  $A$

(3) استنتج معادلة ديكارتية للدائرة  $(\Gamma')$  ، صورة الدائرة  $(\Gamma)$  بالتحاكي  $h$  الذي مركزه النقطة  $O$  و نسبته  $k = -\frac{3}{2}$

**التمرين الثالث: (08 نقاط)**

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 - أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2 - أحسب  $f'(x)$  و أدرس إشارتها.

3 - شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

4 - أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها  $x_0 = 3$

5 - عين نقاط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محوري الإحداثيات ثم أرسم كلا من  $(T)$  و  $(C_f)$  .

انتهى نص الاختبار

عطلة سعيدة لأبنائنا الأعزاء ، عيد فطر سعيد و بالتوفيق للجميع.

| العلامة |       | عناصر الإجابة                                                                                                                                                                                     |
|---------|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع   | مجزأة |                                                                                                                                                                                                   |
| 07      |       | <b>التمرين الأول: (07 نقاط)</b>                                                                                                                                                                   |
|         | 01    | (1) من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} - u_n = -\frac{4}{5}u_n + \frac{4}{5}$ .....                                                                     |
|         |       | (2) بما أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n > 1$ ، فإن $-\frac{4}{5}u_n + \frac{4}{5} < -\frac{4}{5}(1) + \frac{4}{5}$ و منه:                                                                      |
|         | 01    | ..... $u_{n+1} - u_n < 0$ ، و هكذا فإن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ .....                                                                                  |
|         |       | (3) لدينا $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = u_n - 1$                                                                                                |
|         | 01    | أ - لدينا: $v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} - 1 = \frac{1}{5}u_n - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(u_n - 1) = \frac{1}{5}v_n$ و بالتالي $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .....           |
|         | 01    | متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ و حدها الأول $v_0 = u_0 - 1 = 2 - 1 = 1$ .....                                                                                                            |
|         | 01    | ب - من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا: $v_n = v_0 \times q^{n-0} = 1 \times \left(\frac{1}{5}\right)^n = \left(\frac{1}{5}\right)^n$ .....                                                            |
|         | 01    | و منه: $u_n = v_n + 1 = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$ .....                                                                                                                                     |
|         | 0.5   | ت - بما أن: $\frac{1}{5} \in ]-1; 1[$ فإن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0$ أي: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n) = 0$ .....                                       |
| 05      | 0.5   | و منه: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1 \right] = 0 + 1 = 1$ .....                                                        |
|         |       | <b>التمرين الثاني: (05 نقاط)</b>                                                                                                                                                                  |
|         | 01    | (1) لدينا: $(\Gamma): (x-3)^2 + (y-1)^2 = (\sqrt{5})^2$ .....                                                                                                                                     |
|         |       | و يمكن أن نكتب أيضا: $(\Gamma): x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$                                                                                                                                      |
|         | 01    | ولكن: $(x_A - 3)^2 + (y_A - 1)^2 = (2 - 3)^2 + (-1 - 1)^2 = 5$ و منه: $A \in (\Gamma)$ .....                                                                                                      |
|         |       | (2) لدينا: $A(2; -1)$ و $AQ(1; 2)$ كما أن المستقيم $(\Delta)$ يشمل $A$ و $\overrightarrow{QA}$ شعاع ناظمي له. إذن من أجل كل نقطة $M(x; y)$ من $(\Delta)$ لدينا: $\overrightarrow{AM}(x-2; y+1)$ و |
|         |       | $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AQ} = 0$ بتوظيف العبارة التحليلية للجداء السلمي نجد: $1(x-2) + 2(y+1) = 0$ و بعد التبسيط نحصل على معادلة ديكارتية للمستقيم $(\Delta)$ كما يلي:         |
|         | 01    | ..... $(\Delta): x + 2y = 0$                                                                                                                                                                      |
|         | 0.5   | (3) لدينا: $\overrightarrow{OQ'} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{OQ}$ و بالتالي: $\Omega'\left(-\frac{9}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ و من جهة أخرى: .....                                              |
|         | 01.5  | ..... $(\Gamma'): \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2$ إذن: $R' = \left  -\frac{3}{2} \right  \times R = \frac{3\sqrt{5}}{2}$    |

**التمرين الثالث: ( 08 نقاط )**

02

1 حساب النهايات: .....

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2) = +\infty$$

01

2 من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f'(x) = 2x - 3$  و بالتالي: .....

|         |           |       |           |
|---------|-----------|-------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $3/2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$   | $+$       |

01

3 - جدول التغيرات: .....

|         |           |        |           |
|---------|-----------|--------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $3/2$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$    | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-1/4$ | $+\infty$ |

08

4 - لدينا:  $(T): y = f'(3)(x-3) + f(3)$  و منه:  $(T): y = 3(x-3) + 2$  و بعد التبسيط

01

نجد:  $(T): y = 3x - 7$  .....

5 - التقاطع مع محوري الإحداثيات:

المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتهما: 1 و 2 لأن

01

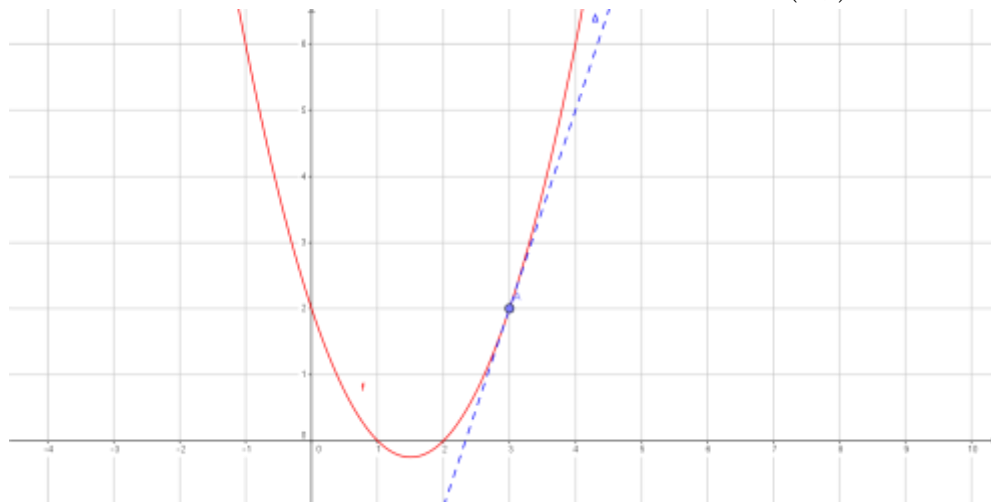
المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين هما 1 و 2 .....

01

المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الترتيب في النقطة التي ترتيبها 2 لأن:  $f(0) = 2$  .....

01

رسم المنحنى  $(C_f)$  و المماس  $(T)$  .....



**من إعداد الأستاذ: مراحي لزهر**