



سنة الثالثة ثانوي

الشعب:

رياضيات | علوم تجريبية | تقني رياضي

مسألة 24 مسائل

في الدوال الأسية
مرفقة بحلول مفصلة

+

ملخص بسيط حول الدوال الأسية

إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

آخر تحديث:

[12 نوفمبر 2021]

ملخص حول الدوال الأسية:

1 فرضية:

نقبل أنه توجد دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وتحقق الشرطين:

$$\begin{cases} f' = f \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

2 مبرهنة:

توجد دالة وحيدة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث: $f' = f$ و $f(0) = 1$ ، نرسم إلى هاته الدالة بالرمز " exp " ونسميها الدالة الأسية.

3 العدد e والترميز e^x :

العدد e هو صورة العدد 1 بالدالة الأسية أي $e = \exp(1)$ ، و $e \approx 2.718 \dots$

اصطلاحاً نرسم، من أجل كل عدد حقيقي x : $\exp x = e^x$

4 خواص جبرية:

من أجل كل عددين حقيقيين x و y ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا:

$$e^{nx} = (e^x)^n$$

$$e^{x+y} = e^x \times e^y$$

$$e^0 = 1$$

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

$$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$$

$$e^x > 0$$

5 اتجاه تغير الدالة الأسية:

من أجل كل عدد حقيقي x ، $e^x > 0$.

الدالة الأسية متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$.

6 النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^n e^x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x^n} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^n}{e^x} \right) = 0$$

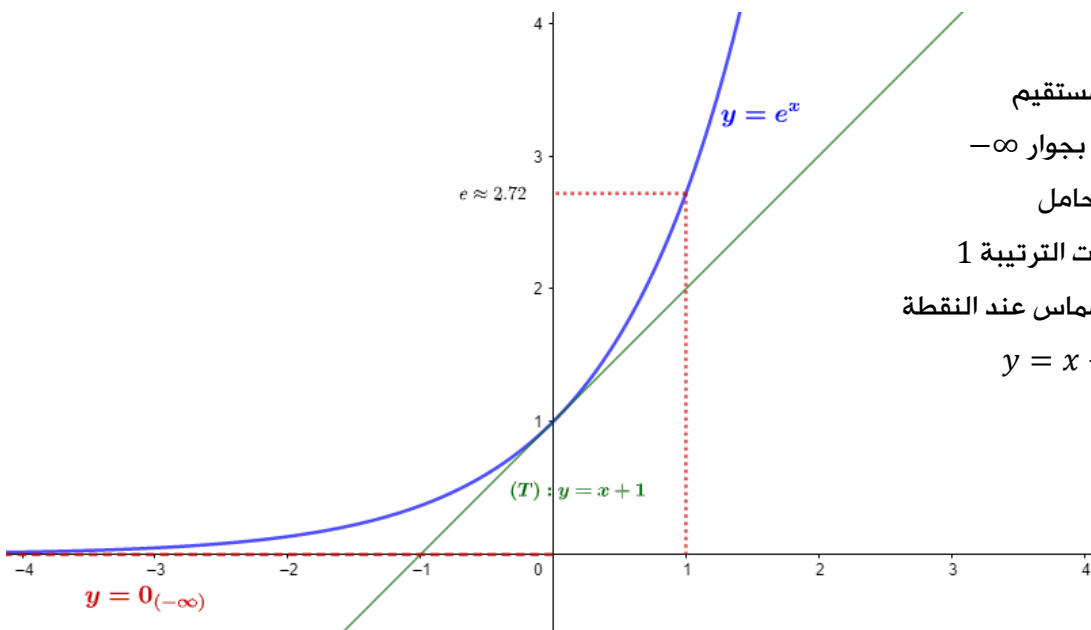
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x} \right) = 1$$

7 المشتقة:

إذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق على مجال I فإن الدالة $f \circ u$ (حيث: $f(x) = e^x$) قابلة للاشتقاق على المجال I ولدينا من أجل كل x من المجال I :

$$(f \circ u)'(x) = u'(x) e^{u(x)}$$

8 التمثيل البياني:



منحنى الدالة exp يقبل مستقيم

مقارب أفقي معادلته $y = 0$ بجوار $-\infty$

منحنى الدالة exp يقطع حامل

محور الترتيب في النقطة ذات الترتيب 1

منحنى الدالة exp يقبل مماس عند النقطة

ذات الفاصلة 0 معادلته: $y = x + 1$

المسائل:

فهرس المحتويات:

المسألة رقم 01 :	المسألة الحل
المسألة رقم 03 :	المسألة الحل
المسألة رقم 05 :	المسألة الحل
المسألة رقم 07 :	المسألة الحل
المسألة رقم 09 :	المسألة الحل
المسألة رقم 11 :	المسألة الحل
المسألة رقم 13 :	المسألة الحل
المسألة رقم 15 :	المسألة الحل
المسألة رقم 17 :	المسألة الحل
المسألة رقم 19 :	المسألة الحل
المسألة رقم 21 :	المسألة الحل
المسألة رقم 23 :	المسألة الحل
المسألة رقم 02 :	المسألة الحل
المسألة رقم 04 :	المسألة الحل
المسألة رقم 06 :	المسألة الحل
المسألة رقم 08 :	المسألة الحل
المسألة رقم 10 :	المسألة الحل
المسألة رقم 12 :	المسألة الحل
المسألة رقم 14 :	المسألة الحل
المسألة رقم 16 :	المسألة الحل
المسألة رقم 18 :	المسألة الحل
المسألة رقم 20 :	المسألة الحل
المسألة رقم 22 :	المسألة الحل
المسألة رقم 24 :	المسألة الحل

♥ بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا ♥

**01****المسألة رقم:**

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = x - e^{-x}$$

1 ادرس تغيرات الدالة g

2

أ/ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا α حيث: $0.5 < \alpha < 0.6$ ب/ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ (II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = \frac{x+1}{e^x+1}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$.1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]$

2

أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{-e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$$

ب/ عيّن دون حساب: $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right]$ فسر النتيجة هندسيا3 شكل جدول تغيرات الدالة f 4 بين أن $f(x) = x$ إذا وفقط إذا كان $g(x) = 0$ ، ثم استنتج قيمة $f(\alpha)$ 5 مثل بيانيا (C_f) .(III) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$h(x) = |f(x)|$$

ونسمي (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق1 اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة2 انطلقا من (C_f) ، مثل بيانيا (C_h)



02

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$.1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.2 بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن:

$$f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2$$

3

أ/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.ب/ عيّن $f''(\ln 3)$ دون حساب عبارة $f''(x)$ ، مبرر إجابتك.

4

أ/ بيّن أن المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $-\infty$.ب/ بيّن أن المستقيم (Δ_2) ذو المعادلة $y = x - 2$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$.ج/ ادرس الوضع النسبي بين المنحني (C_f) والمستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) .5 اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.6 بيّن أن النقطة $A(\ln 3; \ln 3)$ مركز تناظر للمنحني (C_f) .7 بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]-2; -1[$ ، ثم عين حصاراً للعدد α سعته 10^{-2} .8 مثّل بيانياً كلا من: (Δ_1) ، (Δ_2) .9 ناقش بيانياً حسب القيم الوسيط الحقيقي غير المعلوم m المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$f(-|x|) = \ln(|m|)x + 2$$

(II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(3x - 2)$ (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة).1 ادرس تغيرات الدالة g .2 تحقق من أن: $g\left(\frac{\alpha+2}{3}\right) = 0$ ، ثم بيّن أن: $3f'(\alpha) = g'\left(\frac{\alpha+2}{3}\right)$.3 استنتج معادلة المماس (d) لمنحني الدالة g عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+2}{3}$.4 تحقق من أن معادلة المستقيم (d) تعطى بـ:

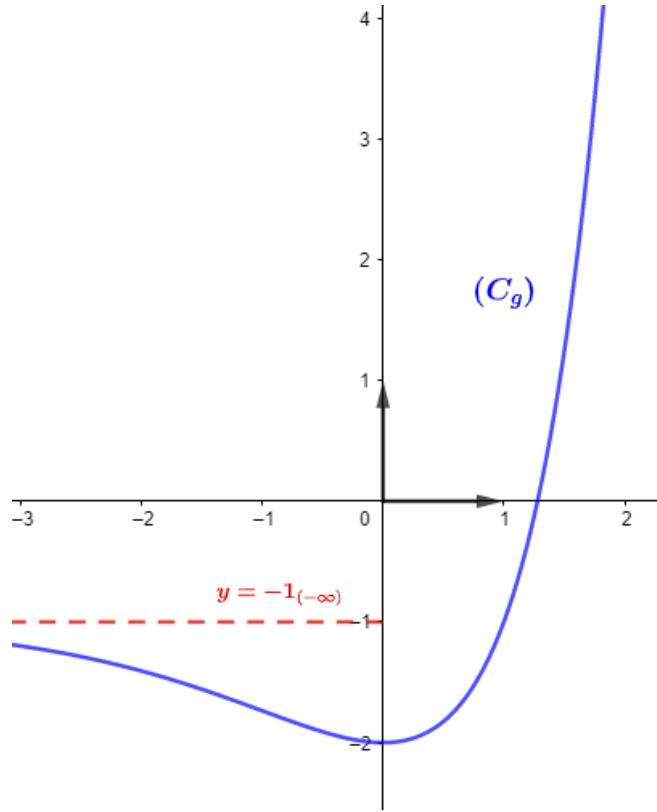
$$y = \frac{3\alpha^2}{4}x - \frac{\alpha^2(\alpha + 2)}{4}$$



03

المسألة رقم:

مشاهدة الحل



(I) a, b, c أعداد حقيقية، نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = (ax + b)e^x + c$$

ونسُمي (C_g) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. كما في الشكل أدناه:

1 بقراءة بيانية، أوجد ما يلي:

أ/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

ب/ $g(0)$ و $g'(0)$.

2 مما سبق أوجد الأعداد الحقيقية a, b, c .

3 نضع: $g(x) = (x - 1)e^x - 1$

أ/ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على $\mathbb{R}$ ، ثم

تحقق من أن: $1.2 < \alpha < 1.3$.

ب/ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$$

ونسُمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوٍ السابق.

1

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

ب/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2

أ/ بيّن أنه من أجل كل x حقيقي:

$$f'(x) = -\frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3 عيّن دون حساب، $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

4 بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مماساً وحيداً (T) يمر من المبدأ، يُطلب كتابة معادلة له.

5 بيّن أن $f(\alpha) = \alpha - 1$ ، ثم اوجد حصرًا لـ $f(\alpha)$ بتقريب 10^{-2} .

6

أ/ بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

ب/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

7 مثّل بيانياً المماس (T) والمستقيم (Δ) ثم المنحني (C_f) .

8 m وسيط حقيقي. ناقش بيانياً حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.



04

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1

أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$$

ب/ ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) ؟ج/ شكل جدول تغيرات الدالة f .2 برهن أن النقطة $A(0; 1)$ مركز تناظر المنحني (C_f) .

3

أ/ بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$ ثم فسر النتيجة هندسياً.ب/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) ؟4 بيّن أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-2.77 < \alpha < -2.76$.5 مثل بيانياً (C_f) .(II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(4x + 1)$ (عبارة g غير مطلوبة).1 عيّن اتجاه تغير الدالة g .2 تحقق من أن: $g\left(\frac{\alpha-1}{4}\right) = 0$ ، ثم بيّن أن: $4f'(\alpha) = g'\left(\frac{\alpha-1}{4}\right)$ 3 استنتج معادلة المماس (T) لمنحني الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha-1}{4}$.4 تحقق من أن معادلة المماس (T) تعطى بـ:

$$y = (1 + \alpha)^2 x - \frac{(1 + \alpha)(\alpha^2 - 1)}{4}$$

(III) نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x) = f(|x|)$ ، ونسمي (C_k) تمثيلها البياني في المستوي السابق1 بيّن أن الدالة k زوجية.2 بيّن كيف تمثيل (C_k) انطلاقاً من (C_f) ، ثم أنشئه في المعلم السابق(IV) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$h(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$$

ونسمي (C_h) تمثيلها البياني في المستوي السابق1 تحقق من أنه كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) + 1$.2 استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يُطلب تعيينه. ثم أنشئ (C_h)



05

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 + (x - 1)e^{-x}$

1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0.38 < \alpha < -0.37$

4 استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب/ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x + 1))$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ج/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $y = 2x + 1$.

2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x) = g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3 اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4 ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 0.8$).

5 ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $x = (1 - m)e^x$:

$$x = (1 - m)e^x$$



06

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = 2x + 1 - xe^{x-1}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$ 1 ادرس تغيرات الدالة f' .1 احسب $f'(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.2 ادرس تغيرات الدالة f .

3

أ/ بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.ب/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4

أ/ بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة يُطلب تعيين إحداثيها.ب/ بيّن أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β حيث:

$$-0.6 < \beta < -0.5 \text{ و } 1.9 < \alpha < 2$$

5 مثل بيانيا: (Δ) ، (T) و المنحني (C_f) .6 نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x والوسيط الحقيقي الموجب تماما m التالية:

$$f(x) = 2x + \ln m \dots (E)$$

• ناقش بيانيا حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة (E) .



07

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = (2x + 1)e^x - 1$$

1 ادرس تغيرات الدالة g' 2 احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = x(e^x - 1)^2$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.1 احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2

أ/ بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.ب/ ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

3

أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$ ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.4 اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند المبدأ.5 مثّل بيانياً كلا من (T) ، (Δ) و (C_f) .6 ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x :

$$(E): f(x) = mx$$



08

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

نعرف الدالة f على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

1

أ/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$$

ب/ استنتج أن الدالة f فردية.2 احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

3

أ/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$$

ثم ادرس إشارة $f'(x)$.ب/ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f) ؟ج/ شكل جدول تغيرات الدالة f .

4

أ/ بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) + \frac{1}{2}x - 1 \right) = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.ب/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(f(x) + \frac{1}{2}x + 1 \right)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.ج/ ادرس الوضع النسبي بين المنحني (C_f) والمستقيم (d) ذو المعادلة : $y = -\frac{1}{2}x + 1$.5 مثّل بيانيا (C_f) .



09

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

نعتبر الدالة f المعرفة $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = -x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4)$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

$$\textcircled{1} \text{ بيّن أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

②

أ/ بيّن أن المستقيم المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + \frac{5}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C_f) .ب/ حل المعادلة: $e^{x-2} - 4 = 0$ ، ثم بيّن أن المنحني (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ) على المجال $]-\infty; 2 + \ln 4]$ وتحتةعلى المجال $[2 + \ln 4; +\infty[$

③

أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = -(e^{x-2} - 1)^2$$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة f .④ احسب $f''(x)$ ، ثم بين أن $A(2; 2)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f) .⑤ اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2 + \ln 3 < \alpha < 2 + \ln 4$.⑥ مثّل بيانيا (Δ) والمنحني (C_f) .



10

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = e^x + x + 2$$

1 ادرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2

أ/ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$. ثم تحقق أن $-2.2 < \alpha < -2.1$ ب/ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = \frac{1 - xe^x}{e^x + 1}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

1

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.ب/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{e^{-x} - x}{e^{-x} + 1}$$

ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]$.2 تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{-g(x)e^x}{(e^x + 1)^2}$$

3 ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4

أ/ بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل لـ (C_f) .ب/ ادرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f) .

5

أ/ بيّن أن: $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.ب/ بيّن أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث: $0.5 < \beta < 0.6$.6 مثّل بيانيا المستقيم (Δ) والمنحني (C_f) .7 ليكن m عدد حقيقي موجب تماما، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$1 - (x + \ln x)e^x - \ln m = 0$$



11

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ وتحقق العلاقة:

$$g(x) - 2g(1-x) = e^x - 2e^{1-x} - 3x + 3$$

① أوجد عبارة $g(x)$ بدلالة x .(ارشاد: ضع $t = x$ تارة و $t = 1 - x$ تارة أخرى)② نضع: $g(x) = e^x - x - 1$ أ/ احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.③ استنتج اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب:

$$h(x) = 1 - g(-x)$$

④ اثبت أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $-1.15 < \alpha < -1.14$ و $1.84 < \beta < 1.85$ ⑤ استنتج إشارة كل من $g(x)$ و $h(x)$ تبعا لقيم العدد الحقيقي x .(II) لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب:

$$f(x) = \frac{x + g(x)}{1 + g(x)}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{l}, \vec{j})$.① احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

②

أ/ اثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن:

$$f'(x) = \frac{e^x h(x)}{(1 + g(x))^2}$$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.③ مثل بيانيا (C_f) .



12

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

لتكن الدالة f بـ:

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

②

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. ثم فسر النتيجة هندسياً.

ب/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = \frac{1}{e^{-x} + 1}$$

ج/ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم فسر النتيجة هندسياً.

③ اثبت أن الدالة f متزايدة تماماً على مجال تعريفها.

④ بين أن النقطة $A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر المنحني (C_f) .

⑤ عين معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة A .

⑥ نعتبر الدالة g المعرفة على D_f كما يلي:

$$g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x)$$

أ/ حل العبارة: $e^{2x} - 2e^x + 1$.

ب/ احسب $g'(x)$ و $g(0)$ ثم ادرس تغيرات الدالة g .

ج/ استنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمماس (T) .

⑦ مثل بيانياً (T) و (C_f) .

**13****المسألة رقم:**

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = 2x + 1 + 2e^{2x}$$

1 ادرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$ **2** بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا α في المجال $[-0.8; -0.7]$ **3** استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.**(II)** f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = 1 - x + (x + 1)e^{-2x}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.**1**أ/ احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.ب/ استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته $y = -x + 1$ ج/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .**2**أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = -g(x)e^{-2x}$$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة f ج/ بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $-1.2 < x_1 < -1.1$ و $1.1 < x_2 < 1.2$ **3** بيّن أنّ $f(\alpha) = -\frac{2\alpha^2}{2\alpha+1}$ **4** مثل بيانيا (C_f) ، نأخذ $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$ و $f(\alpha) \approx 2.9$ **5** ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$(1 - m - x)e^{2x} + x + 1 = 0$$



14

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$$

① علماً أنّ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x) = 0$ ، احسب نهايات الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$ ② ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.③ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[1.6; 1.7]$ ④ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ

$$f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

①

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ب/ علماً أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{-x}) = 0$ ، بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً② اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x أنّ

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$$

③ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

④

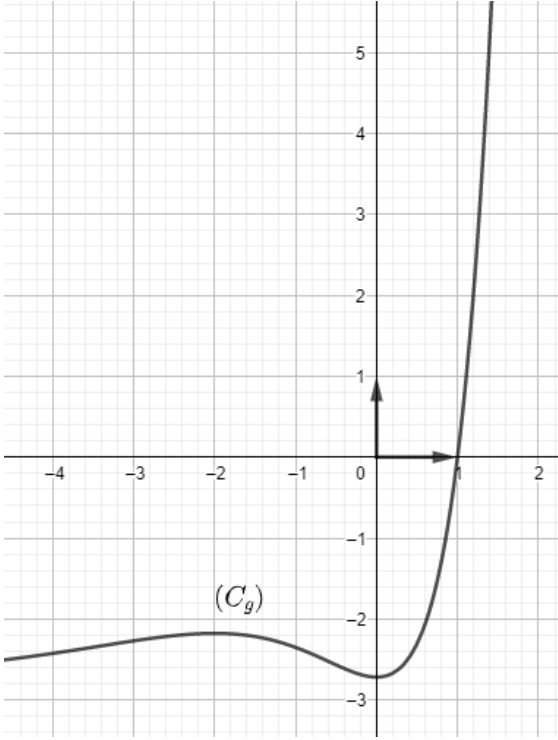
أ/ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$ ب/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) ⑤ اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.⑥ بيّن أنّ $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ، ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$ ⑦ أرسم كل من (T) ، (Δ) و (C_f)



15

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = x^2 e^x - e$$

و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامدالمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (كما في الشكل المقابل)- احسب $g(1)$ - بقراءة بيانية عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيمالعدد الحقيقي x .(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$$f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامدالمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.1 احسب النهايات الآتية: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.2 بين أن المنحنى (γ) الذي معادلته: $y = e^{-x} - 2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ، ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ) .3 بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم لدينا:

$$f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$$

4 استنتج أن الدالة f متزايدة تماماً على كل من المجالين $[-1; 0]$ و $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على المجال $]-\infty; -1]$ ،ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .5 بين كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقاً من منحنى الدالة e^x ، ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f)

في نفس المعلم السابق.



16

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = e^x + x + 1$$

- 1 ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها
- 2 بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] -1.28; -1.27[$
- 3 استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = (x + 2)(1 - e^{-x})$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1 احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2

أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = g(x)e^{-x}$$

ب/ استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

- 3 عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

4

أ/ بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ب/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

5

أ/ أثبت أنه يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ) ب/ تحقق أن معادلة المماس (T) هي:

$$y_{(T)} = x + 2 - e$$

6

أ/ بيّن أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.ب/ جد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات.ج/ مثل بيانيا كل من (Δ) ، (T) و (C_f)

7 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة:

$$\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x}$$

(III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$h(x) = f(|x|)$$

1 بيّن أن الدالة h زوجية2 اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) . (لا يطلب إنشاء $((C_h))$)

**17****المسألة رقم:**

مشاهدة الحل

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = 2e^x - x^2 - x$$

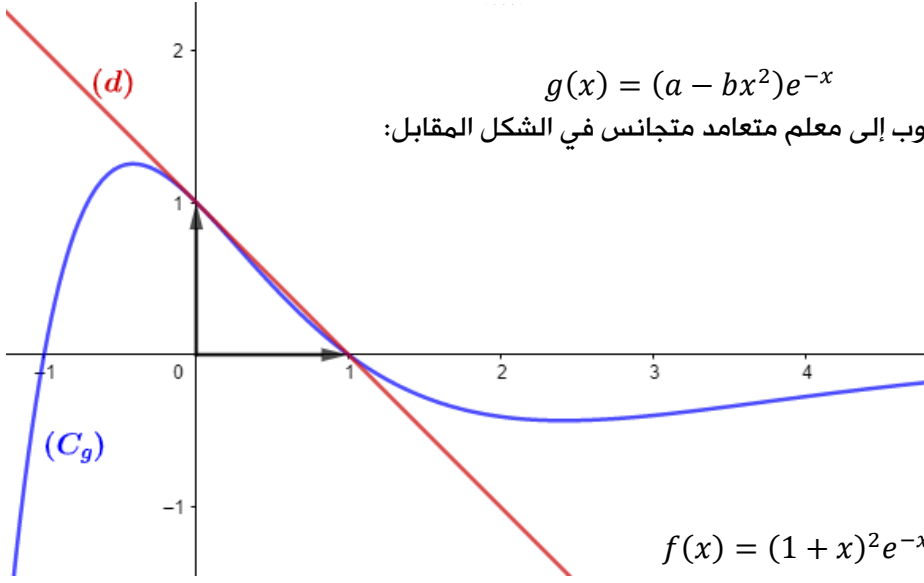
1أ/ احسب $g'(x)$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' مشتقة الدالة g)ب/ بين أنه، من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$.ج/ احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.**2** بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1.38 < \alpha < -1.37$.**3** استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .**(II)** لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$ **1**أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.ب/ بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{x^2 e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$$

ج/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.**2**أ/ بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha-1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.ب/ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.ج/ أنشئ المنحنى (C_f) (ثعطى $f(\alpha) \approx 0.29$).



I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = (a - bx^2)e^{-x}$$

و (C_g) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس في الشكل المقابل:

• بقراءة بيانية

1

أ/ اكتب معادلة للمستقيم (d)

ب/ عيّن $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$

ج/ باستعمال ما سبق، بيّن أن

$$g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$$

2) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = (1 + x)^2 e^{-x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى السابق.

1

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب/ علما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = 0$ ، بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

2

أ/ بيّن أنه من أجل كل x حقيقي:

$$f'(x) = g(x)$$

ب/ استنتج تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج/ استنتج أن الدالة f موجبة على $\mathbb{R}$

3

أ/ عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)-1}{x} \right)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

ب/ اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4) مثل بيانيا كل من (C_f) و (T)

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(1 + x)^2 = m e^x$

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$h(x) = f(|x|)$$

1) بيّن أن الدالة h زوجية

2) اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) منحنى الدالة h إنطلاقاً من (C_f) ، ثم أنشئه



19

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$$

1

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2

أ/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1.52 < \alpha < -1.51$.ب/ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.ب/ بين أنه من أجل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$.ج/ شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ ، (نأخذ $f(\alpha) \approx 0.38$).

د/ عين دون حساب

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right)$$

ثم فسر النتيجة هندسيا.

2

أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .ج/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثيتهما.د/ ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.هـ/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عد وإشارة حلول المعادلة:

$$(m - x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0$$



20

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ

$$f(x) = x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

1

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتائج هندسياب/ بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ج/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم استنتج أن المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

2

أ/ بيّن أنه من أجل كل $x \neq 0$ لدينا:

$$f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$$

ب/ استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ_2) بجوار $+\infty$ ، محددا معادلته.ج/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) وكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

3

أ/ ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتهاب/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0.8 < \alpha < 0.9$ و $-1.3 < \beta < -1.4$ 4/ من أجل كل $(-x) \in D_f$ ، بيّن أن $f(-x) = 1 - f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.5/ مثل بيانيا كل من (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f) 6/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة

$$(m - 1)(e^x - 1)e^{-x} + 1 = 0$$

(II) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ:

$$h(x) = f(|x|)$$

1/ بيّن أن الدالة h زوجية2/ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) . (لا يطلب إنشاء (C_h))



21

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = 1 - xe^x$$

1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3

أ/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1; +\infty[$.ب/ تحقق أن $0.5 < \alpha < 0.6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي:

$$f(x) = (x - 1)e^x - x - 1$$

 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.2 لتكن f' مشتقة الدالة f :أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن: $f'(x) = -g(x)$ ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .3 بين أن: $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ ، (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

4

أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

5

أ/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $-1.6 < x_1 < -1.5$ و $1.5 < x_2 < 1.6$.ب/ أنشئ (Δ) و (C_f) .



22

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x + 2 - e^x$ 1 ادرس تغيرات الدالة g .2 بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلان α و β حيث: $1.14 < \alpha < 1.15$ و $-1.9 < \beta < -1.8$ 3 استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم فسر ذلك هندسياً.2 بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$$

3 ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.4 عيّن دون حساب كل من: $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$ و $\lim_{x \rightarrow \beta} \left(\frac{f(x) - f(\beta)}{x - \beta} \right)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.5 بيّن أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha + 1}$ ، ثم أوجد حصرًا لـ $f(\alpha)$ سعته 10^{-1} .6 نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^x - xe^x - 1$ • بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) \leq 0$.7 نضع من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $p(x) = (x^2 + 1)e^{2x} + xe^x - 2e^x + 1$ • تحقق من أن: $p(0) = 0$.

8

أ/ بيّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) عمودي على المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 5$.ب/ اكتب معادلة للمماس (T) .ج/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (T) .9 نأخذ: $f(\beta) \approx -1.195$ ، مثّل بيانياً (T) و (C_f) .10 m وسيط حقيقي، ناقش بيانياً حسب قيم m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$e^x(1 - mx^2) + mx - 1 = 0$$



23

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

(I) دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-x} + x - 1$ 1 علما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x) = 0$ عين نهايات الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$ 2 ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.3 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $g(x) \geq 0$ ثم استنتج أن $e^{-x} + x \geq 1$ (II) نعتبر الدالة f المعرفة بـ:

$$f(x) = \frac{x}{e^{-x} + x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$ 1 بيّن أن مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R}$

2

أ/ تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$$

ب/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا.

3

أ/ بيّن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(e^{-x} + x)^2}$$

ب/ ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4

أ/ اكتب معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0ب/ تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$:

$$x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$$

ثم استنتج إشارة $x - f(x)$ ج/ استنتج الوضع النسبي بين (C_f) والمستقيم (T) ذو المعادلة $y = x$ 5 أنشئ (T) و (C_f)

6 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$\frac{xe^x}{xe^x + 1} - 1 = m$$



24

المسألة رقم:

مشاهدة الحل

الحلول (مقترحة) :

فهرس المحتويات:

المسألة رقم 01 :	المسألة الحل
المسألة رقم 03 :	المسألة الحل
المسألة رقم 05 :	المسألة الحل
المسألة رقم 07 :	المسألة الحل
المسألة رقم 09 :	المسألة الحل
المسألة رقم 11 :	المسألة الحل
المسألة رقم 13 :	المسألة الحل
المسألة رقم 15 :	المسألة الحل
المسألة رقم 17 :	المسألة الحل
المسألة رقم 19 :	المسألة الحل
المسألة رقم 21 :	المسألة الحل
المسألة رقم 23 :	المسألة الحل
المسألة رقم 02 :	المسألة الحل
المسألة رقم 04 :	المسألة الحل
المسألة رقم 06 :	المسألة الحل
المسألة رقم 08 :	المسألة الحل
المسألة رقم 10 :	المسألة الحل
المسألة رقم 12 :	المسألة الحل
المسألة رقم 14 :	المسألة الحل
المسألة رقم 16 :	المسألة الحل
المسألة رقم 18 :	المسألة الحل
المسألة رقم 20 :	المسألة الحل
المسألة رقم 22 :	المسألة الحل
المسألة رقم 24 :	المسألة الحل

♥ بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا ♥



01

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x}}{1 + \frac{1}{e^x}} \right] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x}{e^x} \right] = 0 \text{ لأن:}$$

- التفسير الهندسي:

• (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 0$

2

/ حساب $f'(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{e^x + 1 - e^x(x+1)}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{e^x + 1 - xe^x - e^x}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{1 - xe^x}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-e^x(-e^{-x} + x)}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-e^x g(x)}{(e^x + 1)^2} \end{aligned}$$

ب/ تعيين دون حساب قيمة $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right]$:لدينا مما سبق $g(\alpha) = 0$ ومنه:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right] &= f'(\alpha) \\ &= \frac{-e^\alpha g(\alpha)}{(e^\alpha + 1)^2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

- تفسير الهندسي:

منحني الدالة f يقبل مماس في النقطة ذات الفاصلة α مواز لحامل محور الفواصل معادلته هي:

$$y = f(\alpha)$$

3 جدول تغيرات الدالة f :

لدينا:

$$f'(x) = \frac{-e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$$

لدينا المقام موجب تماما ومنه الإشارة من إشارة البسط

- جدول التغيرات:

لدينا $f(-1) = 0$ ومنه:

(I)

1 دراسة تغيرات الدالة g :

- حساب النهايات:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [x - e^{-x}] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[e^{-x} \left(\frac{x}{e^{-x}} - 1 \right) \right] \\ &= -\infty \end{aligned}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - e^{-x}] = +\infty$$

- حساب $g'(x)$:

$$g'(x) = 1 + e^{-x}$$

لدينا $g'(x) > 0$ ومنه:

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

2

أ/ تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا α حيث:

$$0.5 < \alpha < 0.6$$

لدينا الدالة g مستمرة ومنتزعة على $\mathbb{R}$

$$g(0.5) = -0.1 \quad \text{و} \quad g(0.6) = 0.05$$

$$g(0.6) \times g(0.5) < 0 \quad \text{لدينا}$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا α ب/ استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

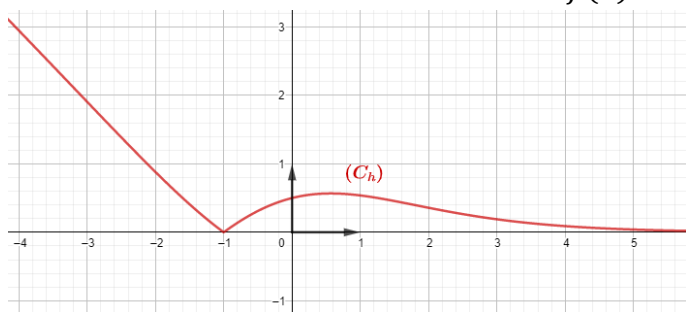
(II)

1 حساب النهايات:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x+1}{e^x + 1} \right] = -\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x+1}{e^x + 1} \right]$$

(C_h) ينطبق على $f(x) \geq 0$ لما (C_f) وينظر (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل (xx') إذا كان $f(x) \leq 0$



x	$-\infty$	-1	α	$+\infty$
$-e^x$	-	-	-	-
$g(x)$	-	-	0	+
$f'(x)$	+	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	0	$f(\alpha)$	0

4 تبين أن المعادلة $f(x) = x$

لتبين أن: $f(x) = x$

يكفي أن نثبت أن: $f(x) - x = 0$

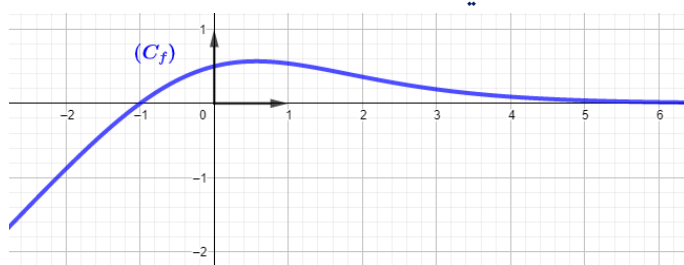
$$\begin{aligned}
 f(x) - x &= \frac{x+1}{e^x+1} - x \\
 &= \frac{x+1 - x(e^x+1)}{e^x+1} \\
 &= \frac{1 - xe^x}{e^x+1} \\
 &= \frac{-e^x(x - e^{-x})}{e^x+1} \\
 &= \frac{-e^x g(x)}{e^x+1} \\
 &= \frac{-e^x(0)}{e^x+1} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

- استنتاج قيمة $f(\alpha)$:

لدينا: $f(x) = x$

ومنه $f(\alpha) = \alpha$

5 التمثيل البياني:



(III)

1 كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

$$\begin{aligned}
 h(x) &= |f(x)| \\
 &= \begin{cases} f(x) & ; y \geq -1 \\ -f(x) & ; y \leq -1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

2 تمثيل (C_h) :



02

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

عندما تنعدم المشتقة الاولى ولا تغير من اشارتها فإنه توجد نقطة انعطاف وعندها تنعدم المشتقة الثانية

$$f''(\ln 3) = 0 \text{ ومنه}$$

4

أ/ تبين أن المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y_1 = x + 2$

مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $-\infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_1] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x - 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3} - x + 2 \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-\frac{4e^x}{e^x + 3} \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

ومنه المستقيم (Δ_1) مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $-\infty$

ب/ تبين أن المستقيم (Δ_2) ذو المعادلة $y_2 = x - 2$

مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_2] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3} - x + 2 \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[4 - \frac{4e^x}{e^x + 3} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{12}{e^x + 3} \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

ومنه المستقيم (Δ_2) مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$

ج/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_1) و (Δ_2) :

- الوضع النسبي بين المنحني (C_f) والمستقيم (Δ_1) :
ندرس إشارة الفرق $[f(x) - y_1]$ لدينا:

$$f(x) - y_1 = \frac{-4e^x}{e^x + 3}$$

لدينا المقام موجب ومنه الإشارة من إشارة $(-4e^x)$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x) - y_1$		-
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)

- الوضع النسبي بين المنحني (C_f) والمستقيم (Δ_2) :
ندرس إشارة الفرق $[f(x) - y_2]$ لدينا:

(I)

1 حساب النهايات:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3} \right] = -\infty$$

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + 2 - \frac{4}{1 + 3e^{-x}} \right] \\ &= +\infty \end{aligned}$$

2 تبين أنه: $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - \frac{4e^x(e^x + 3) - e^x(4e^x)}{(e^x + 3)^2} \\ &= \frac{(e^x + 3)^2 + 12e^x}{(e^x + 3)^2} \\ &= \frac{e^{2x} - 6e^x + 9}{(e^x + 3)^2} \\ &= \frac{e^{2x} - 6e^x + 9}{(e^x + 3)^2} \\ &= \frac{(e^x - 3)^2}{(e^x + 3)^2} \\ &= \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2 \end{aligned}$$

3

أ/ دراسة اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها:

لدينا $f'(x) \geq 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما

ولدينا

$$e^x - 3 = 0 \Rightarrow e^x = 3$$

$$\Rightarrow x = \ln 3$$

ومنه $f'(x)$ تنعدم عند $\ln 3$ ولا تغير اشارتها

ومنه

x	$-\infty$	$\ln 3$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

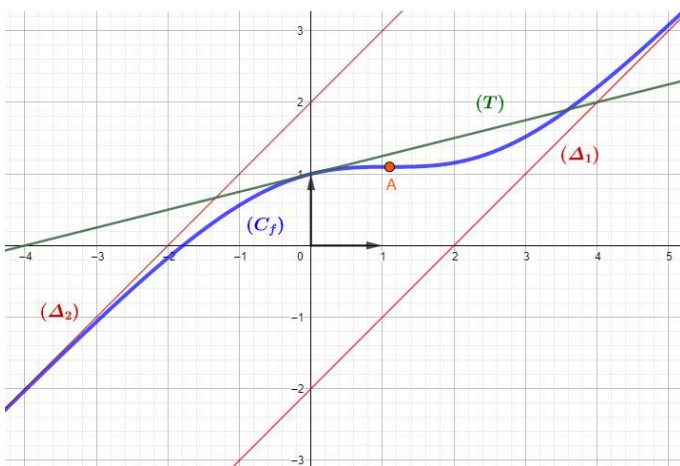
ب/ تعيين $f''(\ln 3)$ دون حساب عبارة $f''(x)$:

α	-2	-1.9	-1.8	-1.7	...	-1
$f(\alpha)$	-0.17	-0.09	-0.09	0.07	...	0.56

8 التمثيل البياني:

خطوات التمثيل على معلم متعامد ومتجانس:

- **نرسم المستقيمات المقاربة المائلة**
- **نعين نقطة مركز تناظر المنحني (C_f)**
- **نرسم المماس (T)**
- **ثم باستعمال جدول التغيرات نرسم (C_f)**



9 المناقشة البيانية:

$$h(x) = f(-|x|)$$

ومنه:

$$h(x) = \begin{cases} f(-x); & x \geq 0 \\ f(-(-x)); & x \leq 0 \end{cases}$$

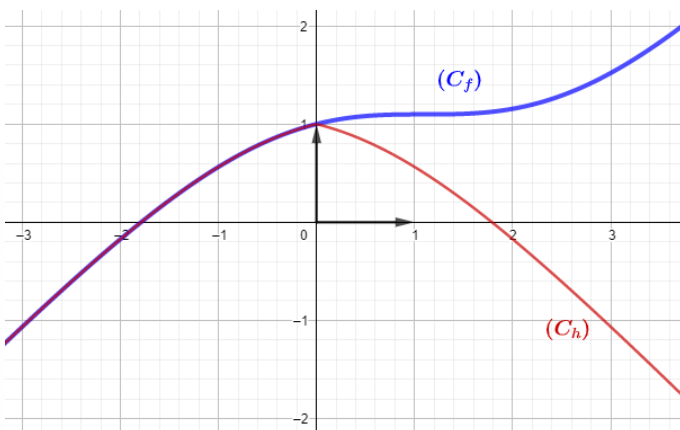
$$= \begin{cases} f(-x); & x \geq 0 \\ f(x); & x \leq 0 \end{cases}$$

لما $x \leq 0$ المنحني (C_h) ينطبق على (C_f) .

لما $x \geq 0$ المنحني (C_h) يناظر المنحني العكسي لـ (C_f)

بالنسبة لمحور الترتيب.

ومنه تمثيل (C_h) كالآتي:



$$f(x) - y_2 = 4 - \frac{4e^x}{e^x + 3} = \frac{12}{e^x + 3} > 0$$

ومنه

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x) - y$	+	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	

5 كتابة معادلة (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

$$(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$= \left(\frac{e^0 - 3}{e^0 + 3} \right)^2 (x) + 0 + 2 - \frac{4e^0}{e^0 + 3}$$

$$= \frac{1}{4}x + 1$$

6 تبين أن النقطة $A(\ln 3; \ln 3)$ مركز تناظر لـ (C_f) :

- نبين أن $(\ln 3 + x) \in D_f$ و $(\ln 3 - x) \in D_f$:

لدينا: $x \in]-\infty; +\infty[$ معناه $x \in D_f$

ومنه $(\ln 3 + x) \in]-\infty; +\infty[$

و $(\ln 3 - x) \in]-\infty; +\infty[$

- نبين أن $f(\ln 3 + x) + f(\ln 3 - x) = 2 \ln 3$

$$f(\ln 3 + x) + f(\ln 3 - x)$$

$$= \left(\ln 3 + x + 2 - \frac{4e^{\ln 3 + x}}{e^{\ln 3 + x} + 3} \right)$$

$$+ \left(\ln 3 - x + 2 - \frac{4e^{\ln 3 - x}}{e^{\ln 3 - x} + 3} \right)$$

$$= 2 \ln 3 + 4 - \left(\frac{4e^{\ln 3 + x}}{e^{\ln 3 + x} + 3} + \frac{4e^{\ln 3 - x}}{e^{\ln 3 - x} + 3} \right)$$

$$= 2 \ln 3 + 4 - \left(\frac{12e^x}{3e^x + 3} + \frac{12e^{-x}}{3e^{-x} + 3} \right)$$

$$= 2 \ln 3 + 4 - \left(\frac{4e^x}{e^x + 1} + \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1} \right)$$

$$= 2 \ln 3 + 4 - \left(\frac{4 + 4e^x + 4 + 4e^{-x}}{1 + e^x + e^{-x} + 1} \right)$$

$$= 2 \ln 3 + 4 - \left(\frac{8}{2} \right)$$

$$= 2 \ln 3$$

7 تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α :

لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة على $\mathbb{R}$

ولدينا $f(-2) = -0.17$ و $f(-1) = 0.56$

ولدينا $f(-1) \times f(-2) < 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$

تقبلا حلا وحيدا α في المجال $] -2; -1[$

- حصر α :

$$\begin{aligned} \Rightarrow (\alpha + 2)(e^\alpha + 3) - 4e^\alpha &= 0 \\ \Rightarrow ae^\alpha + 3a + 2e^\alpha + 6 - 4e^\alpha &= 0 \\ \Rightarrow e^\alpha(a - 2) &= -(3a + 6) \\ \Rightarrow e^\alpha &= \frac{3a + 6}{2 - \alpha} \end{aligned}$$

ولدينا:

$$\begin{aligned} (d): y &= 3f'(\alpha) \left(x - \frac{\alpha + 2}{3} \right) \\ &= 3 \left(\frac{e^\alpha - 3}{e^\alpha + 3} \right)^2 \left(x - \frac{\alpha + 2}{3} \right) \\ &= 3 \left(\frac{\frac{3\alpha + 6}{2 - \alpha} - 3}{\frac{3\alpha + 6}{2 - \alpha} + 3} \right)^2 \left(x - \frac{\alpha + 2}{3} \right) \\ &= 3 \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 \left(x - \frac{\alpha + 2}{3} \right) \\ &= \frac{3\alpha^2}{4} x - \frac{\alpha^2(\alpha + 2)}{4} \end{aligned}$$

ومنه المناقشة كالآتي:

$$\ln|m| \leq 1 \quad \text{لما:}$$

$$|m| \leq e \quad \text{أي:}$$

$$-e \leq m \leq e \quad \text{أي:}$$

$$m \in [-e; e] \quad \text{أي لما:}$$

المعادلة لا تقبل حلول

$$\ln|m| > 1 \quad \text{لما:}$$

$$|m| > e \quad \text{أي:}$$

$$m \in]-\infty; e[\cup]e; +\infty[\quad \text{أي:}$$

المعادلة تقبل حل وحيدا

(II)

1 دراسة تغيرات الدالة g .

نلاحظ أن

$$g(x) = (f \circ k)(x)$$

$$k(x) = 3x - 2 \quad \text{حيث:}$$

$$2 \text{ التحقق من أن } g\left(\frac{\alpha+2}{3}\right) = 0 :$$

$$\begin{aligned} g\left(\frac{\alpha+2}{3}\right) &= f\left[3\left(\frac{\alpha+2}{3}\right) - 2\right] \\ &= f(\alpha) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$- \text{ تبين أن } g'\left(\frac{\alpha+2}{3}\right) = 3f'(\alpha) :$$

$$\text{لدينا: } g'(x) = 3f'(3x - 2) \quad \text{ومنه:}$$

$$\begin{aligned} g'\left(\frac{\alpha+2}{3}\right) &= 3f'\left(3\left(\frac{\alpha+2}{3}\right) - 2\right) \\ &= 3f'(\alpha) \end{aligned}$$

3 استنتاج معادلة المماس (d) لمنحني الدالة g عند

$$\text{النقطة ذات الفاصلة } \frac{\alpha+2}{3} :$$

$$\begin{aligned} (d): y &= g'\left(\frac{\alpha+2}{3}\right) \left(x - \frac{\alpha+2}{3} \right) + g\left(\frac{\alpha+2}{3}\right) \\ &= 3f'(\alpha) \left(x - \frac{\alpha+2}{3} \right) + 0 \\ &= 3f'(\alpha)x - f'(\alpha)(\alpha + 2) \end{aligned}$$

4 التحقق من معادلة المماس (d) :

لدينا:

$$\begin{aligned} f(\alpha) = 0 &\Rightarrow \alpha + 2 - \frac{4e^\alpha}{e^\alpha + 3} = 0 \\ &\Rightarrow \alpha + 2 = \frac{4e^\alpha}{e^\alpha + 3} \end{aligned}$$



03

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\frac{x}{e^x}}{1 + \frac{1}{e^x}} \right] = 0$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x}{e^x} \right] = 0$ (نهاية شهيرة)

التفسير الهندسي: المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي

بجوار $+\infty$ معادلته $y = 0$

ب/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x}{e^x + 1} \right]$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x}{e^x + 1} \right] = -\infty$$

②

أ/ تبين أنه: $f'(x) = -\frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{e^x + 1 - x e^x}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{(1 - x)e^x + 1}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-((x - 1)e^x - 1)}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-g(x)}{(e^x + 1)^2} \end{aligned}$$

ب/ دراسة اتجاه تغير الدالة f :

لدينا $f(0) = 0$ ، ولدينا: $f'(x) = \frac{-g(x)}{(e^x + 1)^2} < 0$ ومنه إشارة المشتقة عكس إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	θ	$f(\alpha)$	0

③ تعيين $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right]$ دون حساب:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right] &= f'(\alpha) \\ &= \frac{-g(\alpha)}{(e^\alpha + 1)^2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

تفسير الهندسي: المنحنى (C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة α مواز لحامل محور الفواصل.

(I)

① من البيان نجد

أ/

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] = -1 \quad | \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] = +\infty$$

ب/

$$g'(0) = 0 \quad | \quad g(0) = -2$$

② إيجاد a ، b و c :

لدينا:

$$\begin{cases} g(0) = -2 \\ g'(0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a(0) + b)e^0 + c = -2 \\ (a(0) + a + b)e^0 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [(ax + b)e^x + c] = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = -2 \\ a + b = 0 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases}$$

③

أ/ تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α :

لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] \times \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] < 0 \quad \text{لدينا}$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا α .

- التحقق من أن $1.2 < \alpha < 1.3$:

$$\text{لدينا: } g(1.2) = -0.3 \quad \text{و} \quad g(1.3) = 0.1$$

$$\text{لدينا: } g(1.3) \times g(1.2) < 0$$

ومنه: $1.2 < \alpha < 1.3$.

ب/ استنتاج إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II)

①

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]$:

4 تبين أن (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يمر من المبدأ:

لدينا معادلة المماس تكتب من الشكل:

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

يوجد مماس يمر من $O(0; 0)$ معناه:

$$f'(a)(0 - a) + f(a) = 0$$

$$\Rightarrow -af'(a)x + f(a) = 0$$

$$\Rightarrow a \frac{(a-1)e^a - 1}{(e^a + 1)^2} + \frac{a}{e^a + 1} = 0$$

$$\Rightarrow a(a-1)e^a - a + a(e^a + 1) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 e^a = 0$$

$$\Rightarrow a = 0$$

ومنه معادلة المماس هي:

$$(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$y = \frac{-g(0)}{(e^0 + 1)^2}x + \frac{0}{e^0 + 1}$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

5 تبين أن $f(\alpha) = \alpha - 1$:

مما سبق لدينا

$$g(\alpha) = 0 \Rightarrow (\alpha - 1)e^\alpha - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha - 1)e^\alpha = 1$$

$$\Rightarrow e^\alpha = \frac{1}{\alpha - 1}$$

ومنه:

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \frac{\alpha}{e^\alpha + 1} \\ &= \frac{\alpha}{\frac{1}{\alpha - 1} + 1} \\ &= \frac{\alpha(\alpha - 1)}{\alpha} \\ &= \alpha - 1 \end{aligned}$$

- حصر $f(\alpha)$:

لدينا:

$$1.2 < \alpha < 1.3$$

$$0.2 < \alpha - 1 < 0.3$$

$$0.2 < f(\alpha) < 0.3$$

6

أ/ تبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب

مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$:

لدينا:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x - xe^x - x}{e^x + 1} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{-xe^x}{e^x + 1} \right]$$

$$= 0$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [xe^x] = 0$ (نهاية شهيرة)

ب/ دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) :

دراسة إشارة الفرق: $[f(x) - y]$:

$$f(x) - y = \frac{x}{e^x + 1} - x$$

$$= \frac{x - xe^x - x}{e^x + 1}$$

$$= \frac{-xe^x}{e^x + 1}$$

لدينا $e^x > 0$ و $(e^x + 1) > 0$

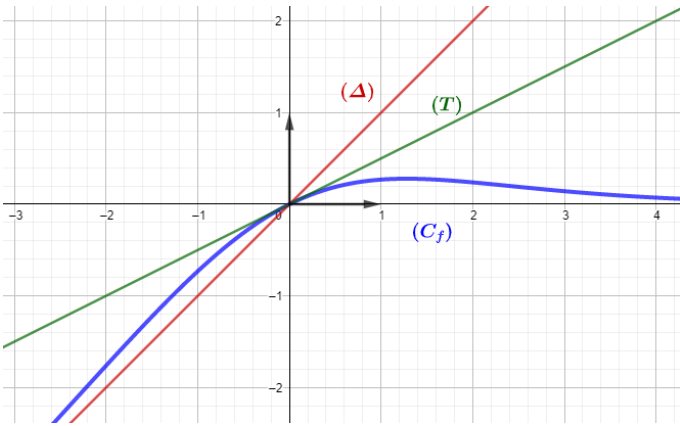
ومنه الإشارة من إشارة $(-x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-

الوضعية:

- (C_f) فوق (Δ) في المجال: $] - \infty; 0[$
- (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الفاصلة 0
- (C_f) تحت (Δ) في المجال: $]0; +\infty[$

7 التمثيل البياني:



8 المناقشة البيانية:

لما $m < 0$	المعادلة تقبل حل وحيد سالب
لما $m = 0$	المعادلة تقبل حل وحيد معدوم
لما $0 < m < \alpha$	المعادلة تقبل حلين موجبين
لما $m = \alpha$	المعادلة تقبل حل مضاعف موجب
لما $m > \alpha$	المعادلة لا تقبل حلولاً



04

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

$$\begin{aligned}
&= -x - 1 + \frac{4}{e^{-x} + 1} + x - 1 + \frac{4}{e^x + 1} \\
&= -2 + \frac{4}{e^{-x} + 1} + \frac{4}{e^x + 1} \\
&= \frac{-2(e^{-x} + 1)(e^x + 1) + 4(e^x + 1) + 4(e^{-x} + 1)}{(e^{-x} + 1)(e^x + 1)} \\
&= \frac{2[2(e^x + 1) + 2(e^{-x} + 1) - (e^{-x} + 1)(e^x + 1)]}{(e^{-x} + 1)(e^x + 1)} \\
&= \frac{2[2(e^x + e^{-x} + 2) - (e^x + e^{-x} + 2)]}{(e^{-x} + 1)(e^x + 1)} \\
&= \frac{2[2(e^x + e^{-x} + 2) - (e^x + e^{-x} + 2)]}{(e^{-x} + 1)(e^x + 1)} \\
&= \frac{2[e^x + e^{-x} + 2]}{(e^{-x} + 1)(e^x + 1)} \\
&= \frac{2[e^x + e^{-x} + 2]}{e^x + e^{-x} + 2} \\
&= 2
\end{aligned}$$

ومنه النقطة $A(0; 1)$ مركز تناظر المنحني (C_f) .

3

/أ تبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$

$$\begin{aligned}
&\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] \\
&= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 1 + \frac{4}{e^x + 1} - x + 1 \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4}{e^x + 1} \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\frac{4}{e^x}}{\frac{1}{e^x} + 1} \right] = 0
\end{aligned}$$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته: $y = x - 1$./ب حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x - 1 + \frac{4}{e^x + 1} - x \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-1 + \frac{4}{e^x + 1} \right] \\
&= 3
\end{aligned}$$

الاستنتاج:

لدينا:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] - 3 = 0$$

$$f(2(0) - x) + f(x)$$

(I)

1

/أ تبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= 1 - \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} \\
&= \frac{e^{2x} + 1 + 2e^x - 4e^x}{(e^x + 1)^2} \\
&= \frac{e^{2x} + 1 - 2e^x}{(e^x + 1)^2} \\
&= \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2} \\
&= \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2
\end{aligned}$$

/ب دراسة إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$:لدينا $f'(x) > 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما.لدينا $f'(0) = 0$ أي المشتقة تنعدم ولا تغير اشارتهاومنه نستنتج أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف./ج جدول تغيرات الدالة f :

- حساب النهايات:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = -\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 1 + \frac{4e^{-x}}{1 + e^{-x}} \right] = +\infty$$

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	$+\infty$

2 برهان أن النقطة $A(0; 1)$ مركز تناظر لـ (C_f) :- نثبت أن: $(2(0) - x) \in D_f$ لدينا $x \in \mathbb{R}$ ومنه $(-x) \in \mathbb{R}$ - نثبت أن: $f(2(0) - x) + f(x) = 2(1)$

لدينا:

$$= f(\alpha) \\ = 0 \\ - \text{تبين أن: } g' \left(\frac{\alpha-1}{4} \right) = 4f'(\alpha)$$

لدينا: $g'(x) = 4f'(4x+1)$ ومنه:

$$g' \left(\frac{\alpha-1}{4} \right) = 4f' \left(4 \frac{\alpha-1}{4} + 1 \right) \\ = 4f'(\alpha)$$

③ استنتاج معادلة المماس (T) لمنحني الدالة g في

النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha-1}{4}$:

$$(T): y = g' \left(\frac{\alpha-1}{4} \right) \left(x - \frac{\alpha-1}{4} \right) + g \left(\frac{\alpha-1}{4} \right) \\ = 4f'(\alpha) \left(x - \frac{\alpha-1}{4} \right) + 0 \\ = 4f'(\alpha)x - f'(\alpha)(\alpha-1)$$

④ التحقق من أن معادلة المماس (T) تعطى بـ: $y =$

$$: (\alpha+1)^2 x - \frac{(\alpha+1)(\alpha^2-1)}{4}$$

لدينا:

$$f(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha - 1 + \frac{4}{e^\alpha + 1} = 0 \\ \Rightarrow \frac{4}{e^\alpha + 1} = 1 - \alpha \\ \Rightarrow e^\alpha = \frac{3 + \alpha}{1 - \alpha}$$

ومنه:

$$(T): y = 4 \left(\frac{\frac{3+\alpha}{1-\alpha} - 1}{\frac{3+\alpha}{1-\alpha} + 1} \right)^2 \left(x - \frac{\alpha-1}{4} \right) \\ = 4 \left(\frac{\alpha+1}{2} \right)^2 \left(x - \frac{\alpha-1}{4} \right) \\ = (\alpha+1)^2 x - \frac{(\alpha+1)^2(\alpha-1)}{4} \\ = (\alpha+1)^2 x - \frac{(\alpha+1)(\alpha+1)(\alpha-1)}{4} \\ = (\alpha+1)^2 x - \frac{(\alpha+1)(\alpha^2-1)}{4}$$

(III)

① تبين أن الدالة k زوجية:

لدينا $\mathbb{R} \in (-x)$

ولدينا:

$$k(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

ومنه الدالة k زوجية.

②

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x - 3] = 0 \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+3)] = 0$$

ومن المستقيم ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب مائل بجوار $-\infty$

④ تبين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في

نقطة وحيدة فاصلتها α :

لدينا الدالة f مستمرة ورتبية على $\mathbb{R}$

$$\text{ولدينا: } f(-2.76) = 0.001$$

$$\text{و } f(-2.77) = -0.3$$

$$\text{ولدينا: } f(-2.77) \times f(-2.76) < 0$$

ومن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا α .

⑤ التمثيل البياني:

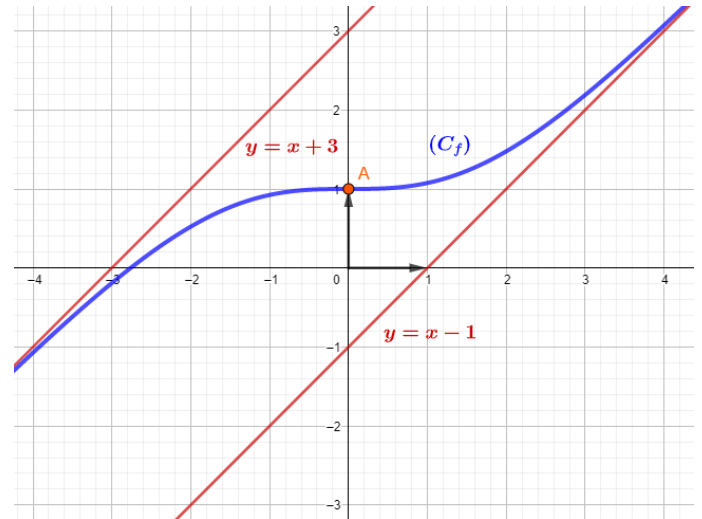
خطوات التمثيل على معلم متعامد ومتجانس:

• نرسم المستقيمات المقاربة المائلة: $(y = x - 1)$ و

$$(y = x + 3).$$

• نعين نقطة A مركز تناظر المنحني (C_f)

• ثم باستعمال جدول التغيرات نرسم (C_f)



(II)

① اتجاه تغير الدالة g:

نلاحظ أن $g(x) = (f \circ \varphi)(x)$ حيث: $\varphi(x) = 4x + 1$

لدينا الدالة φ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

والدالة f متزايدة تماما أيضا على $\mathbb{R}$ (لهما نفس اتجاه التغير)

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

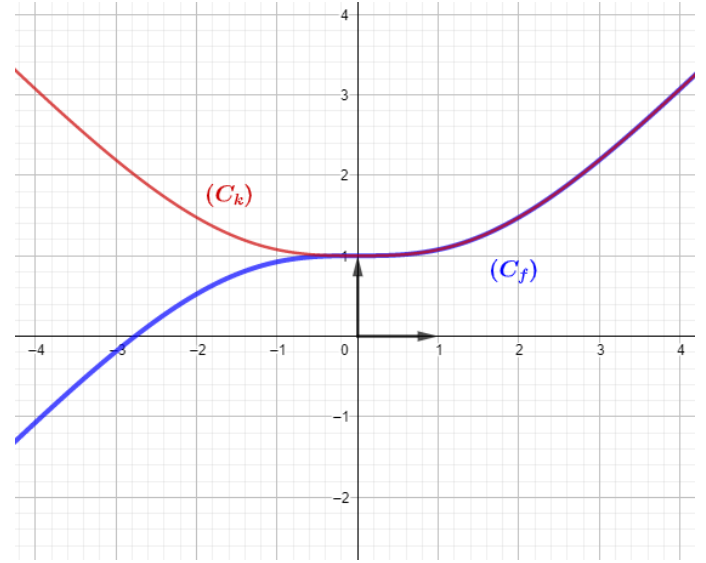
$$\text{② التحقق من أن: } g \left(\frac{\alpha-1}{4} \right) = 0$$

أ/ تبين كيفية تمثيل (C_k) انطلاقاً من (C_f) :

لما $x \geq 0$: (C_k) ينطبق على (C_f)

ولما $x \leq 0$: (C_k) يناظر (C_f) بالنسبة لحامل محور الترتيب

③ التمثيل البياني لـ (C_k) :



(IV)

① التحقق من أنه كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) + 1$:

$$\begin{aligned} f(x) + 1 &= x - 1 + \frac{4}{e^x + 1} + 1 \\ &= x + \frac{4}{e^x + 1} = h(x) \end{aligned}$$

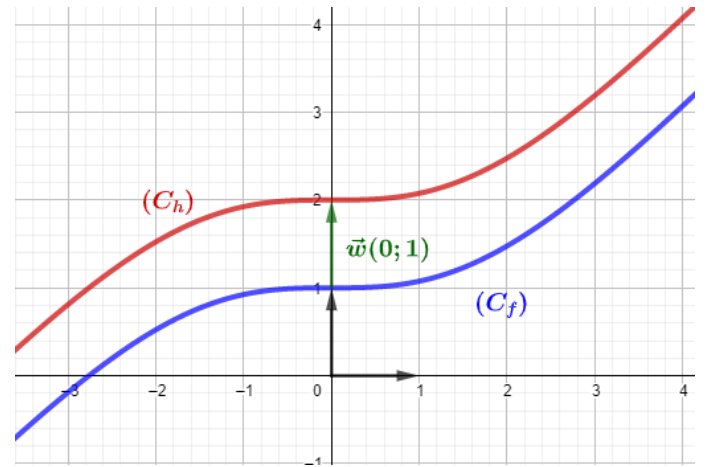
②

أ/ استنتاج أن (C_h) هو صورة (C_f) :

لدينا: $h(x) = f(x) + 1$

ومنه (C_h) هو صورة (C_f) بواسطة انسحاب $\vec{w}(0; 1)$

ب/ التمثيل البياني لـ (C_h) :





05

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x + 1)) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1 - xe^{-x} - 2x - 1) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (-xe^{-x}) = 0 \end{aligned}$$

- تفسير النتيجة هندسيا:

(C_f) يقبل المستقيم ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل له بجوار $+\infty$

ج/ دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ):

$$\begin{aligned} f(x) - y_{(\Delta)} = 0 &\Rightarrow -xe^{-x} = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

لأن: $e^{-x} > 0$

ومنه:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$	+	0	-

- الوضعية:

- (C_f) فوق (Δ) لما $x \in]-\infty; 0[$
- (C_f) فوق (Δ) لما $x = 0$ أي في النقطة ذات الاحداثيات $(0; 1)$.
- (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]0; +\infty[$

② تبين أنه $f'(x) = g(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 - e^{-x} + xe^{-x} \\ &= 2 + (x - 1)e^{-x} \\ &= g(x) \end{aligned}$$

- استنتاج اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها:لدينا: $f'(x) = g(x)$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

وعليه:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

③ كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات

الفاصلة 1:

$$\begin{aligned} y_{(T)} &= f'(1)(x - 1) + f(1) \\ &= 2(x - 1) + 3 - e^{-1} \\ &= 2x + 1 - e^{-1} \end{aligned}$$

(I)

① حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$$

$$\text{لأن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} ((x - 1)e^{-x}) = 0$$

② دراسة اتجاه تغير الدالة g :

$$\begin{aligned} g'(x) &= e^{-x} - e^{-x}(x - 1) \\ &= e^{-x} - xe^{-x} + e^{-x} \\ &= (2 - x)e^{-x} \end{aligned}$$

لدينا: $e^{-x} > 0$ ومنه الإشارة من $(2 - x)$

$$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$$

- تشكيل جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$2 + e^{-2}$	2

③ تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α :لدينا الدالة g مستمرة ومنتزعة على المجال

$$]-0.38; -0.37[$$

ولدينا: $g(-0.37) \times g(-0.38) < 0$ لأن $g(-0.37) = 0.02$ و $g(-0.38) = -0.02$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0.38 < \alpha < -0.37$ ④ استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II)

①

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{t \rightarrow -\infty} (-2t + 1 + te^t) = +\infty$$

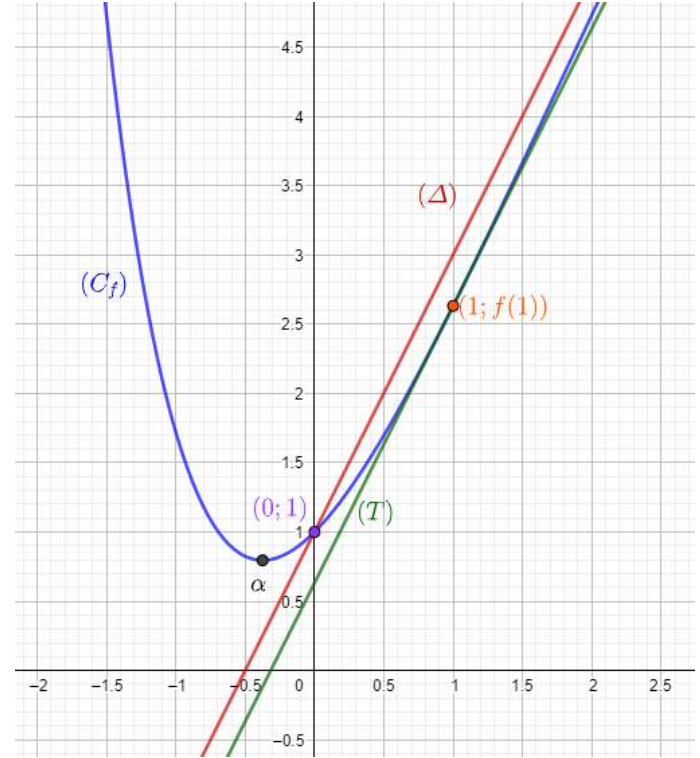
$$\text{لأن: } \lim_{t \rightarrow -\infty} (te^t) = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x \left(2 + \frac{1}{x} - e^{-x} \right) \right) = +\infty$$

ب/ حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x + 1))$:

4 التمثيل البياني:

- نعين النقطة $(0; 1)$ نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ)
- نرسم المستقيم المقارب المائل (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ باستعمال جدول القيم المساعدة.
- نعين النقطة $(1; f(1))$ نقطة تقاطع (C_f) مع المماس (T)
- نرسم المماس (T) ذو المعادلة $2x + 1 - e^{-1}$ باستعمال جدول القيم المساعدة.
- باستعمال جدول التغيرات نكمل رسم (C_f) .



5 المناقشة البيانية:

$$\begin{aligned}
 x &= (1 - m)e^x \Rightarrow xe^{-x} = 1 - m \\
 \Rightarrow -xe^{-x} &= m - 1 \\
 \Rightarrow -xe^{-x} + 2x + 1 &= m - 1 + 2x + 1 \\
 \Rightarrow -xe^{-x} + 2x + 1 &= m + 2x \\
 \Rightarrow f(x) &= 2x - m
 \end{aligned}$$

ومنه المناقشة وسيطية مائلة موازية لـ (T) و (Δ) .

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع حامل محاور

الفواصل مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m = 2x - m$ وهي:

$$\bullet \text{ لما } -m < 1 - e^{-1} \text{ أي لما } m > e^{-1} - 1$$

المعادلة لا تقبل حلول

$$\bullet \text{ لما } -m = 1 - e^{-1} \text{ أي لما } m = e^{-1} - 1$$

المعادلة تقبل جذر مضاعف

$$\bullet \text{ لما } -1 < m < e^{-1} - 1 \text{ أي لما } 1 - e^{-1} < -m < 1$$

المعادلة تقبل حلين موجبين تماما

$$\bullet \text{ لما } -m = 1 \text{ أي لما } m = -1$$

المعادلة تقبل حل مضاعف

$$\bullet \text{ لما } -m > 1 \text{ أي لما } m < -1$$

المعادلة تقبل حل وحيد سالب تماما



06

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2x}{e^{x-1}} \right] = 0 \text{ لأن:}$$

- جدول تغيرات $f(x)$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	2	$-\infty$

4

أ/ تبين أن (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$:

لدينا:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [2x + 1 - xe^{x-1} - 2x - 1] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [-xe^{x-1}] \\ &= 0 \end{aligned}$$

ومنه (Δ) مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$ ب/ دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) :ندرس إشارة الفرق: $f(x) - y$:

$$f(x) - y = -xe^{x-1}$$

لدينا $e^{x-1} > 0$ ومنه الإشارة من $(-x)$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-

- الوضعية:

- (C_f) فوق (Δ) لما: $x < 0$.
- (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الإحداثيات: $(0; 1)$.
- (C_f) تحت (Δ) لما: $x > 0$.

5

أ/ تبين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) :المستقيم (T) يوازي المستقيم (Δ) معناه:

$$\begin{aligned} f'(a) = 2 &\Rightarrow 2 - (1 + a)e^{a-1} = 2 \\ &\Rightarrow -(1 + a)e^{a-1} = 0 \\ &\Rightarrow -(1 + a) = 0 \\ &\Rightarrow a = -1 \end{aligned}$$

1 دراسة تغيرات الدالة f' :

لدينا:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 - e^{x-1} - xe^{x-1} \\ &= 2 - (1 + x)e^{x-1} \end{aligned}$$

ومنه ندرس تغيرات الدالة f' :

- النهايات:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f'(x)] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [f'(x)] \\ &= 2 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f'(x)] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [f'(x)] \\ &= -\infty \end{aligned}$$

- حساب $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -e^{x-1} - (1 + x)e^{x-1} \\ &= -(2 + x)e^{x-1} \end{aligned}$$

لدينا $e^{x-1} > 0$ ومنه الإشارة من $-(2 + x)$:

$$-(2 + x) = 0 \Rightarrow x = -2$$

ومنه:

- جدول تغيرات $f'(x)$:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-
$f'(x)$	2	$f'(-2)$	$-\infty$

2 حساب $f'(1)$:

$$f'(1) = 2 - (1 + 1) = 0$$

- إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

3 دراسة تغيرات الدالة f :

- النهايات:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] &= -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [xe^{x-1}] &= 0 \text{ لأن:} \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[e^{x-1} \left(\frac{2x}{e^{x-1}} + \frac{1}{e^{x-1}} - x \right) \right] \\ &= -\infty \end{aligned}$$

ومنه:

$$\begin{aligned}(T): y &= f'(-1)(x - (-1)) + f(-1) \\ &= 2x + 2 + 2(-1) + 1 - (-1)e^{-1-1} \\ &= 2x + 1 + e^{-2}\end{aligned}$$

إذن معادلة المماس (T) هي :

$$y = 2x + 1 + e^{-2}$$

ب/ تبين أن (C_f) يقطع حامل محاور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β :

لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة على مجال تعريفها

$$\text{ولدينا: } f(1.9) \times f(2) < 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة ، المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.9; 2[$

$$\text{ولدينا: } f(-0.6) \times f(-0.5) < 0$$

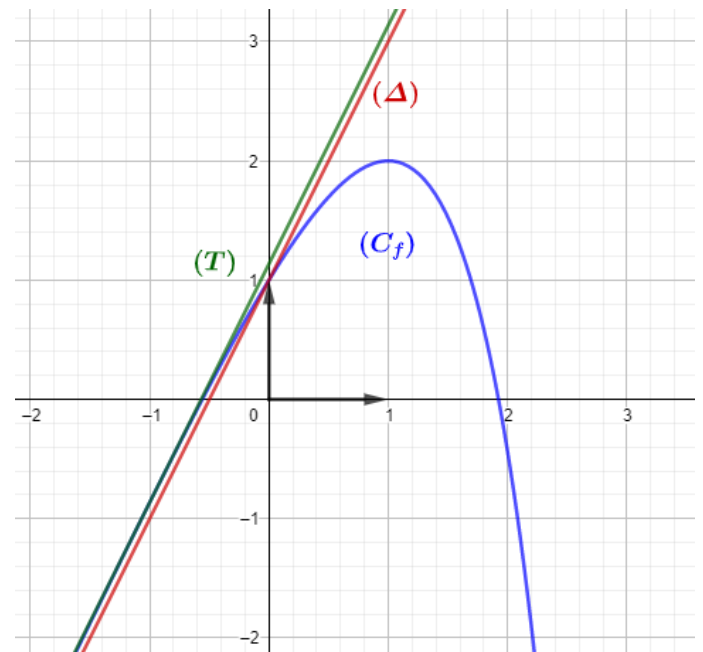
ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة ، المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا β في المجال $] - 0.6; -0.5[$

6 التمثيل البياني:

خطوات التمثيل على معلم متعامد ومتجانس:

- نعين α و β نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محاور الفواصل.
- نرسم المستقيم المقارب المائل : $(y = 2x + 1)$.
- نرسم المماس (T).
- ثم باستعمال جدول التغيرات نرسم (C_f)



7 المناقشة البيانية:

لدينا: من المعادلة (E) : $m \in \mathbb{R}_+^*$

حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة:

$$y = 2x + \ln m$$

ومنه:

لما $\ln m < 1$ أي $m < e$ أي لما $m \in]0; e[$

المعادلة تقبل حل وحيد موجب تماما

• لما $\ln m = 1$ أي $m = e$

المعادلة تقبل حل وحيد معدوم

• لما $1 < \ln m < 1 + e^{-2}$ أي $e < m < e^{1+e^{-2}}$

أي لما $m \in]e; e^{1+e^{-2}}[$

المعادلة تقبل حلين سالبين تماما

• لما $\ln m = 1 + e^{-2}$ أي لما $m = e^{1+e^{-2}}$

المعادلة تقبل حل مضاعف

• لما $\ln m > 1 + e^{-2}$ أي $m > e^{1+e^{-2}}$

أي لما $m \in]e^{1+e^{-2}}; +\infty[$

المعادلة لا تقبل حلول



07

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [xe^x] = 0 \text{ لأن}$$

ب/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) :دراسة إشارة الفرق $(f(x) - y)$:

$$\begin{aligned} f(x) - y &= xe^x(e^x - 2) \\ &\Rightarrow \begin{cases} xe^x = 0 \\ e^x - 2 = 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ e^x = 2 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \ln 2 \end{cases} \end{aligned}$$

ومنه:

x	$-\infty$	0	$\ln 2$	$+\infty$
xe^x	-	0	+	+
$e^x - 2$	-	-	0	+
$f(x) - y$	+	0	-	+

الوضعية:

- (C_f) فوق (Δ) لما: $x \in]-\infty; 0[\cup]\ln 2; +\infty[$
- (C_f) يقطع (Δ) في النقطتين $A(0; 0)$ و $B(\ln 2; \ln 2)$
- (C_f) تحت (Δ) لما: $x \in]0; \ln 2[$

3

أ/ تبين أنه: $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (e^x - 1)^2 + 2xe^x(e^x - 1) \\ &= (e^x - 1)(e^x - 1 + 2xe^x) \\ &= (e^x - 1)(e^x(2x + 1) - 1) \\ &= (e^x - 1)g(x) \end{aligned}$$

ب/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f :إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ في إشارة $(e^x - 1)$

$$\begin{aligned} e^x - 1 = 0 &\Rightarrow e^x = 1 \\ &\Rightarrow x = \ln 1 \\ &\Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+
$e^x - 1$	-	0	+
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

(I)

1 دراسة تغيرات الدالة g' :

النهايات:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] &= -1 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] &= +\infty \end{aligned}$$

التفسير الهندسي للنهايات:

منحنى الدالة g يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $-\infty$ حساب $g'(x)$:

$$\begin{aligned} g'(x) &= 2e^x + (2x + 1)e^x \\ &= (2x + 3)e^x \end{aligned}$$

لدينا $e^x > 0$ ومنه إشارة $g'(x)$ من إشارة $(2x + 3)$:

$$2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

جدول تغيرات $g(x)$:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	-1	$\searrow f(-\frac{3}{2})$	$\nearrow +\infty$

2 حساب $g(0)$:

$$g(0) = (2(0) + 1)e^0 - 1 = 0$$

استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II)

1 حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] &= -\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] &= +\infty \end{aligned}$$

2

أ/ تبين أن (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [x(e^x - 1)^2 - x] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [xe^{2x} + x - 2xe^x - x] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [xe^x(e^x - 2)] \\ &= 0 \end{aligned}$$

4 كتابة معادلة ديكارتية للمماس (T) عند المبدأ:

لدينا معادلة المماس تكتب من الشكل:

$$(T): y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

المماس يمر من المبدأ معناه:

$$\begin{aligned} f'(a)(0 - a) + f(a) &= 0 \\ \Rightarrow -a(e^a - 1)g(a) + a(e^a - 1) &= 0 \\ \Rightarrow a(e^a - 1)[-g(a) + (e^a - 1)] &= 0 \\ \Rightarrow a(e^a - 1)[-(2a + 1)e^a + 1 + e^a - 1] &= 0 \\ \Rightarrow a(e^a - 1)[-2ae^a - e^a + 1 + e^a - 1] &= 0 \\ \Rightarrow -2a^2(e^a - 1)e^a &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} -2a^2 = 0 \\ e^a - 1 = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ e^a = 1 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \ln 1 \end{cases} \\ \Rightarrow a = 0 \end{aligned}$$

ومنه:

$$(T): y = f'(0)x + f(0)$$

$$y = 0x + 0$$

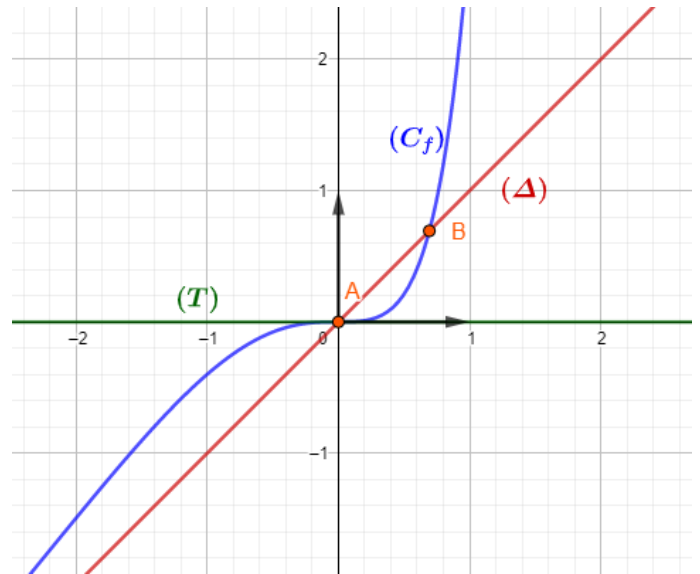
$$y = 0$$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y = 0$ مماس للمنحني (C_f) .

5 التمثيل البياني:

خطوات التمثيل على معلم متعامد ومتجانس:

- نرسم المستقيم المقارب المائل (Δ) : $(y = x)$.
- نعين A و B نقط تقاطع المنحني (C_f) مع (Δ) .
- نرسم المماس (T) .
- ثم باستعمال جدول التغيرات نرسم (C_f) .



6 المناقشة البيانية:

حلل المعادلة $f(x) = mx$ هل فواصل نقط تقاطع (C_f)

مع المستقيمات ذات المعادلة: $y_m = mx$

لما $m = 0$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا هو $x = 0$

لما $0 < m < 1$ المعادلة تقبل ثلاث حلول

لما $m \geq 0$ المعادلة تقبل حلان: حل موجب تماما

وحل معدوم

لما $m < 0$ المعادلة تقبل حلا معدوما

$$= -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$$

دراسة إشارة $f'(x)$:

لدينا $0 \leq -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ولدينا: $f'(0) = 0$ ومنه:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-

ب/ الاستنتاج:

المشتقة الأولى انعدمت ولم تغير اشارتها إذن المنحني (C_f)

يقبل نقطة انعطاف احداثياتها $O(0; 0)$

ج/ جدول تغيرات الدالة f :

لدينا: $f(0) = 0$ ومنه:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-
$f(x)$	$+\infty$	0	$-\infty$

4

أ/ تبين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-\frac{1}{2}x + 1)] = 0$:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1} + \frac{1}{2}x - 1 \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{2}{e^x + 1} \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

- التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته:

$$y = -\frac{1}{2}x + 1$$

ب/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + \frac{1}{2}x + 1]$:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) + \frac{1}{2}x + 1 \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1} + \frac{1}{2}x + 1 \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[2 - \frac{2}{e^x + 1} \right] \\ &= 2 - 2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

1

أ/ تبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $\frac{1}{e^{-x}+1} = 1 - \frac{1}{e^x+1}$:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{e^x + 1} &= \frac{e^x + 1 - 1}{e^x + 1} \\ &= \frac{e^x}{e^x + 1} \times \frac{e^{-x}}{e^{-x}} \\ &= \frac{1}{1 + e^{-x}} \end{aligned}$$

ب/ استنتاج أن الدالة f فردية:

$$\begin{aligned} f(-x) &= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^{-x} + 1} \\ &= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{e^{-x} + 1} - \frac{1}{e^{-x} + 1} \\ &= 1 + \frac{1}{2}x - 1 + \frac{1}{e^x + 1} - 1 \\ &\quad + \frac{1}{e^x + 1} \\ &= -1 + \frac{1}{2}x + \frac{2}{e^x + 1} \\ &= -\left(1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1} \right) \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

إذن الدالة f فردية

2 حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] &= -\infty \end{aligned}$$

3

أ/ تبين أنه: $f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\frac{1}{2} + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-(e^x + 1)^2 + 4e^x}{2(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-e^{2x} - 1 - 2e^x + 4e^x}{2(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-e^{2x} - 1 + 2e^x}{2(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-(e^{2x} + 1 - 2e^x)}{2(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-(e^x - 1)^2}{2(e^x + 1)^2} \end{aligned}$$

- التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$ معادلته:

$$y = -\frac{1}{2}x - 1$$

ج/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (d) :

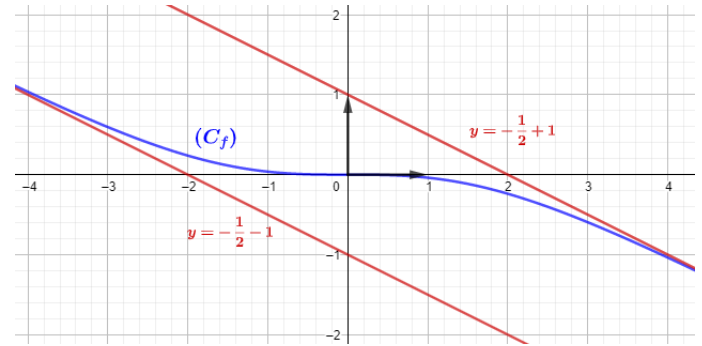
ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$

$$\begin{aligned} f(x) - y &= 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1} + \frac{1}{2}x - 1 \\ &= \frac{-2}{e^x + 1} \end{aligned}$$

لدينا: $(e^x + 1) > 0$ ومنه :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x) - y$		-
الوضعية	(C_f) تحت (d)	

⑤ التمثيل البياني:





09

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

ومنه:

x	$-\infty$	$\ln 4 + 2$	$+\infty$
$-\frac{1}{2}e^{x-2}$	-		-
$e^{x-2} - 4$	-	0	+
$f(x) - y$	+	0	-

- الوضعية:

- (C_f) فوق (Δ) لما: $x \in]-\infty; 2 + \ln 4[$
- (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الفاصلة $2 + \ln 4$
- (C_f) تحت (Δ) لما: $x \in]2 + \ln 4; +\infty[$

3

أ/ تبين أنه: $f'(x) = -(e^{x-2} - 1)^2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -1 - \frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4) - \frac{1}{2}e^{2(x-2)} \\ &= -\left(1 + \frac{1}{2}e^{2(x-2)} - 2e^{x-2} + \frac{1}{2}e^{2(x-2)}\right) \\ &= -(1 + e^{2(x-2)} - 2e^{x-2}) \\ &= -(e^{x-2} - 1)^2 \end{aligned}$$

ب/ جدول تغيرات الدالة f :لدينا $f'(x) \leq 0$

ولدينا:

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Rightarrow -(e^{x-2} - 1)^2 = 0 \\ &\Rightarrow (e^{x-2} - 1)^2 = 0 \\ &\Rightarrow e^{x-2} - 1 = 0 \\ &\Rightarrow e^{x-2} = 1 \\ &\Rightarrow x - 2 = 0 \\ &\Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-
$f(x)$	$+\infty$		$-\infty$

4 حساب $f''(x)$:

$$f''(x) = -2e^{x-2}(e^{x-2} - 1)$$

دراسة $f''(x)$:

$$-2e^{x-2} < 0 \text{ لدينا}$$

ولدينا:

$$e^{x-2} - 1 = 0 \Rightarrow x = 2$$

ومنه:

1 تبين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = -\infty$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = +\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} [x - 2] = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [e^x] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-x + \frac{5}{2}\right] = +\infty \end{cases}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = -\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-x + \frac{5}{2}\right] = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - 2] = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{1}{2}e^{x-2}\right] = -\infty \end{cases}$$

2

أ/ تبين أن (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4) + x - \frac{5}{2}\right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4)\right] = 0$$

ومنه المستقيم (Δ) مقارب مائل بجوار $-\infty$.ب/ حل المعادلة: $e^{x-2} - 4 = 0$

$$e^{x-2} - 4 = 0 \Rightarrow e^{x-2} = 4$$

$$\Rightarrow x - 2 = \ln 4$$

$$\Rightarrow x = \ln 4 + 2$$

- تبين أن (C_f) يقع فوق (Δ) على المجال

$$]-\infty; 2 + \ln 4[\text{ وتحت على المجال }]2 + \ln 4;$$

$$+\infty[$$

دراسة إشارة الفرق $(f(x) - y)$:

$$f(x) - y = -x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4) + x - \frac{5}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4)$$

$$\text{لدينا } -\frac{1}{2}e^{x-2} < 0 \text{ ولدينا:}$$

$$e^{x-2} - 4 = 0 \Rightarrow x = \ln 4 + 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$-2e^{x-2}$	-	0	-
$e^{x-2} - 1$	-	0	+
$f''(x)$	+	0	-

المشتقة الثانية انعدمت وغيّرت إشارتها معناه أن المنحنى

(C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 2

⑤ اثبات أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$$2 + \ln 3 < \alpha < 2 + \ln 4$$

لدينا الدالة f رتيبة ومستمرة على مجال تعريفها

$$\text{ولدينا: } f(2 + \ln 4) = -0.83$$

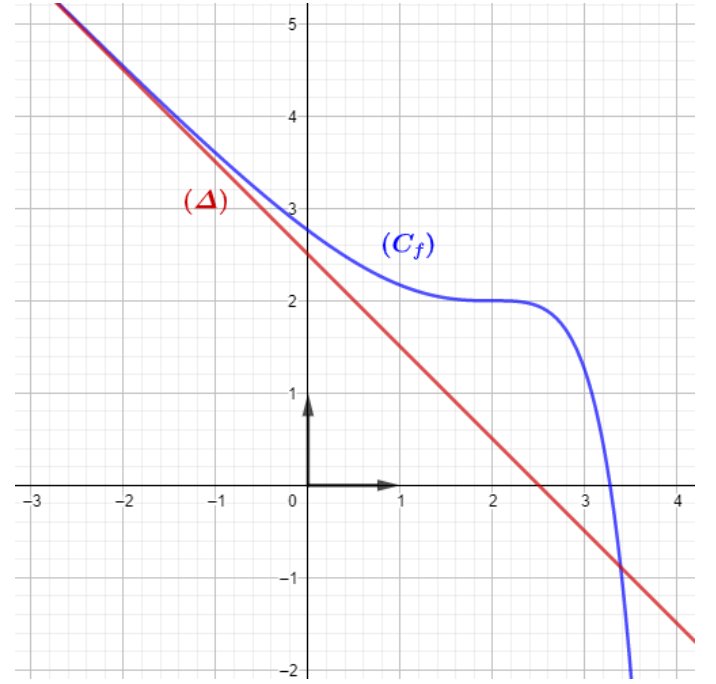
$$\text{و } f(2 + \ln 3) = 0.93$$

$$\text{ولدينا: } f(2 + \ln 4) \times f(2 + \ln 3) < 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة، المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2 + \ln 3 ; 2 + \ln 4[$

⑥ التمثيل البياني:



ب/ تبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{e^{-x}-x}{e^{-x}+1}$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1 - xe^x}{e^x + 1} \\ &= \frac{e^x \left(\frac{1}{e^x} - x \right)}{e^x \left(1 + \frac{1}{e^x} \right)} \\ &= \frac{\frac{1}{e^x} - x}{\frac{1}{e^x} + 1} \\ &= \frac{e^{-x} - x}{e^{-x} + 1} \end{aligned}$$

- حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{e^{-x} - x}{e^{-x} + 1} \right] = -\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{e^x} \right] = 0$

② التحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{-g(x)e^x}{(e^x+1)^2}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(-e^x - xe^x)(e^x + 1) - e^x(1 - xe^x)}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-e^x(1 + x)(e^x + 1) - e^x(1 - xe^x)}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{e^x[-(1 + x)(e^x + 1) - (1 - xe^x)]}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{e^x[-e^x - 1 - xe^x - x - 1 + xe^x]}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-e^x[e^x + x + 2]}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-g(x)e^x}{(e^x + 1)^2} \end{aligned}$$

③ دراسة تغيرات الدالة f :

لدينا $e^x > 0$ و $(e^x + 1)^2 > 0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$

- جدول تغيرات $f(x)$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	1	$f(\alpha)$	$-\infty$

④

(I)

① دراسة تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$:

- النهايات:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[e^x \left(1 + \frac{x}{e^x} + \frac{2}{e^x} \right) \right] = +\infty$

- حساب $g'(x)$:

$$g'(x) = e^x + 1$$

لدينا: $g'(x) > 0$

ومنه:

- جدول تغيرات $g'(x)$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

②

أ/ تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α :

لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على $\mathbb{R}$

ولدينا $g(-2.2) = -0.08$

و $g(-2.1) = 0.02$

ومنه: $g(-2.2) \times g(-2.1) < 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا α حيث $-2.2 < \alpha < -2.1$

ب/ استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II)

①

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)]$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = \frac{1}{1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [xe^x] = 0 \text{ لأن:}$$

- التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 1$ بجوار $-\infty$.

$$-1.2 < \alpha + 1 < -1.1$$

$$1.1 < -(\alpha + 1) < 1.2$$

اذن:

$$1.1 < f(\alpha) < 1.2$$

ب/ تبين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في

نقطة وحيدة فاصلتها β حيث: $0.5 < \beta < 0.6$

لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة على $\mathbb{R}$

$$f(0.6) = -0.03 \quad \text{ولدينا}$$

$$f(0.5) = 0.06 \quad \text{و}$$

$$f(0.4) \times f(0.6) < 0 \quad \text{ومنه:}$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$

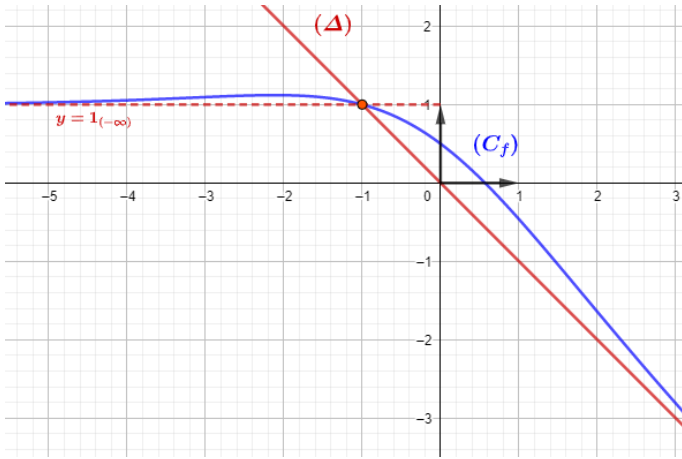
تقبلا حلا وحيدا β في المجال $]0.5; 0.6[$

ومنه (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة β .

7 التمثيل البياني:

خطوات التمثيل على معلم متعامد و (C_f) متجانس:

- نرسم المستقيم المقارب: $(y = -1)$
- نرسم المستقيم المقارب المائل $(\Delta): (y = -x)$
- نعين نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع المقارب (Δ)
- ثم باستعمال جدول التغيرات نرسم (C_f)



8 المناقشة البيانية:

لدينا:

$$\ln m + (x + \ln x)e^x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \ln m + xe^x + e^x \ln m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \ln m (1 + e^x) = 1 - xe^x$$

$$\Rightarrow \ln m = \frac{1 - xe^x}{1 + e^x}$$

$$\Rightarrow f(x) = \ln m$$

ومنه مجموعة الحلول هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f)

مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m = \ln m$

5

أ/ تبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مقارب

مائل لـ (C_f) :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1 - xe^x}{e^x + 1} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1 - xe^x + xe^x + x}{e^x + 1} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1 + x}{e^x + 1} \right]$$

$$= 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x}{e^x} \right] = 0 \quad \text{لأن:}$$

ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل لـ

(C_f)

ب/ ادرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f) :

- دراسة إشارة الفرق $(f(x) - y)$

$$f(x) - y = \frac{1 + x}{e^x + 1}$$

لدينا: $(e^x + 1) > 0$ ومنه إشارة الفرق من إشارة البسط:

$$1 + x = 0 \Rightarrow x = -1$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - y$	$-$	0	$+$

- الوضعية:

- (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]-\infty; -1[$
- (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(-1; -1)$
- (C_f) فوق (Δ) لما $x \in]-1; +\infty[$

6

أ/ تبين أن: $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$

لدينا:

$$g(\alpha) = 0 \Rightarrow e^\alpha + \alpha + 2 = 0$$

$$\Rightarrow e^\alpha = -(\alpha + 2)$$

ولدينا:

$$f(\alpha) = \frac{1 - \alpha e^\alpha}{e^\alpha + 1}$$

$$= \frac{1 - \alpha(\alpha + 2)}{-\alpha + 2 + 1}$$

$$= \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{-(\alpha + 1)}$$

$$= \frac{(\alpha + 1)^2}{-(\alpha + 1)}$$

$$= -(\alpha + 1)$$

- حصر $f(\alpha)$:

لدينا:

$$-2.2 < \alpha < -2.1$$

لما $\ln m < \frac{1}{2}$ أي $m < \sqrt{e}$

المعادلة تقبل حل وحيد موجب تماماً

لما $\ln m = \frac{1}{2}$ أي $m = \sqrt{e}$ المعادلة

تقبل حل وحيد معدوم

لما $\frac{1}{2} < \ln m < 1$ أي $\sqrt{e} < m < e$ المعادلة

تقبل حل وحيد سالب تماماً

لما $1 < \ln m < f(\alpha)$ أي $e < m < e^{f(\alpha)}$

المعادلة تقبل حلان سالبان تماماً

لما $\ln m = f(\alpha)$ أي $m = e^{f(\alpha)}$ المعادلة

تقبل حل مضاعف سالب

لما $\ln m > f(\alpha)$ أي $m > e^{f(\alpha)}$ المعادلة

لا تقبل حلول

(I)

1 إيجاد عبارة $g(x)$ بدلالة x :نضع: $x = t$ نجد:

$$\begin{aligned} g(t) - 2g(1-t) &= e^t - 2e^{1-t} - 3t + 3 \\ \Rightarrow -2g(1-t) &= -g(t) + e^t - 2e^{1-t} - 3t + 3 \\ \Rightarrow 2g(1-t) &= g(t) - e^t + 2e^{1-t} + 3t - 3 \quad \dots (1) \end{aligned}$$

نضع: $x = 1 - t$ معناه: $t = 1 - x$ ، نجد:

$$\begin{aligned} g(1-t) - 2g(1-(1-t)) &= e^{1-t} - 2e^{1-(1+t)} - 3(1-t) + 3 \\ \Rightarrow g(1-t) - 2g(t) &= e^{1-t} - 2e^t + 3t \\ \Rightarrow 2g(1-t) - 4g(t) &= 2e^{1-t} - 4e^t + 6t \quad \dots (2) \end{aligned}$$

نعوض المعادلة (1) في المعادلة (2) نجد:

$$\begin{aligned} g(t) - e^t + 2e^{1-t} + 3t - 3 - 4g(t) &= 2e^{1-t} - 4e^t + 6t \\ \Rightarrow -3g(t) &= -3e^t + 3t + 3 \\ \Rightarrow g(t) &= e^t - t - 1 \end{aligned}$$

إذن: $g(x) = e^x - x - 1$

2

أ/ حساب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [e^x - x - 1] = +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[e^x \left(1 - \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} \right) \right] = +\infty \end{aligned}$$

ب/ دراسة اتجاه تغير الدالة g :لدينا: $g'(x) = e^x - 1$

ولدينا:

$$\begin{aligned} g'(x) = 0 &\Rightarrow e^x - 1 = 0 \\ &\Rightarrow e^x = 1 \\ &\Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

ومنه جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

3 استنتج اتجاه تغير الدالة h :من أجل كل x من $\mathbb{R}$:نضع: $u(x) = -x$

$$v(x) = g(u(x)) = g(-x) \quad \text{و}$$

$$v(x) = (g \circ u)(x) \quad \text{أي}$$

لدينا الدالة g متناقصة على المجال $]-\infty; 0]$ والدالة u المجال I متناقصة على المجال $[0; +\infty[$ المجال $g(I)$ كيف وجدنا المجال $g(I)$:لدينا: $u(x) \in I$ و $I =]-\infty; 0]$ معناه $u(x) \leq 0$ أي $-x \leq 0$ ومنه $x \geq 0$ أي $x \in [0; +\infty[$ ومنه: $g(I) = [0; +\infty[$ وبما أن الدالة g متناقصة على $]-\infty; 0]$ والدالة u متناقصة على $[0; +\infty[$ إذن الدالة k متزايدة على المجال $[0; +\infty[$ بنفس الفكرة نجد: الدالة k متناقصة على المجال $]-\infty; 0]$ واضح أن: $g(-x) = k(x)$ أي: $-g(-x) = -k(x)$ وعليه: $-k(x)$ متزايدة على المجال $]-\infty; 0]$ ومتناقصة على المجال $[0; +\infty[$ ولدينا: $h(x)$ و $-k(x)$ لهما نفس اتجاه التغيرلأن: $h(x) = 1 - k(x)$

اذن:

x	$-\infty$	α	0	β	$+\infty$
$h(x)$	0	$\vdots$	1	$\vdots$	$-\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

4 اثبات أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلين α و β :لدينا الدالة h مستمرة ورتيبة على مجال تعريفهاولدينا: $h(-1.14) \times h(-1.15) < 0$ لأن: $h(-1.14) = 0.01$ و $h(-1.15) = -0.08$

لدينا البسط عبارة عن مجموعة دالتين قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$ والمقام كذلك.

ومنه البسط على المقام قابل للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

اذن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

- اثبات أن: $f'(x) = \frac{e^x h(x)}{(1+g(x))^2}$

لدينا:

$$\begin{aligned} h(x) &= 1 - g(-x) \\ &= 1 - e^{-x} - x + 1 \\ &= 2 - x - e^{-x} \end{aligned}$$

ومنه:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{e^x(e^x - x) - (e^x - 1)(e^x - 1)}{(e^x - x)^2} \\ &= \frac{e^x[e^x - x - (1 - e^{-x})(e^x - 1)]}{(e^x - x + 1 - 1)^2} \\ &= \frac{e^x(e^x - x - e^x + 1 + 1 - e^{-x})}{(1 + g(x))^2} \\ &= \frac{e^x(2 - x - e^{-x})}{(1 + g(x))^2} \\ &= \frac{e^x h(x)}{(1 + g(x))^2} \end{aligned}$$

ب/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

لدينا: $e^x > 0$ و $(1 + g(x))^2 > 0$

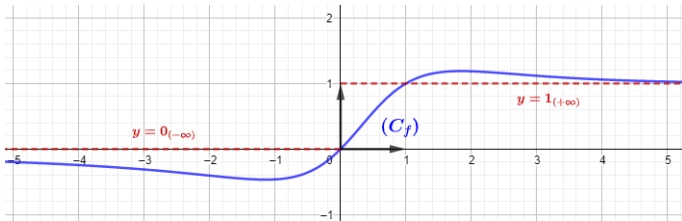
ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $h(x)$.

ولدينا $f(0) = 0$

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	α	0	β	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$					

3 التمثيل البياني:



ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $h(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.15; -1.14[$

ولدينا: $h(1.84) \times h(1.85) < 0$

لأن: $h(1.85) = -0.007$

و $h(1.84) = 0.001$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $h(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا β في المجال $]1.84; 1.85[$

اذن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلين α و β

5 استنتاج إشارة كل من $g(x)$ و $h(x)$ تبعا لقيم العدد

الحقيقي x :

إشارة $g(x)$:

من جدول تغيرات $g(x)$ لدينا:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	+	0	+

إشارة $h(x)$:

من جدول تغيرات $h(x)$ لدينا:

x	$-\infty$	α	β	$+\infty$	
$h(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

(II)

1 حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x + e^x - x - 1}{1 + e^x - x - 1} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{e^x - 1}{e^x - x} \right] \\ &= \frac{-1}{+\infty} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{e^x - 1}{e^x - x} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1 - \frac{1}{e^x}}{1 - \frac{x}{e^x}} \right] \\ &= 1 \end{aligned}$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x}{e^x} \right] = 0$

- التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$ معادلته $y = 0$.

(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته $y = 1$.

2

أ/ اثبات أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{x + g(x)}{1 + g(x)}$$



12

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

③ تبين أن النقطة $A(0; \frac{1}{2})$ مركز تناظر لـ (C_f) :- نبين أن $(2(0) - x) \in D_f$:واضح أن $(-x) \in \mathbb{R}$ - نبين أن $f(2(0) - x) + f(x) = 2(\frac{1}{2})$:

$$\begin{aligned}
 f(2(0) - x) + f(x) &= \frac{e^x}{e^x + 1} + \frac{e^{-x}}{e^{-x} + 1} \\
 &= \frac{e^x(e^{-x} + 1) + e^{-x}(e^x + 1)}{(e^x + 1)(e^{-x} + 1)} \\
 &= \frac{1 + e^x + 1 + e^{-x}}{1 + e^x + e^{-x} + 1} \\
 &= \frac{2}{2} \\
 &= 2\left(\frac{1}{2}\right)
 \end{aligned}$$

④ تعيين معادلة (T) عند النقطة A :

$$\begin{aligned}
 (T): y &= f'(0)(x - 0) + f(0) \\
 &= \frac{e^0}{(e^0 + 1)^2}x + \frac{e^0}{e^0 + 1} \\
 &= \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

⑤

أ/ تحليل العبارة: $e^{2x} - 2e^x + 1$:

$$e^{2x} - 2e^x + 1 = (e^x - 1)^2$$

ب/ حساب $g'(x)$ و $g(0)$:

$$\begin{aligned}
 \bullet g'(x) &= \frac{1}{4} - f'(x) \\
 &= \frac{1}{4} - \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} \\
 &= \frac{(e^x + 1)^2 - 4e^x}{4(e^x + 1)^2} \\
 &= \frac{e^{2x} + 1 + 2e^x - 4e^x}{4(e^x + 1)^2} \\
 &= \frac{e^{2x} + 1 - 2e^x}{4(e^x + 1)^2} \\
 &= \frac{(e^x - 1)^2}{4(e^x + 1)^2}
 \end{aligned}$$

ولدينا:

$$\bullet g(0) = 0$$

- دراسة تغيرات الدالة g :حساب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها:① تعيين مجموعة تعريف الدالة f :الدالة f معرفة لما: $e^x + 1 \neq 0$ ولدينا $e^x + 1 > 0$ ومنه الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$

②

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)]$:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = 0$$

التفسير الهندسي:

 (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $-\infty$ معادلته $y = 0$ ب/ تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x $f(x) = \frac{1}{e^{-x} + 1}$

لدينا:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{e^x}{e^x + 1} \\
 &= \frac{e^x}{e^x \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)} \\
 &= \frac{1}{1 + e^{-x}}
 \end{aligned}$$

ج/ حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x]$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{1 + e^{-x}} \right] = 1$$

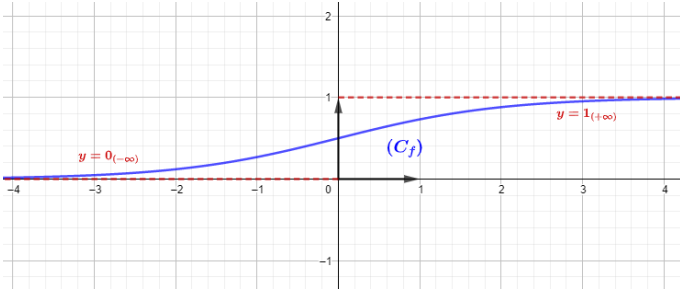
- التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقيبجوار $+\infty$ معادلته $y = 1$.① اثبات أن الدالة f متزايدة تماما:- حساب $f'(x)$:

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \frac{e^x(e^x + 1) - e^x e^x}{(e^x + 1)^2} \\
 &= \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}
 \end{aligned}$$

لدينا $g'(x) > 0$ ومنه:- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	0	1

• ثم باستعمال جدول التغيرات نرسم (C_f)



$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \right] - \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] \\ &= -\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \right] - \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] \\ &= +\infty \end{aligned}$$

لدينا: $g'(x) \geq 0$

ولدينا:

$$\begin{aligned} (e^x - 1)^2 = 0 &\Rightarrow e^x - 1 = 0 \\ &\Rightarrow e^x = 1 \\ &\Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

ومنه:

- جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	+
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

ج/ استنتاج الوضع النسبي لـ (C_f) والمماس (T) :

لدينا:

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x) \\ \Rightarrow f(x) - \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \right) &= -g(x) \end{aligned}$$

ومنه الوضعية من إشارة $-g(x)$:

لدينا من جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

- الوضعية:

- (C_f) تحت (T) لما $x \in]-\infty; 0[$.
- (C_f) يقطع (T) في النقطة A .
- (C_f) فوق (T) لما $x \in]0; +\infty[$.

6 التمثيل البياني:

خطوات التمثيل على معلم متعامد ومتجانس:

- نرسم المستقيمات المقاربة $y = 0$ و $y = 1$.
- نعين A نقطة تقاطع (C_f) مع (T) .
- نرسم المماس (T) .

إذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته $y = -x + 1$

ج/ دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) :

ندرس إشارة الفرق:

$$\begin{aligned} f(x) - y_{(\Delta)} = 0 &\Rightarrow (x+1)e^{-2x} = 0 \\ &\Rightarrow x+1 = 0 \\ &\Rightarrow x = -1 \end{aligned}$$

ومنه:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$	$-$	0	$+$

- (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]-\infty; -1[$
- (C_f) يقطع (Δ) لما $x = -1$
- (C_f) فوق (Δ) لما $x \in]-1; +\infty[$

2

أ/ تبين أنه: $f'(x) = -g(x)e^{-2x}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -1 + e^{-2x} - 2e^{-2x}(x+1) \\ &= -1 - e^{-2x} - 2xe^{-2x} \\ &= -(1 + e^{-2x} + 2xe^{-2x}) \\ &= -(e^{2x} + 1 + 2x)e^{-2x} \\ &= -g(x)e^{-2x} \end{aligned}$$

ب/ تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

لدينا $e^{-2x} > 0$ ، إذن إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-\infty$

ج/ تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 :

• لدينا: الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[-1.2; -1.1]$

ولدينا: $f(-1.1) \times f(-1.2) < 0$

لأن: $f(-1.2) \approx -0.8$ و $f(-1.1) \approx 0.05$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا x_1 في المجال $]-1.2; -1.1[$

• لدينا: الدالة f مستمرة متناقصة تماما على المجال $[1.1; 1.2]$

ولدينا: $f(1.1) \times f(1.2) < 0$

لأن: $f(1.2) \approx -0.023$ و $f(1.1) \approx 0.13$

(I)

1 دراسة تغيرات تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$:

- النهايات:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= -\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &= +\infty \end{aligned}$$

- دراسة $g'(x)$:

$$g'(x) = 2 + 2e^x = 2(1 + e^x)$$

لدينا: $g'(x) > 0$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

2 تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α :

لدينا: الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $[-0.8; -0.7]$

ولدينا: $g(-0.7) \times g(-0.8) < 0$

لأن $g(-0.8) \approx -0.2$ و $g(-0.7) \approx 0.09$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا في المجال $]-0.8; -0.7[$

3 استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

(II)

1

أ/ حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\underbrace{e^{-2x}}_{+\infty} \left(\underbrace{e^{2x}}_0 - \frac{2x}{2} \underbrace{e^{2x}}_0 + \underbrace{x+1}_{-\infty} \right) \right) \\ &= -\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \underbrace{x}_{+\infty} - \frac{1}{2} \underbrace{(-2x)e^{-2x}}_0 + \underbrace{e^{-2x}}_0 \right) \\ &= -\infty \end{aligned}$$

ب/ استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) :

لدينا:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x+1)e^{-2x}] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{1}{2} \underbrace{(-2x)e^{-2x}}_0 + \underbrace{e^{-2x}}_0 \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل تقاطع (C_f) مع المستقيمات

$$y_m = m \text{ ذات المعادلة}$$

وهي:

لما $m < 2$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة

لما $m = 2$ المعادلة تقبل حل معدوم وحل سالب

لما $2 < m < f(\alpha)$ المعادلة تقبل حلين سالبين تماما

لما $m = f(\alpha)$ المعادلة تقبل حل مضاعف سالب تماما

لما $m > f(\alpha)$ المعادلة لا تقبل حلول

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا x_2 في المجال $[1.1; 1.2]$

$$\textcircled{3} \text{ تبين أن } f(\alpha) = -\frac{2\alpha^2}{2\alpha+1}$$

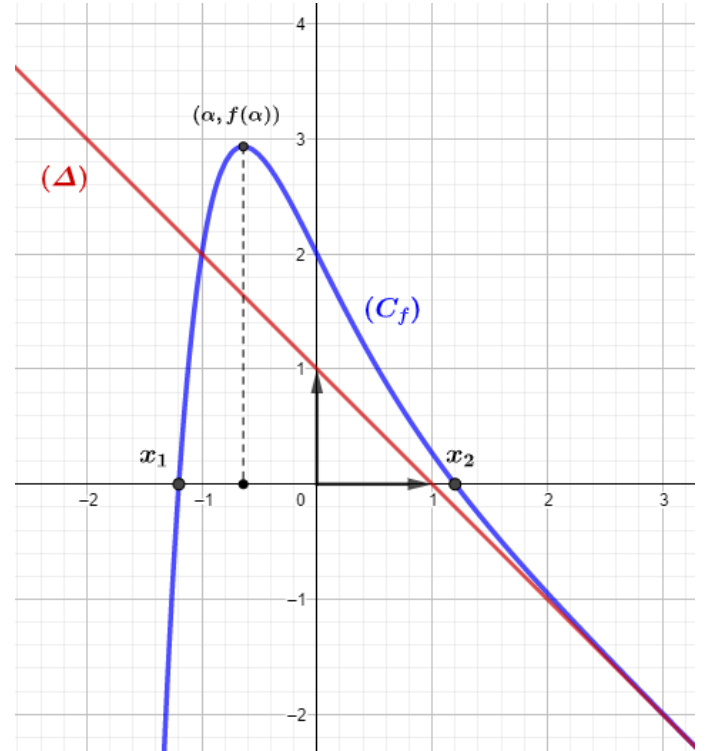
لدينا: $g(\alpha) = 0$ أي: $e^{2\alpha} + 1 + 2\alpha = 0$

ومنه: $e^{2\alpha} = -1 - 2\alpha$

ولدينا:

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= 1 - \alpha + (\alpha + 1)e^{-2\alpha} \\ &= 1 - \alpha + \frac{\alpha + 1}{e^{2\alpha}} \\ &= 1 - \alpha + \frac{\alpha + 1}{-1 - 2\alpha} \\ &= \frac{-1 - 2\alpha + \alpha + 2\alpha^2 + \alpha + 1}{-(1 + 2\alpha)} \\ &= -\frac{2\alpha^2}{1 + 2\alpha} \end{aligned}$$

4 التمثيل البياني:



5 المناقشة البيانية:

$$\begin{aligned} (1 - m - x)e^{2x} + x + 1 &= 0 \\ \Rightarrow (1 - m - x)e^{2x} &= -(x + 1) \\ &= 1 - m - x = -(x + 1)e^{-2x} \\ \Rightarrow -m &\Rightarrow -1 + x - (x + 1)e^{-2x} \\ \Rightarrow m &= 1 - x + (x + 1)e^{-2x} \\ \Rightarrow m &= f(x) \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

ب/ تبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + 4e^{-x} - e^{-x}}{1 + e^{-x}} \right) = \frac{1}{1} = 1$$

التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ معادلته $y = 1$

② اثبات أنه: $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$

$$f'(x) = \frac{(e^x + 4)(e^x + 1) - e^x(e^x + 4x - 1)}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{e^{2x} + 5e^x + 4 - e^{2x} - 4xe^x + e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{6e^x + 4 - 4xe^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{2((3 - 2x)e^x + 2)}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$$

③ دراسة اتجاه تغير الدالة f ثم تشيكل جدول تغيراتها:

لدينا $(e^x + 1)^2 > 0$

ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	1

④

أ/ تبين أن (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$:

لدينا:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x - 1)]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{e^x + 4x - 1 - (4x - 1)(e^x + 1)}{e^x + 1} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{e^x + 4x - 1 - 4xe^x - 4x + e^x + 1}{e^x + 1} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{2e^x - 4xe^x}{e^x + 1} \right]$$

$$= 0$$

(I)

① حساب نهايات الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\underbrace{3e^x}_0 - \underbrace{2xe^x}_0 + 2 \right) = 2$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$$

② دراسة اتجاه تغير الدالة g :

$$g'(x) = -2e^x + (3 - 2x)e^x$$

$$= (1 - 2x)e^x$$

لدينا: $e^x > 0$

ومنه إشارة $g'(x)$ من إشارة $(1 - 2x)$:

$$1 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

ومنه:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	2	$g\left(\frac{1}{2}\right)$	$-\infty$

③ تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في

المجال $[1.6; 1.7]$:

لدينا: الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $[1.6; 1.7]$

ولدينا: $g(1.6) \times g(1.7) < 0$

لأن $g(1.6) \approx 1.01$ و $g(1.7) \approx -0.19$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا في المجال $[1.6; 1.7]$

④ استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ

$$f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم

المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

①

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$:

- حصر العدد $f(\alpha)$:

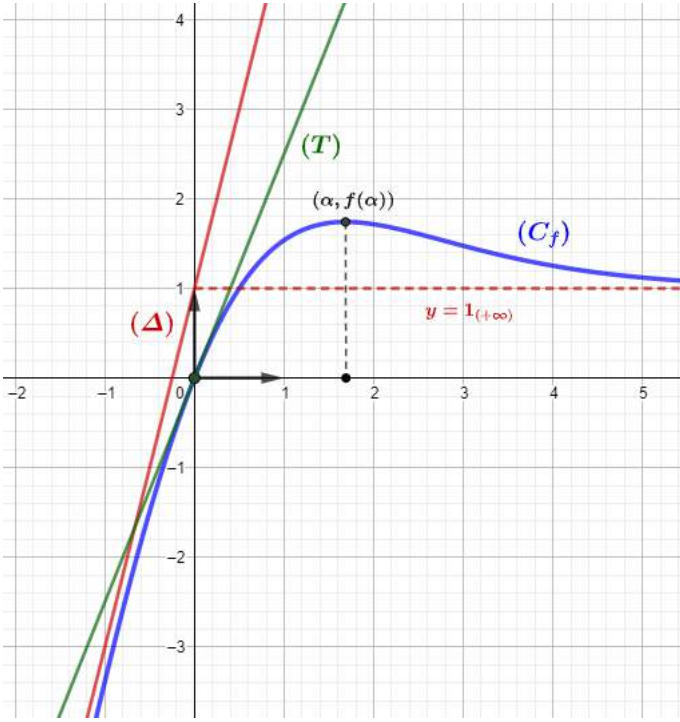
لدينا: $1.6 < \alpha < 1.7$

ومنه: $6.4 < 4\alpha < 6.8$

ومنه: $1.4 < 4\alpha - 5 < 1.8$

إذن: $1.4 < f(\alpha) < 1.8$

7 رسم كل من (Δ) و (C_f) :



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [-4xe^x] = 0 \text{ لأن}$$

إذن المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

ب/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) :

$$\begin{aligned} f(x) - y_{(\Delta)} = 0 &\Rightarrow \frac{2e^x - 4xe^x}{e^x + 1} = 0 \\ &\Rightarrow 2e^x(1 - 2x) = 0 \\ &\Rightarrow 1 - 2x = 0 \\ &\Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$	+	0	-

• $x \in]-\infty; \frac{1}{2}[$ لما (Δ) فوق (C_f)

• $x = \frac{1}{2}$ لما (Δ) يقطع (C_f)

• $x \in]\frac{1}{2}; +\infty[$ لما (Δ) تحت (C_f)

5 كتابة معادلة (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0:

$$\begin{aligned} y_{(T)} &= f'(0)x + f(0) \\ &= \frac{5}{2}x \end{aligned}$$

6 تبين أن $f(\alpha) = 4\alpha - 5$

لدينا: $g(\alpha) = 0$

ومنه: $(3 - 2\alpha)e^\alpha + 2 = 0$

إذن: $e^\alpha = \frac{2}{2\alpha - 3}$

ولدينا:

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \frac{e^\alpha + 4\alpha - 1}{e^\alpha + 1} \\ &= \frac{\frac{2}{2\alpha - 3} + 4\alpha - 1}{\frac{2}{2\alpha - 3} + 1} \\ &= \frac{2 + 8\alpha^2 - 12\alpha - 2\alpha + 3}{2\alpha - 3} \\ &= \frac{8\alpha^2 - 14\alpha + 5}{2\alpha - 3} \\ &= \frac{8\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)\left(\alpha - \frac{5}{4}\right)}{2\alpha - 3} \\ &= \frac{(2\alpha - 1)(4\alpha - 5)}{2\alpha - 1} \\ &= 4\alpha - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{-x^2 e^{-x} + e}{x^2} \\
 &= -\frac{(x^2 e^{-x} - e)}{x^2} \\
 &= -\frac{g(-x)}{x^2}
 \end{aligned}$$

4 استنتاج تغيرات الدالة f

لدينا إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(-x)$ لأن $x^2 > 0$ ولدينا إشارة $(g(-x))$ كالآتي:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(-x)$	$+$	0	$-$

ومنه إشارة $(-g(-x))$ كالآتي:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$-g(-x)$	$-$	0	$+$

إذن

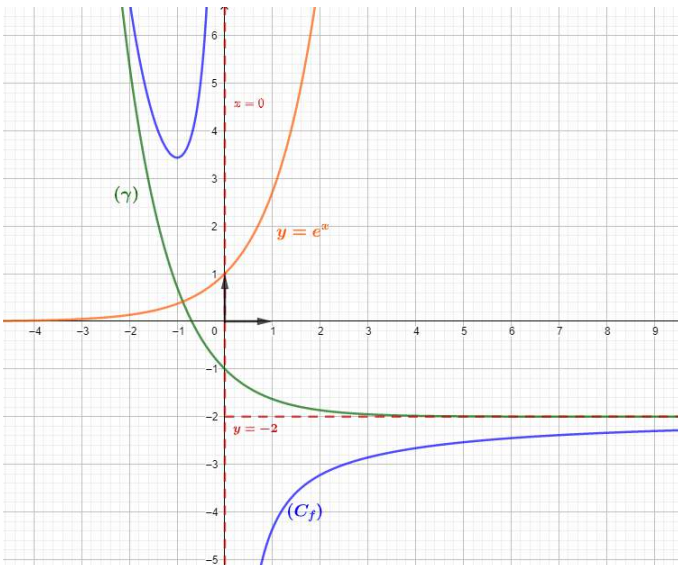
- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-1)$	$+\infty$	-2

5 تبين كيف يمكن إنشاء (γ) :

نرسم منحنى الدالة $e^x \mapsto x$ ثم نناظره بالنسبة لمحور الترتيب، ثم نسحبه بالانسحاب الذي شعاعه $(0; -2)$

- التمثيل البياني:



(I) - حساب $g(1)$:

$$g(1) = 1^2 e^1 - e = 0$$

- تعيين إشارة $g(x)$:

من البيان نجد:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

- استنتاج إشارة $g(-x)$:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(-x)$	$+$	0	$-$

(II)

1 حساب النهايات:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$

بعد حساب النهايات نجد أن المنحني (C_f) يقبل:

- مستقيم مقارب عمودي بجوار $\pm\infty$ معادلته $x = 0$
- مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ معادلته $y = -2$

2 تبين أن (γ) و (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$:

$$\begin{aligned}
 &\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - y_{(\gamma)}) \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^{-x} - 2 - \frac{e}{x} - e^{-x} + 2 \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{e}{x} \right) = 0
 \end{aligned}$$

- دراسة وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (γ) :

$$f(x) - y_{(\gamma)} = -\frac{e}{x}$$

إشارة الفرق عكس إشارة $(-x)$ ومنه:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y_{(\gamma)}$	$+$	0	$-$

الوضعية:

- (C_f) فوق (γ) لما $x \in]-\infty; 0[$
- (C_f) تحت (γ) لما $x \in]0; +\infty[$

3 تبين أن: $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$

$$f'(x) = -e^{-x} + \frac{e}{x^2}$$

لدينا: $e^{-x} > 0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

③ تعيين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$:

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right) = f'(\alpha) = g(\alpha)e^{-\alpha} = 0$$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماس أفقي عند النقطة ذات الفاصلة α معادلته $y = f(\alpha)$

④

أ/ تبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$

مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x + 2)(1 - e^{-x}) - (x + 2)] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x + 2)(1 - e^{-x} - 1)] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [-e^{-x}(x + 2)] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-xe^{-x}}{0} - 2e^{-x} \right] \end{aligned}$$

ب/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) :

$$\begin{aligned} f(x) - y_{(\Delta)} = 0 &\Rightarrow -e^{-x}(x + 2) = 0 \\ &\Rightarrow -(x + 2) = 0 \\ &\Rightarrow x = -2 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$	+	0	-

• (C_f) فوق (Δ) لما $x \in]-\infty; -2[$

• (C_f) يقطع (Δ) لما $x = -2$

• (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]-2; +\infty[$

⑤

أ/ اثبات أنه يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ) :

يوجد مماس وحيد يوازي (Δ) معناه يوجد عدد حقيقي وحيد a

يحقق: $f'(a) = 1$

$$\begin{aligned} f'(a) = 1 &\Rightarrow e^{-a}(e^a + a + 1) = 1 \\ &\Rightarrow e^a + a + 1 = e^a \\ &\Rightarrow a + 1 = 0 \end{aligned}$$

(I)

① دراسة تغيرات الدالة g ، وتشكيل جدول تغيراتها:

- النهايات:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \quad \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$$

- دراسة $g'(x)$:

$$f'(x) = e^x + 1 > 0$$

لدينا: $f'(x) > 0$ إذن الدالة g متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

② تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α

• لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]-1.28; -1.27[$

• ولدينا: $g(-1.28) \times g(-1.27) < 0$ لأن

$$g(-1.27) = 0.01 \text{ و } g(-1.28) \approx -0.001$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حل وحيداً α في المجال $]-1.28; -1.27[$

③ استنتاج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II)

① حساب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\underbrace{(x + 2)}_{-\infty} \underbrace{(1 - e^{-x})}_{-\infty} \right] = +\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\underbrace{(x + 2)}_{+\infty} \underbrace{(1 - e^{-x})}_1 \right] = +\infty$$

②

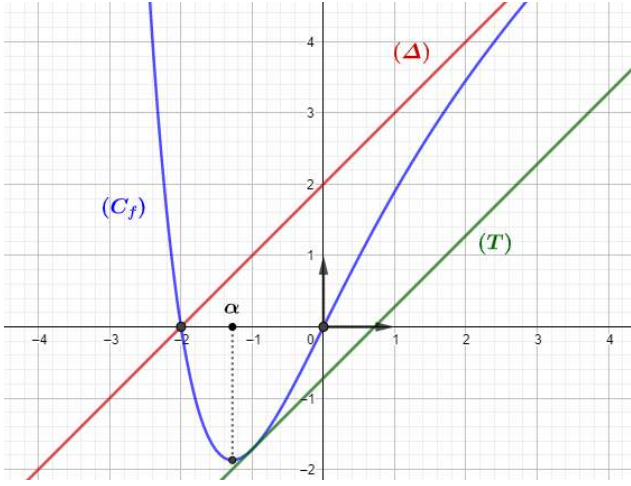
أ/ تبين أنه: $f'(x) = g(x)e^{-x}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - e^{-x} - (-e^{-x})(x + 2) \\ &= 1 - e^{-x} + xe^{-x} + 2e^{-x} \\ &= 1 + e^{-x} + xe^{-x} \\ &= \left(\frac{1}{e^{-x}} + 1 + x \right) e^{-x} \\ &= (e^x + 1 + x)e^{-x} \\ &= g(x)e^{-x} \end{aligned}$$

ب/ استنتاج اتجاه تغيرات الدالة f :

$$(C_f) \cap (yy') = \{0\} \quad \text{إذن:}$$

ب/ التمثيل البياني:



7 المناقشة البيانية:

لدينا:

$$\begin{aligned} \frac{m-2}{x+2} &= -e^{-x} \Rightarrow m-2 = -e^{-x}(x+2) \\ &\Rightarrow m = -e^{-x}(x+2) + 2 \\ &\Rightarrow m+x = -e^{-x}(x+2) + 2 + x \\ &\Rightarrow m+x = (x+2)(1-e^{-x}) \\ &\Rightarrow m+x = f(x) \end{aligned}$$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل تقاطع (C_f) مع المستقيمات

$$y_m = x + m \text{ ذات المعادلة}$$

وهي:

لما	$m < 2 - e$	المعادلة لا تقبل حلول
لما	$m = 2 - e$	المعادلة تقبل حل وحيد
لما	$2 - e < m < 2$	المعادلة تقبل حلين متميزين
لما	$m \geq 2$	المعادلة تقبل حل وحيد

(III)

1 تبين أن الدالة h زوجية:

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

إذن الدالة h زوجية

1 شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) :

لدينا:

$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & ; x > 0 \\ f(-x) & ; x < 0 \end{cases}$$

لما $x > 0$ (C_h) ينطبق على (C_f) ، وبما أن الدالة h زوجية، فهي متناظرة بالنسبة لمحور الترتيب.

$$\Rightarrow a = -1$$

ب/ التحقق أن معادلة (T) هي: $y_{(T)} = x + 2 - e$

$$\begin{aligned} y_{(T)} &= f'(-1)(x - (-1)) + f(-1) \\ &= 1(x + 1) + (1)(1 - e) \\ &= x + 1 + 1 - e \\ &= x + 2 - e \end{aligned}$$

6

أ/ تبين أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$

لدينا: $g(\alpha) = 0$

$$\text{ومنه: } e^\alpha + \alpha + 1 = 0$$

$$\text{إذن: } e^\alpha = -(\alpha + 1)$$

ولدينا:

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= (\alpha + 2)(1 - e^{-\alpha}) \\ &= \frac{(\alpha + 2)(1 - e^{-\alpha})e^\alpha}{e^\alpha} \\ &= \frac{(\alpha + 2)(e^\alpha - 1)}{e^\alpha} \\ &= \frac{(\alpha + 2)(-\alpha - 1 - 1)}{-\alpha - 1} \\ &= \frac{(\alpha + 2)(\alpha + 2)}{\alpha + 1} \\ &= \boxed{\frac{(\alpha + 2)^2}{\alpha + 1}} \end{aligned}$$

- حصر $f(\alpha)$:

$$\text{لدينا: } -1.28 < \alpha < -1.27$$

$$\text{إذن: } -1.97 < f(\alpha) < -1.85$$

أ/ إيجاد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات:

- مع حامل محور الفواصل:

$$f(x) = 0 \Rightarrow (x + 2)(1 - e^{-x}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \\ \text{أو} \\ 1 - e^{-x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ \text{أو} \\ e^{-x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ \text{أو} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\text{إذن: } (C_f) \cap (xx') = \{-2; 0\}$$

- مع حامل محور الترتيب:

$$f(0) = 0$$

- جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

② تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α :لدينا الدالة g مستمرة ومنتزعة تماما على $\mathbb{R}$

$$g(-1.38) \times g(-1.37) < 0 \text{ ولدينا}$$

$$\text{لأن: } g(-1.38) \approx -0.02$$

$$\text{و } g(-1.37) \approx 0.01$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)$ تقبل حلاوحيدا α حيث $-1.38 < \alpha < -1.37$ ③ استنتاج إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II)

①

/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 e^x}{e^x - x} \right) = 0$$

$$\text{لأن: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^n e^x) = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 e^x}{e^x - x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{1 - x e^{-x}} \right) = +\infty$$

ب/ تبين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$

$$f'(x) = \frac{(2x e^x + x^2 e^x)(e^x - x) - (e^x - 1)x^2 e^x}{(e^x - x)^2}$$

$$= \frac{2x e^{2x} - 2x^2 e^x + x^2 e^{2x} - x^3 e^x - x^2 e^{2x} + x^2 e^x}{(e^x - x)^2}$$

$$= \frac{x e^x (2e^x - x^2 - x)}{(e^x - x)^2}$$

$$= \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$$

(I)

①

/ حساب $g'(x)$:

$$g'(x) = 2e^x - 2x - 1$$

- دراسة اتجاه تغير الدالة g' :

• النهايات:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2e^x - 2x - 1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2e^x \left(1 - \frac{x}{e^x} - \frac{1}{2e^x} \right) \right)$$

$$= +\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} g'(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - 2x - 1)$$

$$= +\infty$$

• دراسة $g''(x)$:

$$g''(x) = 0 \Rightarrow 2e^x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow e^x = 1$$

$$\Rightarrow x = 0$$

ومنه:

• جدول تغيرات الدالة g' :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g''(x)$	-	0	+
$g'(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

ب/ تبين أنه، من أجل كل $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) > 0$:من جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة g' تبلغ قمة حدية صغرىعند 0 و $g'(0) = 1$ ومنه فهي موجبة تماما أي $g'(x) > 0$ ج/ حساب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2e^x - x^2 - x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^x \left(2 - \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} \right) \right)$$

$$= +\infty$$

$$\text{لأن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^n}{e^x} \right) = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - x^2 - x)$$

$$= -\infty$$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= 2(1+x)e^{-x} - (1+x)^2 e^{-x} \\
 &= e^{-x}(1+x)(2-1-x) \\
 &= e^{-x}(1+x)(1-x) \\
 &= e^{-x}(1-x^2) \\
 &= g(x)
 \end{aligned}$$

ب/ استنتاج تغيرات الدالة f :

لدينا: $f'(x) = g(x)$ ومنه إشارة المشتقة من إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	$4e^{-1}$	0	0

ج/ استنتاج أن الدالة f موجبة على $\mathbb{R}$:

من جدول التغيرات: أقصى قيمة حدية صغرى تبلغها الدالة f هي 0، ومنه فالدالة f موجبة على $\mathbb{R}$

5

أ/ تعيين دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)-1}{x} \right)$:

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)-1}{x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)-f(0)}{x-0} \right) = f'(0) \\
 &= g(0) = 1
 \end{aligned}$$

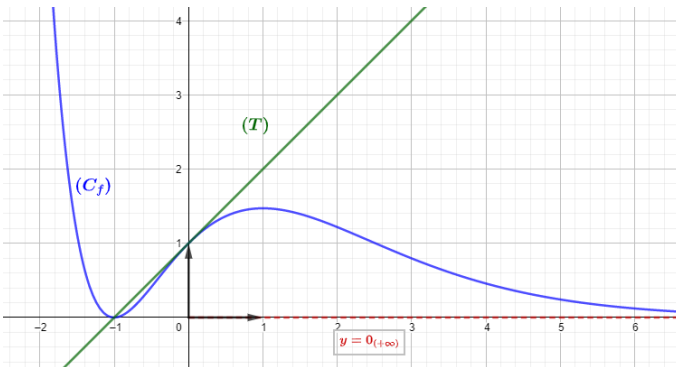
• التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات

الفصلة 0 معامل توجيهه 1

ب/ كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفصلة 0:

$$\begin{aligned}
 y_{(T)} &= f'(0)(x-0) + f(0) \\
 &= x + 1
 \end{aligned}$$

6 التمثيل البياني:



7 المناقشة البيانية:

$$\begin{aligned}
 (1+x)^2 &= me^x \Rightarrow (1+x)^2 e^{-x} = m \\
 &\Rightarrow f(x) = m
 \end{aligned}$$

I

1

أ/ كتابة معادلة للمستقيم (d):

المستقيم (d) مستقيم تآلفي ميله (-1) لأنه موازي للمنصف

الثاني، ويمر من الترتيبة 1

إذن: $y_{(d)} = -x + 1$

ب/ تعيين $g(0)$ ، $g(-1)$ و $g'(0)$

$$g(-1) = 0$$

$$g(0) = 1$$

$$g'(0) = -1$$

ج/ تبين أن $g(x) = (1-x^2)e^{-x}$:

لدينا: $g(0) = 1$

$$(a+b(0)^2)e^{-0} = 1 \quad \text{ومنه:}$$

إذن: $a = 1$

ولدينا: $g(-1) = 0$

$$(1+b(-1)^2)e^{-(-1)} = 0 \quad \text{ومنه:}$$

$$1+b=0 \quad \text{ومنه:}$$

إذن: $b = -1$

$$g(x) = (1-x^2)e^{-x} \quad \text{وعليه:}$$

2 تعيين إشارة $g(x)$ حسب قيم x :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

3

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{(1+x)^2}{+\infty} \frac{e^{-x}}{+\infty} \right] = +\infty$$

ب/ علما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0$ ، تبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$:

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [(1+x+x^2)e^{-x}] \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\underbrace{e^{-x}}_0 + \underbrace{x e^{-x}}_0 + \underbrace{x^2 e^{-x}}_0 \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

• التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم حامل محور الفواصل

كمقارب أفقي بجوار $+\infty$

4

أ/ تبين أنه من أجل كل x حقيقي: $f'(x) = g(x)$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع

المستقيمات ذات المعادلة $y_m = m$ ، وهي:

لما	$m < 0$	المعادلة لا تقبل حلول
لما	$m = 0$	المعادلة تقبل حل مضاعف سالب قيمته -1
لما	$0 < m < 1$	المعادلة تقبل حل موجب وحلين سالبين
لما	$m = 1$	المعادلة تقبل حل موجب وحل معدوم وحل سالب
لما	$1 < m < 4e^{-1}$	المعادلة تقبل حلين موجبين وحل سالب
لما	$m = 4e^{-1}$	المعادلة تقبل حل سالب وحل مضاعف موجب قيمته 1
لما	$m > 4e^{-1}$	المعادلة تقبل حل وحيد سالب

(II)

1 تبين أن الدالة h زوجية

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

إذن الدالة h زوجية

2 شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) :

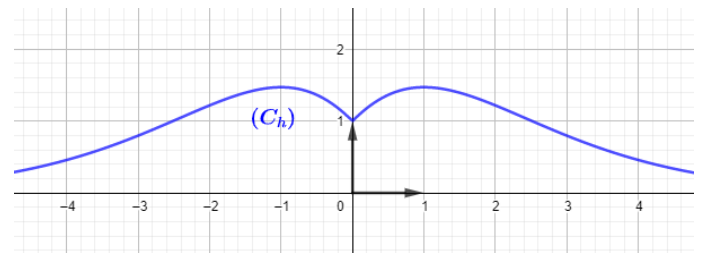
لدينا:

$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & ; x > 0 \\ f(-x) & ; x < 0 \end{cases}$$

لما $x > 0$ (C_h) ينطبق على (C_f) ، وبما أن الدالة h زوجية،

فهي متناظرة بالنسبة لمحور الترتيب.

- إنشاء (C_h) :



$$g(-1.51) \approx -0.04 \quad \text{و}$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حل وحيد في المجال $[-1.52; -1.52]$.

إذن المعادلة $g(x) = 0$ تقبلين حلين أحدهما معدوم والآخر

α حيث: $-1.52 < \alpha < -1.51$

ب/ استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

(II)

1

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [-x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [-x + (x^2)e^{-x}] \\ &= -\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [-x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} [-x + (x^2)e^{-x}] \\ &= +\infty \end{aligned}$$

ب/ تبين أنه من أجل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -1 + (2x + 3)e^{-x} - e^{-x}(x^2 + 3x + 2) \\ &= -1 + e^{-x}(-x^2 - x + 1) \\ &= -[1 + e^{-x}(x^2 + x - 1)] \\ &= -g(x) \end{aligned}$$

ج/ تشكيل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$:

إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$

وعليه:

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$
		0.38		$-\infty$

د/ تعيين دون حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(0) = -g(0) = 0$$

- تفسير النتيجة هندسيا:

(C_f) يقبل مماس مواز لمحور الفواصل معادلته $y = f(\alpha)$.

2

(I)

1

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + x^2 e^{-x}) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + x^2 e^{-x}) \\ &= +\infty \end{aligned}$$

ب/ دراسة اتجاه تغير الدالة g ، وتشكيل جدول تغيراتها:

$$\begin{aligned} g'(x) &= (2x + 1)e^{-x} - e^{-x}(x^2 + x - 1) \\ &= 2xe^{-x} + e^{-x} - x^2 e^{-x} - xe^{-x} + e^{-x} \\ &= e^{-x}(-x^2 + x + 2) \end{aligned}$$

لدينا:

$$\begin{aligned} g'(x) = 0 &\Rightarrow e^{-x}(-x^2 + x + 2) = 0 \\ &\Rightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \end{aligned}$$

لدينا $\Delta = 1 - 4(-1)(2) = 9$ ومنه:

$$g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1+3}{-2} = -1 \\ \text{أو} \\ x = \frac{-1-3}{-2} = 2 \end{cases}$$

ومنه:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$		$g(1)$		1
		$g(-1)$			

2

أ/ تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$:

لدينا:

$$\begin{aligned} g(0) &= 1 + (0^2 + 0 - 1)e^{-0} \\ &= 1 - 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ومنه المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل معدوم لأن $g(0) = 0$

ولدينا $0 < g(-1.51) \times g(-1.52)$

لأن: $g(-1.52) \approx 0.04$

• نرسم المستقيم (Δ) المقارب المائل ذو المعادلة

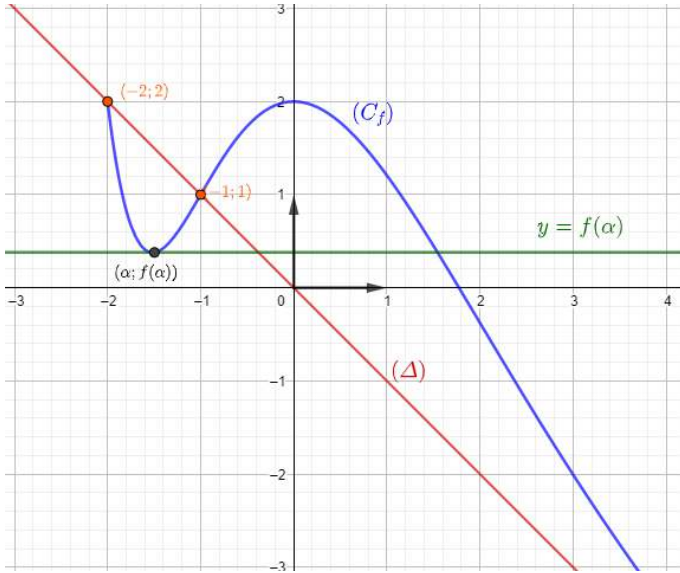
$$y_{(\Delta)} = -x$$

• نعين النقطة $(\alpha; f(\alpha))$ نقطة تماس المماس مع (C_f)

• نرسم المماس ذو المعادلة $y = f(\alpha)$

• باستعمال جدول تغيرات الدالة f نرسم المنحنى

(C_f) مع الاستعانة بجدول الوضعية



• المناقشة البيانية:

$$\begin{aligned} (m-x)e^x + (x^2 + 3x + 2) &= 0 \\ \Rightarrow me^x - xe^x + (x^2 + 3x + 2) &= 0 \\ \Rightarrow m - x + e^{-x}(x^2 + 3x + 2) &= 0 \\ \Rightarrow -x + e^{-x}(x^2 + 3x + 2) &= -m \\ \Rightarrow f(x) &= -m \end{aligned}$$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع

المستقيمات ذات المعادلة $y_m = -m$ وهي:

لما $-m < f(\alpha)$ أي لما $m > -f(\alpha)$

المعادلة تقبل حل وحيد موجب

لما $-m = f(\alpha)$ أي لما $m = -f(\alpha)$

المعادلة تقبل حلين: حل مضاعف وحل موجب

لما $f(\alpha) < -m < 2$ أي لما $-2 < m < -f(\alpha)$

المعادلة تقبل حلين سالبين وحل موجب

لما $-m = 2$ أي لما $m = -2$

المعادلة تقبل حل مضاعف والآخر سالب

لما $-m > 2$ أي لما $m < -2$

المعادلة لا تقبل حلول

أ/ تبين أن (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{(\Delta)}] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [-x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x} - (-x)] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x^2 + 3x + 2)e^{-x}] \\ &= 0 \end{aligned}$$

ومنه قيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل

للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب/ دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) :

$$\begin{aligned} f(x) - y_{(\Delta)} &= 0 \Rightarrow e^{-x}(x^2 + 3x + 2) = 0 \\ &\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 3^2 - 4(2)(1) = 1 \quad \text{لدينا:}$$

ومنه:

$$f(x) - y_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3+1}{2} = -1 \\ \text{أو} \\ x = \frac{-3-1}{2} = -2 \end{cases}$$

وعليه:

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$	
$f(x) - y_{(\Delta)}$	$+$	0	$-$	0	$+$

- الوضعية:

• (C_f) فوق (Δ) لما $x \in]-\infty; -2[\cup]-1; +\infty[$

• (C_f) يقطع (Δ) لما $x \in \{-2; -1\}$ أي في

النقطتين ذات الاحداثيات: $(-1; 1)$ و $(-2; 2)$.

• (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]-2; -1[$

ج/ تبين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف:

لدينا:

$$f''(x) = -g'(x)$$

ومنه جدول إشارة $f''(x)$:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

المشتقة الثانية انعدمت مرتين لما $x = \{-1; 2\}$ وغيرت

اشارتها

ومنه الدالة f تقبل نقطتي انعطاف هما: $(-1; 1)$ و

$$(2; f(2)) \quad \text{حيث: } f(2) \approx -0.38$$

د/ رسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$:

• نعين النقطة $(-1; 1)$ و النقطة $(-2; 2)$ نقطتي

تقاطع (C_f) مع (Δ)



20

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

(I)

1

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وتفسير النتائج

هندسيا :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 - \frac{1}{0^+} = -\infty \quad \bullet \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$= 1 - \frac{1}{0^-} = +\infty$$

إذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي بجوار $\pm\infty$ معادلته:
 $x = 0$ أ/ تبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - \frac{e^x}{e^x(1 - e^{-x})} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - \frac{1}{1 - e^{-x}} \right) \\ &= +\infty \end{aligned}$$

ب/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

لأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ - استنتاج أن المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$:

لدينا:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1} - x - 1 \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-\frac{e^x}{e^x - 1} \right] = 0$$

إذن: المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

2

أ/ تبين أنه: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1} \\ &= x + \frac{e^x - 1 - e^x}{e^x - 1} \end{aligned}$$

$$= x - \frac{1}{e^x - 1}$$

ب/ استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ_2) بجوار $+\infty$:

لدينا:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{e^x - 1} \right) = 0$$

إذن: المستقيم (Δ_2) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ج/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_1) و (Δ_2) :- الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_1) :

$$f(x) - y_{(\Delta_1)} = \frac{-e^x}{e^x - 1} = \frac{e^x}{1 - e^x}$$

لدينا: $e^x > 0$

إذن إشارة الفرق من إشارة المقام

لدينا $1 - e^x \neq 0$ معناه: $e^x \neq 1$ ومنه: $x \neq 0$

إذن

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$1 - e^x$	+	0	-
الوضعية	(C_f) تحت (Δ_1)	(C_f) فوق (Δ_1)	(C_f) تحت (Δ_1)

- الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_2) :

$$f(x) - y_{(\Delta_2)} = -\frac{1}{e^x - 1} = \frac{1}{1 - e^x}$$

لدينا $1 - e^x \neq 0$

معناه: $e^x \neq 1$ ومنه $x \neq 0$

إذن:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$1 - e^x$	+	0	-
الوضعية	(C_f) تحت (Δ_2)	(C_f) فوق (Δ_2)	(C_f) تحت (Δ_2)

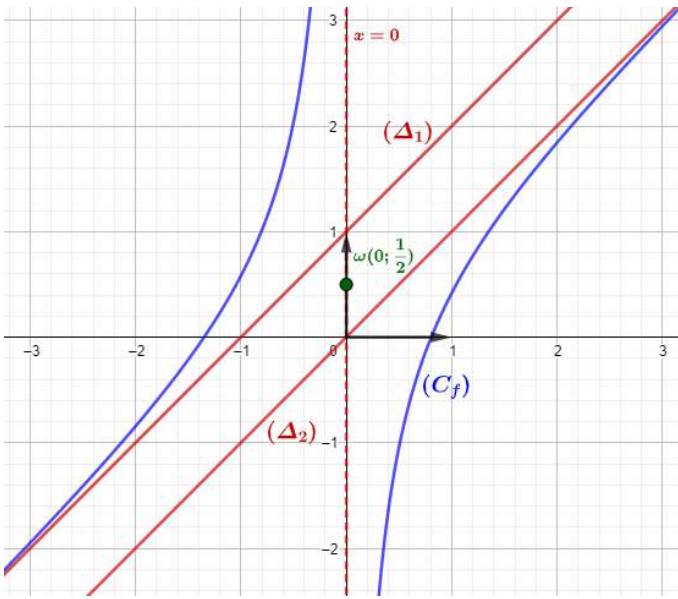
3

أ/ دراسة تغيرات الدالة f ، وجدول تغيراتها:

لدينا:

$$f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$$

٥ التمثيل البياني لكل من (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f)



٦ المناقشة البيانية:

$$\begin{aligned} (m-1)(e^x-1)e^{-x}+1 &= 0 \\ \Rightarrow (m-1)(e^x-1)e^{-x} &= -1 \\ \Rightarrow (m-1)(e^x-1) &= -e^x \\ \Rightarrow m-1 &= -\frac{e^x}{e^x-1} \\ \Rightarrow m &= -\frac{e^x}{e^x-1}+1 \\ \Rightarrow m+x &= -\frac{e^x}{e^x-1}+1+x \\ \Rightarrow f(x) &= x+m \end{aligned}$$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل

المستقيمات ذات المعادلة $y_m = x + m$ ، وهي:

لما $m < 0$ المعادلة تقبل حل موجب
لما $0 < m < 1$ المعادلة لا تقبل حلول
لما $m > 1$ المعادلة تقبل حل سالب

(II)

١ تبين أن الدالة h زوجية:

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

إذن الدالة h زوجية

٢ شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) :

لدينا:

$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & ; x > 0 \\ f(-x) & ; x < 0 \end{cases}$$

لما $x > 0$ (C_h) ينطبق على (C_f) ، وبما أن الدالة h زوجية، فهي متناظرة بالنسبة لمحور الترتيب.

ومنه:

$$f'(x) = 1 - \frac{-e^x}{(e^x-1)^2} = 1 + \frac{e^x}{(e^x-1)^2}$$

لدينا: $f'(x) > 0$

ومنه:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-\infty \rightarrow +\infty$	$-\infty \rightarrow +\infty$	$-\infty \rightarrow +\infty$

ب/ تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث:

$$-1.4 < \beta < -1.3 \text{ و } 0.8 < \alpha < 0.9$$

• لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $]0.8; 0.9[$

ولدينا $f(0.8) \approx -0.01$ و $f(0.9) \approx 0.21$ لأن: $f(0.8) \times f(0.9) < 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0.8; 0.9[$

• لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $]-1.3; -1.4[$

ولدينا $f(-1.4) \approx -0.07$ و $f(-1.3) \approx 0.07$ لأن: $f(-1.4) \times f(-1.3) < 0$

$$f(-1.4) \approx -0.07 \text{ و } f(-1.3) \approx 0.07$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا β في المجال $]-1.4; -1.3[$

٤ تبين أن $f(-x) = 1 - f(x)$:

$$\begin{aligned} 1 - f(x) &= 1 - x + \frac{1}{e^x - 1} \\ &= -x + \frac{e^x - 1 + 1}{e^x - 1} \\ &= -x + \frac{e^x}{e^x - 1} \\ &= -x + \frac{e^{-x}(e^x - 1)}{e^{-x}(e^x - 1)} \\ &= -x + \frac{1}{1 - e^{-x}} \\ &= -x - \frac{1}{e^{-x} - 1} \\ &= f(-x) \end{aligned}$$

- التفسير الهندسي:

لدينا: $f(-x) = 1 - f(x)$

ومنه: $f(x) + f(x) = 1$

$$f(2(0) - x) + f(x) = 2\left(\frac{1}{2}\right)$$

ولدينا: $(-x) \in D_f$

ومنه (C_f) يقبل النقطة ذات الاحداثيات $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ كمركز

تناظر له.



21

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

(II)

① حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} ((x-1)e^x - x - 1) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - e^x - x - 1) \\ &= +\infty \end{aligned}$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x) = 0$

②

أ/ تبين أنه $f'(x) = -g(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^x + e^x(x-1) - 1 \\ &= -1 + xe^x \\ &= -(1 - xe^x) \\ &= -g(x) \end{aligned}$$

ب/ استنتاج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$:

x	$-\infty$	α	2
$f'(x)$	-	0	+

- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	α	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$f(2)$

③ تبين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$:

لدينا:

$$\begin{aligned} g(\alpha) = 0 &\Rightarrow 1 - \alpha e^\alpha = 0 \\ &\Rightarrow e^\alpha = \frac{1}{\alpha} \end{aligned}$$

ومنه:

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= (\alpha-1)e^\alpha - \alpha - 1 \\ &= \frac{\alpha-1}{\alpha} - \alpha - 1 \\ &= \frac{\alpha-1-\alpha^2-\alpha}{\alpha} \\ &= -\frac{\alpha^2+1}{\alpha} \end{aligned}$$

- استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$:

لدينا:

$$\begin{aligned} 0.5 < \alpha < 0.6 \\ \Rightarrow (0.5)^2 < \alpha^2 < (0.6)^2 \end{aligned}$$

(I)

① حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - xe^x) \\ &= -\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - xe^x) \\ &= 1 \end{aligned}$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x) = 0$ ② دراسة اتجاه تغير الدالة g :

$$\begin{aligned} g'(x) &= -e^x - xe^x \\ &= -(1+x)e^x \end{aligned}$$

لدينا: $e^x > 0$ ومنه إشارة $g'(x)$ من إشارة $-(1+x)$:

$$\begin{aligned} -(1+x) = 0 &\Rightarrow 1+x = 0 \\ &\Rightarrow x = -1 \end{aligned}$$

- جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	1	$1 + e^{-1}$	$-\infty$

③

أ/ تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α فيالمجال $[-1; +\infty[$:لدينا: الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على $[-1; +\infty[$

$$\text{ولدينا: } g(-1) \times \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) < 0$$

فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبلحلا وحيدا α في المجال $[-1; +\infty[$ ب/ التحقق أن $0.5 < \alpha < 0.6$:

$$\text{لدينا: } g(0.5) \times g(0.6) < 0$$

$$\text{لأن } g(0.5) \approx 0.18$$

$$\text{و } g(0.6) \approx -0.09$$

فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبلحلا وحيدا α حيث $0.5 < \alpha < 0.6$ - استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_1 في المجال $[-1.6; -1.5]$ حيث $-1.6 < x_1 < -1.5$

• لدينا الدالة f مستمرة ومتناقصة على المجال $[1.5; 1.6]$

ولدينا: $f(1.6) \times f(1.5) < 0$

لأن $f(1.5) \approx -0.26$

و $f(1.6) \approx 0.37$

فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_2 في المجال $[1.5; 1.6]$ حيث $1.5 < x_2 < 1.6$

• إذن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلان x_1 و x_2

حيث: $-1.6 < x_1 < -1.5$

و $1.5 < x_2 < 1.6$

ب/ إنشاء (Δ) و (C_f) :

• نعين النقطة $(1; -2)$ نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) .

• نرسم المستقيم المقارب المائل (Δ) ذو المعادلة

$y_{(\Delta)} = -x - 1$ باستعمال جدول القيم المساعدة.

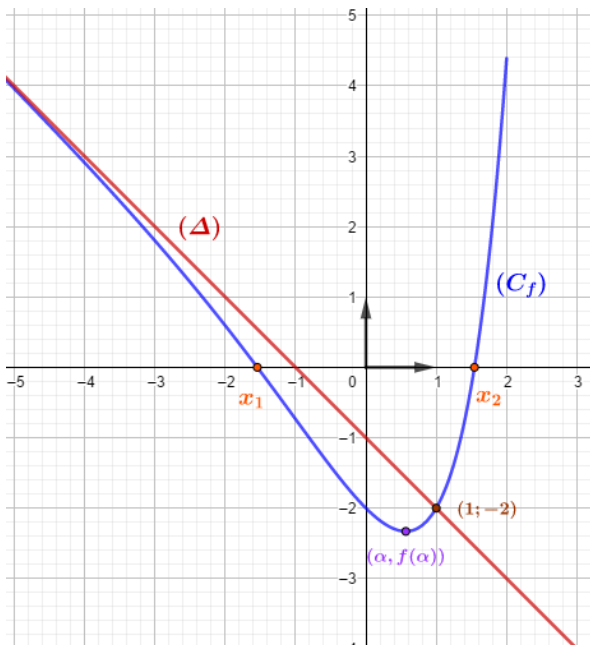
• نعين النقطتين x_1 و x_2 نقطتي تقاطع (C_f) مع

حامل محور الفواصل.

• نعين النقطة ذات الاحداثيات $(\alpha; f(\alpha))$.

• باستعمال جدول تغيرات الدالة f نرسم (C_f) مع

الاستعانة بجدول الوضعية



$$\Rightarrow (0.5)^2 + 1 < \alpha^2 + 1 < (0.6)^2 + 1$$

ولدينا:

$$\begin{aligned} 0.5 < \alpha < 0.6 \\ \Rightarrow \frac{1}{0.6} < \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{0.5} \\ \Rightarrow -\frac{1}{0.5} < -\frac{1}{\alpha} < -\frac{1}{0.6} \end{aligned}$$

ومنه:

$$-\frac{(0.5)^2 + 1}{0.5} < -\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha} < -\frac{(0.6)^2 + 1}{0.6}$$

أي:

$$-2.5 < f(\alpha) < -2.26$$

4

أ/ تبين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$

مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - y_{(\Delta)}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} ((x-1)e^x) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - e^x) \\ &= 0 \end{aligned}$$

إذن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ مستقيم مقارب

مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$:

ب/ دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) :

$$f(x) - y_{(\Delta)} = (x-1)e^x$$

لدينا $e^x > 0$

إذن إشارة الفرق من إشارة $(x-1)$:

$$x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	1	2
$f'(x)$	-	0	+

- الوضعية:

• (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]-\infty; 1[$

• (C_f) يقطع (Δ) لما $x = 1$ أي في النقطة ذات

الاحداثيات $(1; -2)$

• (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]1; 2]$

5

أ/ تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 :

• لدينا الدالة f مستمرة ومتناقصة على المجال

$[-1.6; -1.5]$

ولدينا: $f(-1.6) \times f(-1.5) < 0$

لأن $f(-1.6) \approx 0.08$ و $f(-1.5) \approx -0.06$



22

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

x	$-\infty$	β	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$	0

(II)

① حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)]$:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = -1$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [xe^x] = 0$ (نهاية شهيرة)

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1 - e^{-x}}{x + e^{-x}} \right] = 0$$

- التفسير الهندسي:

• (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $-\infty$ معادلته:

$$y = -1$$

• (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ معادلته:

$$y = 0$$

② تبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{e^x(xe^x + 1) - (e^x + xe^x)(e^x - 1)}{(xe^x + 1)^2} \\ &= \frac{xe^{2x} + e^x - e^{2x} + e^x - xe^{2x} + xe^x}{(xe^x + 1)^2} \\ &= \frac{-e^{2x} + 2e^x + xe^x}{(xe^x + 1)^2} \\ &= \frac{e^x(x + 2 - e^x)}{(xe^x + 1)^2} \\ &= \frac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2} \end{aligned}$$

③ دراسة اتجاه تغير الدالة f :لدينا $e^x > 0$ و $(xe^x + 1)^2 > 0$ ومنه إشارة $f'(x)$ منإشارة $g(x)$ ولدينا: $f(0) = 0$ ومنه جدول التغيرات كالتالي:

x	$-\infty$	β	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	-1	$f(\beta)$	0	$f(\alpha)$	0

(I)

① دراسة تغيرات الدالة g :

- النهايات:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] = -\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[e^x \left(\frac{x}{e^x} + \frac{2}{e^x} - 1 \right) \right] = -\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x}{e^x} \right] = 0$ (نهاية شهيرة)- حساب $g'(x)$:

$$g'(x) = 1 - e^x$$

لدينا:

$$g'(x) = 0 \Rightarrow 1 - e^x = 0$$

$$\Rightarrow e^x = 1$$

$$\Rightarrow x = \ln 1$$

$$\Rightarrow x = 0$$

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$

② تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلان α و β :لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على $\mathbb{R}$ ولدينا: $g(1.15) = -0.008$ و $g(1.14) = 0.01$ ولدينا: $g(1.14) \times g(1.15) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في المجال $[1.14; 1.15]$:ولدينا: $g(-1.8) = 0.03$ و $g(-1.9) = -0.04$ ولدينا: $g(-1.9) \times g(-1.8) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد β في المجال $[-1.9; -1.8]$:③ استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

جدول تغيرات الدالة h :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$
$h(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

من جدول التغيرات نجد أعلى قيمة تأخذها الدالة h هي 0 ومنه $h(x) \leq 0$.

7 / التحقق من أن: $p(0) = 0$

$$p(0) = 1 - 2 + 1 = 0$$

8

أ / تبين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) عمودي على المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 5$:

◀ يتعامد مستقيمان إذا كان جداء ميليهما يساوي -1 ▶

ومنه:

$$\begin{aligned} f'(a) \times -1 &= -1 \\ \Rightarrow f'(a) &= 1 \\ \Rightarrow \frac{e^a(a+2-e^a)}{(ae^a+1)^2} &= 1 \\ \Rightarrow e^a(a+2-e^a) &= (ae^a+1)^2 \\ \Rightarrow (ae^a+1)^2 - e^a(a+2-e^a) &= 0 \\ \Rightarrow a^2e^{2a} + 1 + 2ae^a + e^{2a} - 2e^a - ae^a &= 0 \\ \Rightarrow (a^2+1)e^{2a} + (a-2)e^a + 1 &= 0 \\ \Rightarrow p(a) &= 0 \\ \Rightarrow a &= 0 \end{aligned}$$

المعادلة تقبل حل، ومنه (C_f) يقبل مماسا (T) عمودي على المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 5$

ب / كتابة معادلة للمماس (T) :

$$\begin{aligned} (T): y &= f'(0)(x-0) + f(0) \\ &= x + f(0) \\ &= x \end{aligned}$$

ج / دراسة وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمماس (T) :

ندرس إشارة الفرق: $f(x) - y$

$$\begin{aligned} f(x) - y &= \frac{e^x - 1}{xe^x + 1} - x \\ &= \frac{e^x - 1 - x^2e^x - x}{xe^x + 1} \\ &= \frac{e^x(1 - x^2) - (1 + x)}{xe^x + 1} \\ &= \frac{e^x(1 - x)(1 + x) - (1 + x)}{xe^x + 1} \end{aligned}$$

4 / تعيين دون حساب كل من: $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right]$

و: $\lim_{x \rightarrow \beta} \left[\frac{f(x) - f(\beta)}{x - \beta} \right]$

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right] &= f'(\alpha) = 0 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow \beta} \left[\frac{f(x) - f(\beta)}{x - \beta} \right] &= f'(\beta) = 0 \end{aligned}$$

- التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في

النقطتين ذات الفاصلتين α و β . معادلة كل منها

$y = f(\alpha)$ و $y = f(\beta)$ على الترتيب

5 / تبين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$

لدينا:

$$\begin{aligned} g(\alpha) = 0 &\Rightarrow \alpha + 2 - e^\alpha \\ &\Rightarrow e^\alpha = \alpha + 2 \end{aligned}$$

ومنه:

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \frac{e^\alpha - 1}{\alpha e^\alpha + 1} \\ &= \frac{\alpha + 2 - 1}{\alpha(\alpha + 2) + 1} \\ &= \frac{\alpha + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \\ &= \frac{\alpha + 1}{(\alpha + 1)^2} \\ &= \frac{1}{\alpha + 1} \end{aligned}$$

- حصر $f(\alpha)$:

لدينا:

$$\begin{aligned} 1.14 &< \alpha < 1.15 \\ 1.14 + 1 &< \alpha + 1 < 1.15 + 1 \\ \frac{1}{2.15} &< \frac{1}{\alpha + 1} < \frac{1}{2.14} \end{aligned}$$

ومنه:

$$0.46 < f(\alpha) < 0.46$$

6 / تبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) \leq 0$

لدينا $h(0) = 0$

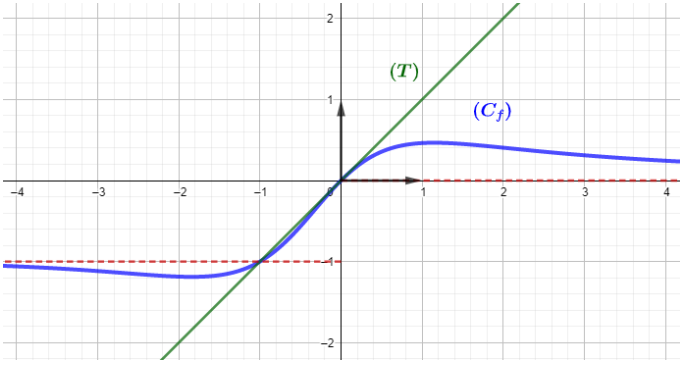
ولدينا:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [h(x)] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[e^x \left(1 - x - \frac{1}{e^x} \right) \right] = -\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [h(x)] &= -\infty \end{aligned}$$

ولدينا:

$$h'(x) = -xe^x$$

- ثم باستعمال جدول التغيرات نرسم (C_f)



10 المناقشة البيانية:

$$\begin{aligned} e^x(1 - mx^2) + mx - 1 &= 0 \\ \Rightarrow e^x - mx^2e^x + mx - 1 &= 0 \\ \Rightarrow mx(1 - xe^x) &= 1 - e^x \\ \Rightarrow mx &= \frac{1 - e^x}{1 - xe^x} \\ \Rightarrow \frac{e^x - 1}{xe^x - 1} &= mx \\ \Rightarrow f(x) &= mx \end{aligned}$$

حلول المعادلة هي نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة: $f(x) = mx$ ، ومنه:

لما $m \leq 0$ المعادلة تقبل حل وحيدا معدوم

لما $0 < m < 1$ المعادلة تقبل حل موجب تماما وحل

معدوم وحل سالب

لما $m = 1$ المعادلة تقبل حلا معدوما وحلا

سالب تماما

لما $m > 1$ المعادلة تقبل حلا معدوما

$$\begin{aligned} &= \frac{(1+x)(e^x - xe^x - 1)}{xe^x + 1} \\ &= \frac{(1+x)h(x)}{xe^x + 1} \end{aligned}$$

لدينا: $h(x) \leq 0$

ولدينا:

$$1 + x = 0 \Rightarrow x = -1$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$1+x$	$-$	0	$+$

- ندرس إشارة $(xe^x + 1)$:

نضع $\varphi(x) = xe^x + 1$

$$\varphi'(x) = e^x + xe^x = e^x(1+x)$$

$e^x > 0$ ومنه إشارة $\varphi'(x)$ من إشارة $(1+x)$

$$1 + x = 0 \Rightarrow x = -1$$

- جدول تغيرات $\varphi(x)$:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$\varphi'(x)$	$-$	0	$+$
$\varphi(x)$	1	0.6	$+\infty$

من جدول تغيرات $\varphi(x)$ نلاحظ أن $\varphi(x) > 0$ ومنه:

اذن إشارة الفرق $f(x) - y$ كالآتي

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$h(x)$	$-$	$-$	$-$
$1+x$	$-$	0	$+$
$f(x) - y$	$+$	0	$-$

- الوضعية:

• (C_f) فوق (T) لما $x \in]-\infty; -1[$

• (C_f) يقطع (T) في النقطة $A(-1; -1)$

• (C_f) تحت (T) لما $x \in]-1; +\infty[$

9 التمثيل البياني:

خطوات التمثيل على معلم متعامد ومتجانس:

• نرسم المستقيمات المقاربة: $(y = 0)$ و $(y = -1)$

• نرسم المماس (T) .

ب/ حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- لأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x) = 0$
- التفسير الهندسي:

- (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $-\infty$ معادلته $y = 0$
- (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ معادلته $y = 1$

3

أ/ تبين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(e^{-x}+x)^2}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{e^{-x} + x - x(-e^{-x} + 1)}{(e^{-x} + x)^2} \\ &= \frac{e^{-x} + x + xe^{-x} - x}{(e^{-x} + x)^2} \\ &= \frac{e^{-x}(1+x)}{(e^{-x} + x)^2} \end{aligned}$$

ب/ دراسة تغيرات الدالة f :

- لدينا: $e^{-x} > 0$ و $(e^{-x} + x)^2 > 0$
- إذن: إشارة $f'(x)$ من إشارة $x + 1$
- $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	$\frac{1}{1-e}$	1

4

أ/ كتابة معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات

الفصلة 0

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0) = x$$

ب/ التحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$

$$\begin{aligned} x - f(x) &= x - \frac{x}{e^{-x} + x} \\ &= \frac{x(e^{-x} + x) - x}{e^{-x} + x} \\ &= \frac{x(e^{-x} + x - 1)}{e^{-x} + x - 1 + 1} \\ &= \frac{xg(x)}{g(x) + 1} \end{aligned}$$

- استنتاج إشارة $x - f(x)$

I

1 تعيين نهايات الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x}(1 + xe^x - e^{-x})) = +\infty$

2 دراسة اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$:

$$g'(x) = -e^{-x} + 1$$

لدينا:

$$\begin{aligned} g'(x) = 0 &\Rightarrow -e^{-x} + 1 = 0 \\ &\Rightarrow e^{-x} = 1 \\ &\Rightarrow -x = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

3 تبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) \geq 0$

من جدول التغيرات الدالة تبلغ قيمة حدية دنيا عند $(0; 0)$

إذن $g(x) \geq 0$

- استنتاج أن $e^{-x} + x \geq 1$

لدينا: $g(x) \geq 0$ أي: $e^{-x} + x - 1 \geq 0$

إذن: $e^{-x} + x \geq 1$

II

1 تبين أن مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R}$:

لدينا: $e^{-x} + x \geq 1$ إذن: $e^{-x} + x > 0$

وعليه: $D_f = \mathbb{R}$

2

أ/ التحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{e^{-x} + x} \\ &= \frac{x}{x\left(\frac{e^{-x}}{x} + 1\right)} \\ &= \frac{1}{\frac{e^{-x}}{x} + 1} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{xe^x} + 1} \end{aligned}$$

إشارة $f(x) - x$ من إشارة x

لأن: $g(x) > 0$

و: $g(x) + 1 > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$x - f(x)$	$-$	0	$+$

ج/ استنتاج الوضع النسبي بين (C_f) والمستقيم (T) :

لدينا:

$$f(x) - y_{(T)} = -\frac{xg(x)}{g(x) + 1}$$

وعليه:

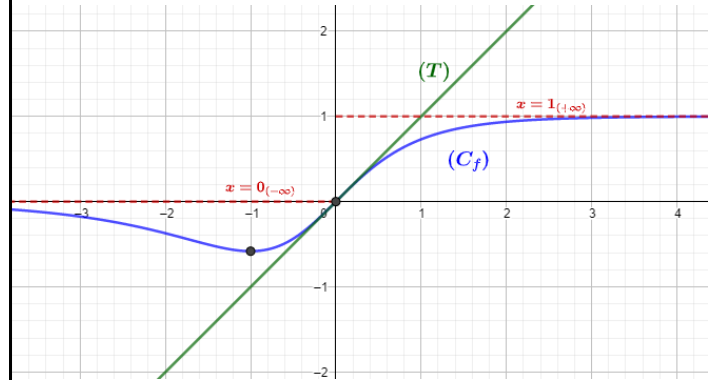
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y_{(T)}$	$+$	0	$-$

• (C_f) فوق (T) لما $x \in]-\infty; 0[$

• (C_f) يقطع (T) لما $x = 0$

• (C_f) تحت (T) لما $x \in]0; +\infty[$

5 إنشاء (T) و (C_f) :



6 المناقشة البيانية:

$$\begin{aligned} \frac{xe^x}{xe^x + 1} - 1 = m &\Rightarrow \frac{xe^x e^{-x}}{(xe^x + 1)e^{-x}} = m + 1 \\ &\Rightarrow \frac{x}{x + e^{-x}} = m + 1 \\ &\Rightarrow f(x) = m + 1 \end{aligned}$$

حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيمات

ذات المعادلة $y_m = m + 1$

• لما $y_m < \frac{1}{1-e}$ أي لما $m < \frac{1}{1-e} - 1$

أي لما $m < \frac{e}{1-e}$ المعادلة لا تقبل حلول

• لما $y_m = \frac{1}{1-e}$ أي لما $m = \frac{e}{1-e}$

المعادلة تقبل حل مضاعف سالب

• لما $\frac{1}{1-e} < y_m < 0$ أي لما $\frac{e}{1-e} < m < -1$

المعادلة تقبل حلين سالبين تماما

• لما $y_m = 0$ أي لما $m = -1$

المعادلة تقبل حل معدوم

• لما $0 < y_m < 1$ أي لما $-1 < m < 0$

المعادلة تقبل حل موجب تماما

• لما $y_m \geq 1$ أي لما $m \geq 0$

المعادلة لا تقبل حلول



24

حل المسألة رقم:

مشاهدة المسألة

♥ بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا ♥

لا تنسونا من صالح دعائكم



#الخليل_للمرياضيات