

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

الجزء الأول: (10 نقاط)

لتكن $E(x)$ عبارة جبرية من الدرجة الثانية بمجهول x معرفة كما يلي:

$$E(x) = x^2 - 2x - 3$$

1. اكتب العبارة الجبرية $E(x)$ على الشكل النموذجي.
2. حلل العبارة الجبرية $E(x)$ إلى جداء عبارتين جبريتين من الدرجة الأولى، ثم استنتج إشارتها.
3. لنعتبر الآن الدالة g المعرفة كما يلي: $g : x \mapsto E(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .
4. عين عبارة الدالة المشتقة لدالة g ثم استنتج اتجاه تغيراتها.
5. عين القيم الحدية في حالة وجودها.
6. أثبت المنحنى الممثل للدالة g يقبل المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ كمحور تناظر.
7. استنتج إحداثيات نقاط التقاطع للمنحنى الممثل للدالة g مع حامي محوري الترتيب والفواصل.
8. أنجز جدول التغيرات للدالة السابقة، ثم أنشئ التمثيل البياني الموافق لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$.

الجزء الثاني: (10 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $D_f =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ بالدستور الآتي:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1} \quad \text{و} \quad (\gamma) \text{ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس } (O; \vec{i}, \vec{j})$$

1. عين الأعداد الحقيقية a, b, c التي تحقق من أجل كل عدد حقيقي x من D_f المساواة:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$$

2. احسب النهايات عند أطراف مجال تعريفها D_f .
3. احسب النهاية $f(x) - x - 3$ لما يؤول x إلى ما لانهاية. ماذا يعني ذلك هندسياً؟
4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f الدالة f قابلة للاشتقاق ودالتها المشتقة هي:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$

5. أدرس تغيرات الدالة f مبرزاً جدول تغيراتها.
6. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
7. أثبت المنحنى (γ) الممثل للدالة f يقبل النقطة $S(1; 4)$ كمركز تناظر.
8. أنشئ كل من المستقيم (T) والمنحنى (γ) على نفس المعلم السابق.