

العمليات على الكسور - الأعداد الناطقة

مقارنة كسرين:

أصغر كسرين لهما نفس المقام هو الذي بسطه أصغر. مثال : $\frac{5}{3} < \frac{8}{3}$

إذا كان البسط أكبر من المقام، فإن الكسر أكبر من 1. مثال : $\frac{7}{4} > 1$

إذا كان البسط أصغر من المقام، فإن الكسر أصغر من 1. مثال : $\frac{2}{5} < 1$

توحيد المقامات :

لتوحيد مقامي كسرين مختلفين، نبحث عن مضاعفات كلا المقامين ثم نأخذ أول مضاعف مشترك لهما.

مثال : لنوجد مقامي الكسرين التاليين : $\frac{4}{7}$ و $\frac{8}{3}$

مضاعفات 3 هي: 0، 3، 6، 9، 12، 15، 18، (21)، 24، 27، 30،

مضاعفات 7 هي : 0، 7، 14، (21)، ...

المضاعف المشترك الأصغر (غير معدوم) للعددين 3 و 7 هو 21.

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{12}{21} \quad ; \quad \frac{8}{3} = \frac{8 \times 7}{3 \times 7} = \frac{56}{21}$$

القواعد الخاصة بالعمليات الأربعة على الكسور :

1. الجمع:

• لجمع كسرين لهما نفس المقام، نجمع بسطيهما و نحتفظ بنفس المقام.

$$\text{مثال : } \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$$

• لجمع كسرين لهما مقامان مختلفان، نوجد المقامين و نطبق القاعدة السابقة.

$$\text{مثال : } \frac{56}{21} + \frac{12}{21} = \frac{8}{3} + \frac{4}{7} = \frac{12+56}{21} = \frac{68}{21}$$

2. الطرح:

• لطرح كسرين لهما نفس المقام، نطرح بسطيهما و نحتفظ بنفس المقام.

$$\text{مثال : } 1 - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$$

• لطرح كسرين لهما مقامان مختلفان، نوجد المقامين و نطبق القاعدة السابقة.

$$\text{مثال : } \frac{14}{9} - \frac{28}{18} = \frac{5}{6} - \frac{15}{18} = \frac{28-15}{18} = \frac{13}{18}$$

3. الضرب:

• لضرب كسرين ، نضرب البسطين في بعضهما و المقامين في بعضهما.

$$\text{مثال : } \frac{14}{15} \times \frac{4}{7} = \frac{14 \times 4}{15 \times 7} = \frac{44}{75}$$

4. القسمة:

• لقسمة كسرين، نضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني.

مثال :

$$\frac{3}{2} : \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \times \frac{10}{15} = \frac{30}{30} = 1$$

$$\frac{3}{8} : \frac{9}{4} = \frac{3}{8} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$$

مقارنة عددين ناطقين:

لمقارنة عددين ناطقين x و y ، ندرس إشارة الفرق x - y .

إذا كان الفرق x - y سالبا ، يعني أن x أصغر من y.

إذا كان الفرق x - y موجبا ، يعني أن x أكبر من y.

إذا كان الفرق x - y معدوما ، يعني أن x يساوي y.

تمرين تطبيقي:

(1) أكمل الجدول التالي:

A	B	C	D	$\frac{A}{B}$	$\frac{C}{D}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{A+C}{B+D}$	$\frac{A-C}{B-D}$	$\frac{C}{D} \times \frac{A}{B}$	$\frac{C}{D} : \frac{A}{B}$	$\frac{B}{D} : \frac{A}{C}$
7	-5	3	-8									

(2) رتب الكسور $\frac{A}{B}$ ، $\frac{C}{D}$ ، $\frac{A}{C}$ ، $\frac{B}{D}$ ترتيبا تصاعديا.

(3) أحسب $\frac{D}{A} \times \frac{A}{D}$ ماذا تستنتج ؟

(4) أحسب $\frac{A}{C} : \frac{B}{D}$. ماذا تلاحظ ؟

(5) أحسب المجموع $\frac{B}{C} + \frac{A}{B} + \frac{D}{A}$

حل التمرين التطبيقي:

(1) لدينا: A = 7 ، B = -5 ، C = 3 ، D = -8

$$\frac{B}{D} = \frac{5}{8} \quad , \quad \frac{A}{C} = \frac{7}{3} \quad , \quad \frac{C}{D} = -\frac{3}{8} \quad , \quad \frac{A}{B} = -\frac{7}{5}$$

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \left(-\frac{7}{5}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right) = \left(-\frac{7 \times 8}{5 \times 8}\right) + \left(-\frac{3 \times 5}{8 \times 5}\right) = \left(-\frac{56}{40}\right) + \left(-\frac{15}{40}\right) = -\frac{71}{40}$$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \left(-\frac{7}{5}\right) - \left(-\frac{3}{8}\right) = \left(-\frac{7 \times 8}{5 \times 8}\right) + \left(+\frac{3 \times 5}{8 \times 5}\right) = \left(-\frac{56}{40}\right) + \left(+\frac{15}{40}\right) = -\frac{41}{40}$$

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \left(-\frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{7 \times 3}{5 \times 8} = \frac{21}{40}$$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \left(-\frac{7}{5}\right) : \left(-\frac{3}{8}\right) = \left(-\frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{56}{15}$$

$$\frac{A}{C} : \frac{B}{D} = \frac{7}{3} : \frac{5}{8} = \frac{7}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{56}{15}$$

(2) نلاحظ أن : $\frac{B}{D} < 1$ ، $1 < \frac{A}{C}$ ، $\frac{C}{D} > -1$ ، $-1 > \frac{A}{B}$

إذن $\frac{A}{C} < \frac{B}{D} < \frac{C}{D} < \frac{A}{B}$

$$1 = \frac{35}{35} = \frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = \frac{D}{A} \times \frac{A}{D} \quad (3)$$

نستنتج أن نتيجة ضرب أي كسر في مقلوبه تساوي دائما 1.

$$\frac{56}{15} = \frac{8}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{5}{8} : \frac{7}{3} = \frac{B}{D} : \frac{A}{C} \quad (4)$$

نلاحظ أن : $\frac{C}{D} : \frac{A}{B} = \frac{B}{D} : \frac{A}{C}$

(5) لحساب المجموع $\frac{B}{C} + \frac{A}{B} + \frac{D}{A}$ ، نبحث عن المضاعف المشترك

الأصغر للأعداد 3 ، 5 و 7 :

$$م3 = 0 ، 3 ، 6 ، 9 ، ... ، 90 ، 93 ، 96 ، 99 ، 102 ، \underline{105} ، ...$$

$$م5 = 0 ، 5 ، 10 ، 15 ، 20 ، ... ، 100 ، \underline{105} ، ...$$

$$م7 = 0 ، 7 ، 14 ، 21 ، 28 ، ... ، 70 ، 77 ، 84 ، 91 ، 98 ، \underline{105} ، ...$$

إذن المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 3 ، 5 و 7 هو 105.

$$\left(-\frac{7}{5}\right) + \left(-\frac{5}{3}\right) + \left(-\frac{8}{7}\right) = \left(-\frac{7 \times 21}{5 \times 21}\right) + \left(-\frac{5 \times 35}{3 \times 35}\right) + \left(-\frac{8 \times 15}{7 \times 15}\right)$$

$$= \frac{(-147) + (-175) + (-120)}{105} = -\frac{442}{105}$$