

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

⚠️ تجنب الشطب واستعمال المصحح.

☆ التمرين الأول: (06 نقاط)

- نعتبر العددان الصحيحان a و b حيث: $a \equiv 33[7]$ و $b \equiv 6[7]$.
- ① عين باقي القسمة الاقليدية للعدد a على 7.
 - ② إستنتج باقي القسمة الاقليدية للعددين $a + 3b$ و $a^2 - 2b$ على 7.
 - ③ تحقق أن $b \equiv -1[7]$. ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعددين b^{2024} و b^{1445} على 7.
 - ④ بين أن $A \equiv 0[7]$ حيث: $A = b^{2024} - b^{1445} + 33$.
 - ⑤ عين قيم العدد الطبيعي n الاصغر من أو يساوي 22 بحيث: $(a + b^{2n})^3 + n \equiv 0[7]$.

☆ التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول u_0 حيث: $u_0 = 2$ و $u_5 + u_2 = 25$.
- ① بين أن أساسها $r = 3$. ثم إستنتج إتجاه تغيرها.
 - ② اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n . ثم احسب الحد الخامس عشر للمتتالية (u_n) .
 - ③ هل العدد 1442 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ إذا كان جواب بنعم عين رتبته.
 - ④ احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
 - ⑤ عين قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n = 187$.

☆ التمرين الثالث: (08 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كإيلي: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- ① احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

- ② احسب $f'(x)$. ثم ادرس إشارتها. (f' الدالة المشتقة للدالة f) .
- ③ استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- ④ بين أن منحنى الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
- ⑤ اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.
- ⑥ أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (1-x)(x+2)^2$.
 ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ، ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.
- ⑦ أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم السابق.

☆ انتهى الإختبار ☆

يقول حكيم:

" المتواكل هو الشخص الذي يتغنى بأن الصبر هو مفتاح الفرج، ولا يكلف نفسه عناء البحث عن الباب الذي سيستخدم فيه هذا المفتاح لفتحه "

📚 أستاذ المادة: فراحية المحفوظ

الإجابات النموذجية لاختبار الفصل الثاني

حل التمرين الأول:

a و b عددين صحيحان؛ حيث $a \equiv 33[7]$ و $b \equiv 6[7]$

① - تخمين باقي قسمة a على 7:

لدينا $a \equiv 33[7]$ ولدينا

$$\begin{array}{r} 33 \div 7 \\ 28 \quad 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

أي $33 \equiv 5[7]$ ومنه حسب التقدير نجد $a \equiv 5[7]$

ومنه باقي قسمة a على 7 هو 5.

② - استخرج باقي قسمة العددين $a+3b$ و a^2-2b على 7.

لدينا $a \equiv 5[7]$ ولدينا $b \equiv 6[7]$ أي $3b \equiv 18[7]$

$$\begin{array}{r} 23 \div 7 \\ 21 \quad 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

بالجمع نجد $a+3b \equiv 18+5[7]$ أي $a+3b \equiv 23[7]$ ولدينا

أي $23 \equiv 2[7]$ وبالتقدير نجد: $a+3b \equiv 2[7]$

إذاً باقي قسمة $a+3b$ على 7 هو 2.

ولدينا $a \equiv 5[7]$ أي $a^2 \equiv 25[7]$ ولدينا $b \equiv 6[7]$ أي $2b \equiv 12[7]$

بالطرح نجد $a^2-2b \equiv 25-12[7]$ أي $a^2-2b \equiv 13[7]$ أي $a^2-2b \equiv 6[7]$

ومنه باقي قسمة a^2-2b على 7 هو 6.

③ - التحقق أن $b \equiv -1[7]$

لدينا $b \equiv 6[7]$ ومنه $b \equiv 6-7[7]$ أي $b \equiv -1[7]$

استخرج باقي قسمة b^{2024} على 7:

لدينا: $b \equiv -1[7]$ أي $b^{2024} \equiv (-1)^{2024}[7]$ أي $b^{2024} \equiv 1[7]$

ومنه باقي قسمة b^{2024} على 7 هو 1.

استخرج باقي قسمة b^{1445} على 7:

لدينا $b \equiv -1[7]$ أي $b^{1445} \equiv (-1)^{1445}[7]$ أي $b^{1445} \equiv -1[7]$ أي $b^{1445} \equiv -1+7[7]$

أي $b^{1445} \equiv 6[7]$ ومنه باقي قسمة b^{1445} على 7 هو 6.

④ - تبين أن $A \equiv 0[7]$ حيث $A = b^{2024} b^{1445} + 33$

$$\begin{array}{r} 28 \div 7 \\ 28 \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

لدينا: $b^{2024} b^{1445} + 33 \equiv 1 \cdot 6 + 33[7]$ أي $b^{2024} b^{1445} + 33 \equiv 28[7]$ ولدينا

ولدينا $28 \equiv 0[7]$ حسب التقدير نجد $b^{2024} b^{1445} + 33 \equiv 0[7]$

ومنه $A \equiv 0[7]$

⑤ - تعيين قيم n الأصغر أو يساوي 22 بحيث : $(a+b^{2n})^3 + n \equiv 0 [7]$ ---- *

لدينا $a \equiv 5 [7]$ و $b \equiv -1 [7]$ أي $b^{2n} \equiv (-1)^{2n} [7]$ أي $b^{2n} \equiv 1 [7]$

بالرجوع نجد $(a+b^{2n})^3 \equiv 6 [7]$ أي $(a+b^{2n})^3 \equiv 6^3 [7]$ أي $(a+b^{2n})^3 \equiv 216 [7]$

أي $(a+b^{2n})^3 \equiv 6 [7]$ بالتقريب في * نجد $6+n \equiv 0 [7]$ أي $n \equiv -6 [7]$ أي $n \equiv 1 [7]$

ومنه $n = 7k+1$ $k \in \mathbb{N}$ أما أجل $k=0$ نجد $n=1$ أما أجل $k=1$ نجد $n=8$

من أجل $k=2$ نجد $n=15$ أما أجل $k=3$ نجد $n=22$ ومنه $n \in \{1; 8; 15; 22\}$

حل المترين الثاني :

(u_n) متتالية حسابية حيث $u_0 = 2$ و $u_5 + u_2 = 25$ ---- *

① - تبين أن أساسها $r = 3$.

لدينا $u_n = u_0 + nr$ ومنه $u_2 = u_0 + 2r = 2 + 2r$ و $u_5 = u_0 + 5r = 2 + 5r$

بالتقريب في * نجد $2 + 5r + 2 + 2r = 25$ أي $4 + 7r = 25$ أي $7r = 21$

أي $r = \frac{21}{7} = 3$. إلا ساج ، بما أن $r > 0$ فالمتتالية (u_n) متزايدة تمامًا على $\mathbb{N}$.

② - عبارة الحد العام u_n بدلالة n :

من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ نجد $u_n = u_0 + nr$ أي $u_n = 2 + 3n$

حساب الحد الخامس عشر :

الحد الخامس عشر دليله P حيث $P = 0 + 1 = 15$ أي $P = 14$

ومنه $u_{14} = 2 + 3(14) = 2 + 42 = 44$

③ - الحد 1442 حد من حدود المتتالية (u_n) :

لدينا $u_n = 1442$ معناه $2 + 3n = 1442$ أي $3n = 1440$ أي $n = \frac{1440}{3} = 480$

ومنه 1442 حد من حدود المتتالية (u_n) دليله 480 ورتبته $480 - 0 + 1 = 481$

④ - حساب بدلات

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{n-0+1}{2} (u_0 + u_n)$$

$$= \frac{n+1}{2} (2 + 2 + 3n)$$

$$= \frac{n+1}{2} (4 + 3n)$$

⑤ - تعيين قيم n بحيث $S_n = 187$:

لدينا $S_n = 187$ أي $\frac{n+1}{2} (4 + 3n) = 187$ أي $(n+1)(4+3n) = 374$ أي $3n^2 + 7n - 370 = 0$

ولدينا مميزه : $\Delta = b^2 - 4ac$ أي $\Delta = 7^2 - 4(3)(-370)$ أي $\Delta = 4489 > 0$

②

ومن ثم للمعادلة حلان

$$n_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - \sqrt{4489}}{2(3)} = \frac{-7 - 67}{6} = \frac{-74}{6}$$

$$n_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 + \sqrt{4489}}{2(3)} = \frac{-7 + 67}{6} = \frac{60}{6} = 10$$
 ومن ثم قيم n هي $n=10$
حل التمرين الثالث:

$D_f =]-\infty; +\infty[$ ، $f(n) = -n^3 - 3n^2 + 4$

① - حساب النهايات:

$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} -n^3 = -\infty$ و $\lim_{n \rightarrow -\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow -\infty} -n^3 = +\infty$

② - حساب $f'(n)$:

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $f'(n) = -3n^2 - 6n = n(-3n - 6)$ ، دراسة إشارة $f'(n)$:

لدينا $f'(n) = 0$ معناه $n(-3n - 6) = 0$ أي $n = 0$ أو $-3n - 6 = 0$

n	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(n)$	$-$	$+$	$+$	$-$

أي $n = 0$ أو $n = -2$

③ - دراسة اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f متناقصة تمامًا على المجال $]-\infty; -2]$ و المتزايدة على المجال $[0; +\infty[$.

ومتزايدة تمامًا على المجال $[-2; 0]$.

n	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(n)$	$-$	$+$	$+$	$-$
$f(n)$	$+\infty$	$f(-2) = 0$	$f(0) = 4$	$-\infty$

جدول تغيرات الدالة f :

$f(-2) = -(-2)^3 - 3(-2)^2 + 4 = 0$

$f(0) = -(0)^3 - 3(0)^2 + 4 = 4$

④ - تبين أن (f) يقبل نقطتي انعطاف:

لدينا $f'(n) = -3n^2 - 6n$ ، ولدينا f' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $f''(n) = -6n - 6$

ولدينا $f''(n) = 0$ معناه $-6n - 6 = 0$ أي $-6n = 6$ أي $n = \frac{6}{-6} = -1$

ولدينا $f(-1) = -(-1)^3 - 3(-1)^2 + 4 = 2$

n	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f''(n)$	$+$	$-$	$-$

ومن ثم $A(-1; 2)$ نقطة انعطاف لـ (f) .

⑤ - معادلة المماس (T) عند نقطة ذات الصلة $n_0 = -1$:

$f'(-1) = -3(-1)^2 - 6(-1) = 3$

$f(-1) = -(-1)^3 - 3(-1)^2 + 4 = 2$

$$(T); y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$$

$$y = 3(x + 1) + 2 = 3x + 3 + 2$$

$$y = 3x + 5$$

③

⑥. التحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = (1-x)(x+2)^2$

من أجل $x \in \mathbb{R}$ نجد

$$(1-x)(x+2)^2 = (1-x)(x^2+4x+4)$$

$$= x^2+4x+4x-x^3-4x-4x^2$$

$$= -x^3-3x^2+4$$

$$= f(x)$$

جـ. حل المعادلات $f(x) = 0$:

لدينا $f(x) = 0$ معناه $(1-x)(x+2)^2 = 0$ أي $1-x=0$ أو $x+2=0$

أي $x=1$ أو $x=-2$

نقط تقاطع (f) مع محور الإحداثيات :

مع محور x : $y=0$ أي $f(x)=0$ أي $x=1$ أو $x=-2$

ومنه (f) يقطع محور الفواصل في نقطتين $(1,0)$ و $(-2,0)$

مع محور الترتيب : $x=0$ ولدينا $f(0) = -(0)^3 - 3(0)^2 + 4 = 4$

ومنه (f) يقطع محور الترتيب في النقطة $(0,4)$

x	0	-1
y	5	2

$$(T): y = 3x + 5$$

⑦. رسم (f) و (T) أساساً

