

حل لتمرين-1-

الجزء الأول :

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h) - g(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 + 3h + 4 - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 + 3h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h^2 + 3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h + 3) = 3$$

g قابلة للاشتقاق عند 0 و عددها المشتق عند 0 هو $g'(0) = 3$.
هندسيا : (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا معامل توجيهه 3 .

2. دراسة تغيرات الدالة g :

من أجل كل x من $[-3; 3]$ ، $g'(x) = 3x^2 + 3$.

من أجل كل x من $[-3; 3]$ ، $g'(x) > 0$. و بالتالي الدالة g متزايدة تماما على $[-3; 3]$

جدول التغيرات :

x	-3	3
$g(x)$	-32	40

3. بين أن (C) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 6 يطلب تعيين معادلة لكل منهما .

$g'(x) = 6$ معناه $3x^2 + 3 = 6$ و منه $3x^2 = 3$ و منه $x^2 = 1$ و منه $x = -1$ أو $x = 1$.
اذن : (C) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 6

أحدهما عند النقطة ذات الفاصلة -1 معادلته $y = g'(-1)(x+1) + g(-1)$ ومنه $y = 6(x+1) + 0$ أي $y = 6x + 6$
و الآخر عند النقطة ذات الفاصلة 1 معادلته $y = g'(1)(x-1) + g(1)$ ومنه $y = 6(x-1) + 8$ أي $y = 6x + 2$

4. عين معادلة (D) مماس المنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2 ،

معادلته $y = g'(2)(x-2) + g(2)$ و منه $y = 15(x-2) + 18$ و منه معادلة (D) هي $y = 15x - 12$

ثم استنتج قيمة مقربة لـ $g(2.0001)$:

$$g(2.0001) \approx 15(2.0001) - 12 = 18.0015$$

5. عين تقريبا تألفيا للدالة عند 2 ،

$$g(2+h) = g'(2) \times h + g(2) = 15h + 18$$

ثم استنتج قيمة مقربة لـ $g(1.9997)$ و $g(2.0001)$

$$g(2.0001) \approx g(2+0.0001) = 15(0.0001) + 18 = 18.0015$$

$$g(1.9997) \approx g(2-0.0003) = 15(0.0003) + 18 = 17.9955$$

6. تبين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها :

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x ، $g''(x) = 6x$

x	-3	0	3
$g''(x)$	-	0	+

" g تتعدم عند 0 مغيرة إشارتها إذن $A(0;4)$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C) .

7. احسب $g(-1)$ ثم حلل $g(x)$ إلى جداء عاملين :

$g(-1) = 0$ و بالقسمة الاقليدية لـ $g(x)$ على $(x+1)$ نجد $g(x) = (x+1)(x^2 - x + 4)$

8. أدرس إشارة $g(x)$ على $[-3; 3]$.

$x^2 - x + 4 = 0$ ، $\Delta = 1 - 4 \times 1 \times 4 = -15 < 0$ و منه $(x^2 - x + 4)$ موجب تماما . و بالتالي إشارة $g(x)$ من إشارة $(x+1)$

$x+1 = 0$ معناه $x = -1$.

x	-3	-1	3
$g(x)$	-	0	+

الجزء الثاني:

f الدالة المعرفة على المجال $[-3; 3]$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. تحقق من أنه ؛ من أجل كل عدد حقيقي x من $[-3; 3]$ ؛ يكون : $f'(x) = \frac{x \times g(x)}{(x^2 + 1)^2}$:

من أجل كل عدد حقيقي x من $[-3; 3]$ ؛

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 2x)(x^2 + 1) - 2x(x^3 + x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^4 + 3x^2 + 4x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x(x^3 + 3x + 4)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x \times g(x)}{(x^2 + 1)^2}$$

2. استنتج اتجاه تغير الدالة f ؛

من أجل كل عدد حقيقي x من $[-3; 3]$ ؛ يكون : $f'(x) = \frac{x \times g(x)}{(x^2 + 1)^2}$:

x	-3	-1	0	3	
x	-	-	0	+	
$g(x)$	-	0	+	+	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

الدالة f متزايدة تماماً على $[0; 3]$ و $[-3; -1]$ و متناقصة تماماً على $[-1; 0]$

ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[-3; 3]$:

x	-3	-1	0	3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	-1.9	-0.5	-1	3.5	

3. أذكر القيم الحدية المحلية للدالة f :

$f(-1) = -0.5$ هي قيمة حدية محلية كبرى للدالة f .

$f(0) = -1$ هي قيمة حدية محلية صغرى للدالة f .

4. عين حصراً $f(x)$ على كل من المجالات التالية :

على $[-2.5; -2]$:

لدينا $-2.5 \leq x \leq -2$ و f متزايدة تماماً على المجال $[-2.5; -2]$ إذن $f(-2.5) \leq f(x) \leq f(-2)$ أي

$$-1.43 \leq f(x) \leq -1$$

على $[-0.5; -0.2]$:

لدينا $-0.5 \leq x \leq -0.2$ و f متناقصة تماماً على المجال $[-0.5; -0.2]$ إذن $f(-0.2) \leq f(x) \leq f(-0.5)$ أي

$$-0.93 \leq f(x) \leq -0.7$$

على $[-0.5; 1]$:

لدينا $-0.5 \leq x \leq 1$ و f ليست رتيبة على المجال $[-0.5; 1]$

إذا كان $-0.5 \leq x \leq 0$ و f متناقصة تماماً على المجال $[-0.5; 0]$ إذن $f(0) \leq f(x) \leq f(-0.5)$ أي

$$-1 \leq f(x) \leq -0.7$$

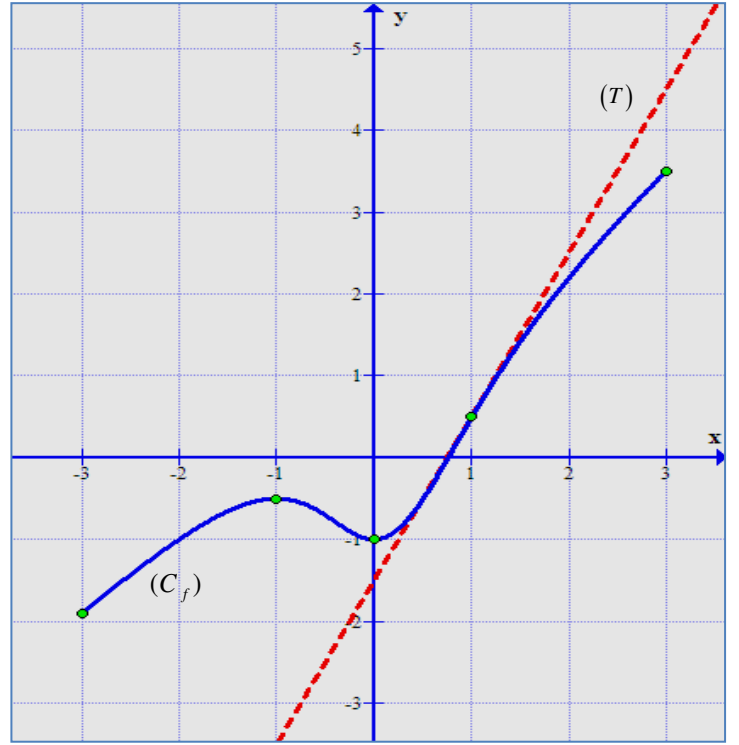
و إذا كان $0 \leq x \leq 1$ و f متزايدة تماما على المجال $[0;1]$ اذن $f(0) \leq f(x) \leq f(1)$ أي $-1 \leq f(x) \leq 0.5$(2)

من (1) و (2) نستنتج أنه إذا كان $[-0.5;1]$ فإن $-1 \leq f(x) \leq 0.5$.

5. عين معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

معادلته $y = f'(1)(x-1) + f(1)$ ومنه $y = 2(x-1) + \frac{1}{2}$ أي $y = 2x - \frac{3}{2}$

6. أنشئ كلا من (T) و المنحنى (C_f) . تعطى $f(0.75) = 0$



7. ناقش ؛ حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = m$ في المجال $[-3;3]$.

إذا كان $m < -1.9$ ؛ المعادلة لا تقبل حلول
إذا كان $m = -1$ ؛ المعادلة تقبل حلا سالبا و حلا معدوما.
إذا كان $-1 < m < -0.5$ ؛ المعادلة تقبل حلين سالبين و حلا موجبا
إذا كان $m = -0.5$ ؛ المعادلة تقبل حلا سالبا و حلا موجبا .
إذا كان $m > -0.5$ ؛ المعادلة تقبل حلا موجبا .

8. عين بيانيا إشارة $f(x)$ على $[-3;3]$.

x	3	0.75	-3
$f(x)$	+	0	-

الجزء الثالث :

h الدالة المعرفة على $[-3;3]$ على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $h(x) = \frac{x^2|x| + x^2 - 1}{x^2 + 1}$ و (C_h) تمثيلها البياني في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. بين أن الدالة h زوجية .

من اجل $x \in [-3;3]$ ، $-x \in [-3;3]$ و : $h(-x) = \frac{(-x)^2|-x| + (-x)^2 - 1}{(-x)^2 + 1} = \frac{x^2|x| + x^2 - 1}{x^2 + 1} = h(x)$

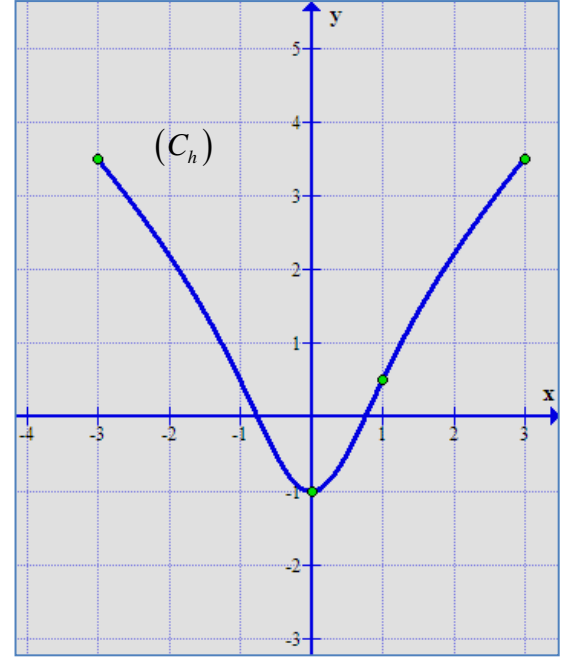
إذن الدالة h زوجية .

2. اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^2 \times x + x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1} = f(x) & ; x \in [0; 3] \\ h(x) = \frac{x^2 \times (-x) + x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{-x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1} & ; x \in [-3; 0] \end{cases}$$

3. استنتج كيفية انشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

(C_h) منطبق على (C_f) لما $x \in [0; 3]$ و بما أن الدالة h زوجية فإن (C_h) متناظر بالنسبة لمحور الترتيب .



الجزء الرابع :

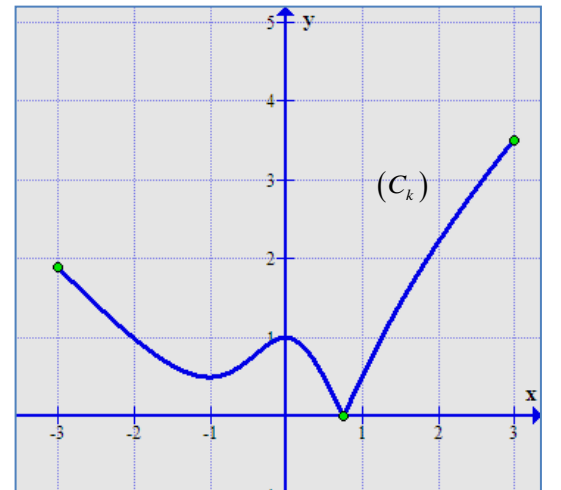
k الدالة المعرفة على على المجال $[-3; 3]$ كما يلي : $k(x) = \left| \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1} \right|$ و (C_k) تمثيلها البياني في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. اكتب $k(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

$$\begin{cases} k(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1} = f(x) & ; x \in [0.75; 3] \\ k(x) = -\frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1} = -f(x) & ; x \in [-3; 0.75] \end{cases}$$

2. استنتج كيفية انشاء (C_k) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

(C_k) منطبق على (C_f) لما $x \in [0.75; 3]$ و مناظر لـ (C_f) بالنسبة الى محور الفواصل لما $x \in [0; 0.75]$



الجزء الخامس :

- الدالة المعرفة على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $v(x) = [f(x)]^2$ **شكل جدول تغيراتها على المجال $[-3;3]$:**

من أجل كل x من $[-3;3]$ لدينا ، $v(x) = 2 \times f'(x) \times f(x)$

x	-3	-1	0	0.75	4
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	-	-	-	0	+
$v'(x)$	-	0	+	0	+
$v(x)$	$(-1.9)^2$				3.5^2

دعواتكم

الأستاذ : بلجودي حمـو