التمرين الأول:

I. f و g دالتين معرفتين على $[-4;+\infty[$ بـ $f(x)=\sqrt{x+4}-2$; $g(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+4}+2}$ على الترتيب

1. بين أن الدالتين f و g متساويتين .
2. أكتب الدالة f على مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما .
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-4;+\infty[$
4. اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاقا من تمثيل دالة $x\mapsto\sqrt{x}$ ثم أنشئه .
5. h دالة عددية معرفة على $[-4;+\infty[$ بـ $h(x)=|f(x)|$

- اشرح كيف يمكن رسم (C_h) منحنى الدالة h ثم ارسمه في نفس المعلم السابق .

II. f دالة معرفة على المجال $[-3;4]$ ، و جدول تغيراتها كالآتي

x	-3		-1		0		1		4
$f(x)$	-2	↗	0	↗	1	↘	0	↘	3

g دالة معرفة بـ: $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$

1. عين مجموعة تعريف الدالة g
2. شكل جدول تغيرات الدالة g .

التمرين الثاني:

I/ نعتبر كثير الحدود $p(x)$ للمتغير الحقيقي x حيث : $p(x)=x^3-2x^2-5x+6$,

1. احسب $p(1)$ ماذا تستنتج ؟
2. بين انه يمكن كتابة $p(x)$ على الشكل $p(x)=(x-1)Q(x)$ حيث $Q(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية يطلب تعيينه .
3. حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : $p(x)=0$.
4. استنتج حلول المتراجحة $\dfrac{p(x)}{x+1}>0$
5. استنتج حلول المعادلة $\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{5}{x}-6$

www.dzexams.com

التمرين الأول:

ا. f و g دالتين معرفتين على $[-4;+\infty[$ بـ $f(x)=\sqrt{x+4}-2$; $g(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+4}+2}$ على الترتيب

1. اثبات أن الدالتين f و g متساويتين.

بما أن $D_f = D_g$ و $g(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+4}+2}=\dfrac{x\left(\sqrt{x+4}-2\right)}{\left(\sqrt{x+4}+2\right)\left(\sqrt{x+4}-2\right)}=\dfrac{x\left(\sqrt{x+4}-2\right)}{\left(\sqrt{x+4}\right)^2-4}=\dfrac{x\left(\sqrt{x+4}-2\right)}{x}=\sqrt{x+4}-2=f(x)$

أي $g(x)=f(x)$ فإن f و g متساويتين

2. كتابة الدالة f على مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما.

من أجل كل x من $[-4;+\infty[$ لدينا $f(x)=v(x)\circ u(x)$

$x \overset{u}{\mapsto} x+4 \overset{v}{\mapsto} \sqrt{x+4}-2$

ومنه $\begin{cases} u(x)=x+4 \\ v(x)=\sqrt{x}-2 \end{cases}$

3. استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-4;+\infty[$

لدينا $x\in[-4;+\infty[$ أي $x\geq -4$ ومنه $x+4\geq 0$ أي $u(x)\in[0;+\infty[$

u متزايدة تماما على $[-4;+\infty[$ (دالة تآلفية معامل توجيها موجب)

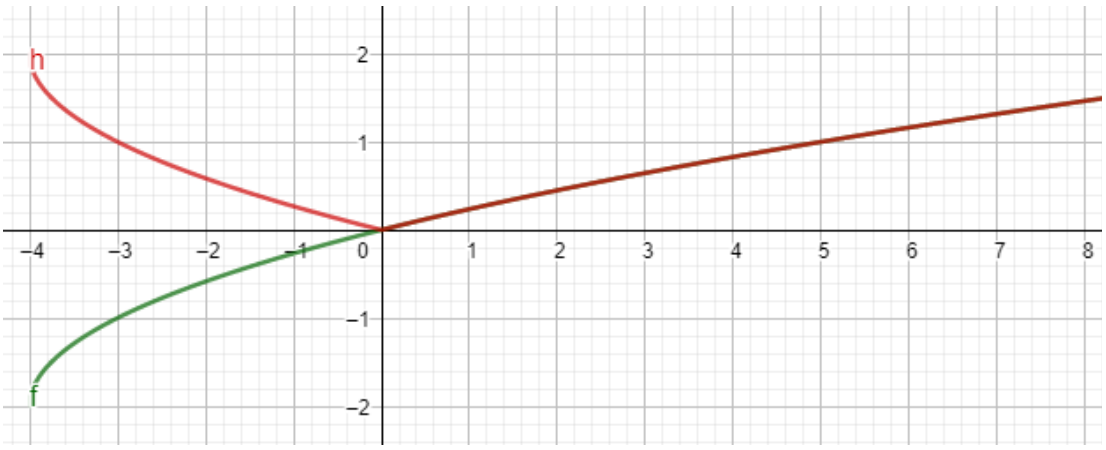
و v متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ فإن الدالة f $(f=v\circ u)$ متزايدة تماما على $[-4;+\infty[$

4. (C_f) انسحاب تمثيل دالة $x\mapsto\sqrt{x}$ بشعاع $\begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}$

5. h دالة عددية معرفة على $[-4;+\infty[$ بـ $h(x)=|f(x)|$

$$h(x)=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & ;f(x)>0 \\ -f(x) & ;f(x)\leq 0 \end{cases}=\begin{cases} f(x) & ;x\in]0;+\infty[\\ -f(x) & ;x\in[-4;0] \end{cases}$$

لما $x\in]0;+\infty[$ فإن (C_h) ينطبق على (C_f) لما $x\in[-4;0]$ فإن (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل



www.dzexams.com

II. f دالة معرفة على المجال $[-3;4]$ ، و جدول تغيراتها كالآتي

x	-3		-1		0		1		4
$f(x)$	-2	↗	0	↗	1	↘	0	↘	3

g دالة معرفة بـ: $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$

1. مجموعة تعريف الدالة g

الدالة $\dfrac{1}{f}$ معرفة لما $f(x)\neq 0$ إذن $x\in[-3;-1[\cup]-1;1[\cup]1;4]$

2. جدول تغيرات الدالة g.

$$x\overset{u}{\longmapsto}f(x)\overset{v}{\longmapsto}\frac{1}{f(x)}$$

$$\begin{cases}u(x)=f(x)\\ v(x)=\dfrac{1}{x}\end{cases}$$ ،

الدالة f متزايدة تماما على $[-3;-1]$ حيث من أجل كل $x\in[-3;-1]$ فإن $f(x)\in[-2;0[$

والدالة v متناقصة تماما على $[-2;0[$ ومنه g متناقصة تماما على $[-3;-1]$

الدالة f متزايدة تماما على $[-1;0]$ حيث من أجل كل $x\in[-1;0]$ فإن $f(x)\in]0;1]$

والدالة v متناقصة تماما على $]0;1]$ ومنه g متناقصة تماما على $[-1;0[$

الدالة f متناقصة تماما على $[0;1]$ حيث من أجل كل $x\in[0;1]$ فإن $f(x)\in]0;1]$

والدالة v متناقصة تماما على $]0;1]$ ومنه g متزايدة تماما على $[0;1[$

الدالة f متناقصة تماما على $[1;4]$ حيث من أجل كل $x\in[1;4]$ فإن $f(x)\in[-3;0[$

والدالة v متناقصة تماما على $[-3;0[$ ومنه g متزايدة تماما على $]1;4]$

x	-3		-1		0		1		4
$g(x)$	$\frac{-1}{2}$	↘	‖	↘	1	↗	‖	↗	$\frac{-1}{3}$

التمرين الثاني:

I/ نعتبر كثير الحدود $p(x)$ للمتغير الحقيقي x حيث: $p(x)=x^3-2x^2-5x+6$,

1) حساب $p(1)$

$p(1)=0$ ومنه 1 جذر لـ $p(x)$

2) تعيين الأعداد a,b و c حيث $p(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$

ومنه بالمطابقة $p(x)=ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c$ نجد

$$p(x)=(x-1)(x^2-x-6)$$ ومنه $\begin{cases}a=1\\ b=-1\\ c=-6\end{cases}$ أي $\begin{cases}a=1\\ b-a=-2\\ c-b=-5\\ -c=6\end{cases}$

3) حل المعادلة $p(x)=0$

www.dzexams.com

لدينا $p(x)=0$ تكافئ $(x-1)(x^2-x-6)=0$ أي $x=1$ أو $x^2-x-6=0$.....(1) لحل(1) المعادلة نحسب المميز Δ :

$\Delta=(-4)^2-4\times1\times(-6)=25$ ومنه المعادلة(1) حلان مختلفان هما $x_1=\frac{1+\sqrt{25}}{2}=3$ و $x_1=\frac{1-\sqrt{25}}{2}=-2$ ومنه مجموعة حلول المعادلة $p(x)=0$ هي $\{-2;1;3\}$

4) حلول المتراجحة $\frac{p(x)}{x+1}>0$

x	$-\infty$	-2	-1	1	3	$+\infty$
$x-1$	-	-	-	+	+	
$Q(x)$	+	-	-	-	+	
$p(x)$	-	+	+	-	+	
$x+1$	-	-	+	+	+	
$\frac{p(x)}{x+1}$	+	- ‖	+	-	+	

$\frac{p(x)}{x+1}>0$ معناه $\frac{p(x)}{x+1}$ موجبة ومنه $]-\infty;-2[\cup]-1;1[\cup]3;+\infty[$

5)استنتاج حلول المعادلة $\frac{1}{x^3}-\frac{2}{x^2}=\frac{5}{x}-6$ ومنه $\frac{1}{x^3}-\frac{2}{x^2}-\frac{5}{x}+6=0$

$\frac{1}{x^3}-\frac{2}{x^2}-\frac{5}{x}+6=0$ تكافئ $\begin{cases}\frac{1}{x}=X\\ X^3-3X^2-6X+8=0\end{cases}$

لما $X=-2$ أي $\frac{1}{x}=-2$ ومنه $x=-\frac{1}{2}$

لما $X=1$ أي $\frac{1}{x}=1$ ومنه $x=1$

لما $X=3$ أي $\frac{1}{x}=3$ ومنه $x=\frac{1}{3}$

www.dzexams.com