الواجب منزلي رقم (02)

المستوى : 02 تقني رياضي

التمرين الأول:

I) نعتبر الدالتان العدديتان f و g للمتغير الحقيقي x المعرفتان بـ: $f(x)=\sqrt{x-3}-2$ و $g(x)=\dfrac{x-7}{\sqrt{x-3}+2}$.

1) بين أن الدالتان لهما نفس مجموعة العريف D.

2) بين أنه من أجل كل x من D فإن : $f(x)=g(x)$، ماذا تستنتج؟.

II) f دالة معرفة على المجال $[-4,3]$، جدول تغيراتها كالآتي :

x	-4		-3		-2		-1		1		3
$f(x)$	-4	↗	0	↗	1	↘	0	↘	-3	↗	-1

1) حدد إشارة $f(x)$

2) عين : $\dfrac{1}{f}(1)$، $-2f(-2)$، $f\circ f\circ f(-2)$

3) عين مجموعة تعريف كلا من الدالتين : $\sqrt{f}$ و $\dfrac{1}{f}$

4) عين إتجاه تغير الدوال : $|f|$، $\sqrt{f}$ ، $\dfrac{1}{f}$

التمرين الثاني:

نعتبر f الدالة المعرفة على D_f بـ: $f(x)=\dfrac{\alpha x+7}{x+\beta}$ ، حيث α و β عددان حقيقيان، (C_f) هو التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) إذا علمت أن $D_f=\mathbb{R}-\{-2\}$ و المنحنى (C_f) يشمل النقطة $(-1;4)$ بين أن $\alpha=3$ و $\beta=2$.

2) عين العددين الحقيقين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x\neq -2$: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+2}$.

3) بين أن الدالة f هي مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيينهما حيث $f=uov$.

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f على كلا المجالين $]-\infty;-2[$ و $]-2;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

5) بين بطريقتين مختلفتين أن النقطة $\Omega(-2;3)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

6) إشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من تمثيل بياني لدالة مرجعية، ثم أنشئ (C_f).

7) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{3x+7}{|x+2|}$، (C_g) هو تمثيلها البياني.

◄ أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ ثم أنشئ (C_g) بالاعتماد على (C_f) مع التبرير.

www.dzexams.com

التمرين الأول:

1) أن الدالتان لهما نفس مجموعة العريف D.

$$D_f = \{x / x-3 \geq 0\}$$
$$D_f = \{x / x \geq 3\}$$
$$D_f = [3, +\infty[$$

$$D_g = \left\{x / x-3 \geq 0 \text{ و } \sqrt{x-3}+2 \neq 0\right\}$$
$$D_g = \left\{x / x \geq 3 \text{ و } x-3 \geq 0 \text{ و } \sqrt{x-3} \neq -2\right\}$$
$$D_g = \left\{x / x \in [3, +\infty[\text{ و } x \in [3, +\infty[\text{ و } \sqrt{x-3} \neq -2\right\}$$
$$D_g = \{x / x \in [3, +\infty[\text{ و } x \in [3, +\infty[\}$$
$$D_g = [3, +\infty[$$

إذن الدالتان لهما نفس مجموعة التعريف $D = [3, +\infty[$

2) إثبات أنه من أجل كل x من D فإن : $f(x) = g(x)$

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x-3}-2)(\sqrt{x-3}+2)}{(\sqrt{x-3}+2}$$
$$f(x) = \frac{\sqrt{x-3}^2 - 2^2}{\sqrt{x-3}+2}$$
$$f(x) = \frac{x-3-4}{\sqrt{x-3}+2}$$
$$f(x) = \frac{x-7}{\sqrt{x-3}+2}$$
$$f(x) = g(x)$$

و عليه نستنتج أن الدالتين f و g متساويتين

(II

3) إشارة $f(x)$

x	-4		-3		-1		3
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

4) تعيين : $\frac{1}{f}(1)$ ، $-2f(-2)$ ، $f \circ f \circ f(-2)$

$$\frac{1}{f}(1) = \frac{1}{f(1)} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$
$$-2f(-2) = -2 \times 1 = -2$$
$$f \circ f \circ f(-2) = f\left(f\left(f(-2)\right)\right) = f\left(f(1)\right) = f(-3) = 0$$

5) تعيين مجموعة تعريف كلا من الدالتين $\sqrt{f}$ و $\frac{1}{f}$

الدالة $\sqrt{f}$ معرفة لما $f(x) \geq 0$، من جدول إشارة الدالة f

نجد $D_{\sqrt{f}} = [-3, -1]$

الدالة $\frac{1}{f}$ معرفة لما $f(x) \neq 0$، إذن

$D_{\frac{1}{f}} = [-4, -3[\cup]-3, -1[\cup]-1, 3]$

6) تعيين إتجاه تغير الدوال : $|f|$، $\sqrt{f}$ ، $\frac{1}{f}$

الدالة $|f|$

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & f(x) \geq 0 \\ -f(x) & f(x) \leq 0 \end{cases}$$

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & x \in [-3, -1] \\ -f(x) & x \in [-4, -3] \cup [-1, 3] \end{cases}$$ أي

إذن نستنتج أن من أجل كل x المجال $[-3, -1]$ الدالة $|f|$ لها نفس إتجاه تغير الدالة f أي أن الدالة $|f|$ متزايدة تماما على المجال $[-3, -2]$ و متناقصة تماما على المجال $[-2, -1]$

و من أجل كل x المجال $[-4, -3]$ الدالة $|f|$ و الدالة f متعاكستان في إتجاه التغير أي أن الدالة $|f|$ متناقصة تماما

من أجل كل x المجال $[-1, 3]$ الدالة $|f|$ و الدالة f متعاكستان في إتجاه التغير أي أن الدالة $|f|$ متزايدة تماما على المجال $[-1, 1]$ و متناقصة تماما على المجال $[1, 3]$

الدالة $\frac{1}{f}$

$$x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{V} \frac{1}{f(x)}$$

$$\frac{1}{f} = V \circ f$$

حيث $V(x) = \frac{1}{x}$

الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-4, -3]$ حيث من أجل كل عدد حقيقي من المجال $]-4, -3]$ فإن $f(x) \in [-4, 0[$

و الدالة V متناقصة تماما على $[-4, 0[$

إذن الدالة $\frac{1}{f(x)}$ متناقصة تماما على المجال $[-4, -3[$

الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-3, -2[$ حيث من أجل كل عدد حقيقي من المجال $[-3, -2[$ فإن $f(x) \in]0, 1]$

و الدالة V متناقصة تماما على $]0, 1]$

إذن الدالة $\frac{1}{f(x)}$ متناقصة تماما على المجال $[-3, -2[$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-2, -1]$ حيث من أجل كل عدد حقيقي من المجال $]-2, -1]$ فإن $f(x) \in [1, 0[$

و الدالة V متناقصة تماما على $]0, 1]$

إذن الدالة $\frac{1}{f(x)}$ متزايدة تماما على المجال $]-2, -1]$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $[-1, 1[$ حيث من أجل كل عدد حقيقي من المجال $[-1, 1[$ فإن $f(x) \in [3, 0]$

و الدالة V متناقصة تماما على $[3, 0]$

إذن الدالة $\frac{1}{f(x)}$ متزايدة تماما على المجال $[-1, 1[$

صفحة الأستاذة نرجس مرواني — فروض دروس سلاسل تمارين ملخصات — التعليم الثانوي — LaTeX

www.dzexams.com

الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1,3]$ حيث من أجل كل عدد حقيقي من المجال $[1,3]$ فإن $f(x)\in[-3,-1]$

و الدالة V متناقصة تماما على $[-3,-1]$

إذن الدالة $\frac{1}{f(x)}$ مناقصة تماما على المجال $[1,3]$

الدالة $\sqrt{f}$

$$x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{\text{V}} \frac{1}{f(x)}$$

$$\frac{1}{f}=\text{V}\circ f$$

$\text{V}(x)=\sqrt{x}$ حيث

الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-3,-2]$ حيث من أجل كل عدد حقيقي من المجال $[-3,-2]$ فإن $f(x)\in[0,1]$ و الدالة v متزايدة تماما على المجال $[0,1]$

إذن الدالة $\sqrt{f}$ متزايدة تماما على المجال $[-3,-2]$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $[-2,-1]$ حيث من أجل كل عدد حقيقي من المجال $[-2,-1]$ فإن $f(x)\in[0,1]$ و الدالة v متزايدة تماما على المجال $[0,1]$

إذن الدالة $\sqrt{f}$ متناقصة تماما على المجال $[-2,-1]$

التمرين الثاني :

1) إثبات أن $\alpha=3$ و $\beta=2$.

الدالة f معرفة لما $x+\beta\neq 0$ أي $x\neq-\beta$

و بما مجموعة تعريف الدالة هي $\mathbb{R}-\{-2\}$ فإن $-\beta=-2$ أي $\beta=2$

بما أن منحنى الدالة f يشمل النقطة $(-1,4)$ معناه $f(-1)=4$ بالتعويض

نجد $\frac{-\alpha+7}{-1+2}=4$ أي $-\alpha+7=4$ و عليه $\alpha=3$

2) تعيين العددين a و b بالقسمة الإقليدية نجد

$$\begin{array}{r|l} 3x+7 & x+2 \\ \hline -3x-6 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$$

و منه $a=3$ ، $b=1$ أي $f(x)=3+\frac{1}{x+2}$

3) إثبات أن الدالة f هي مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيينهما حيث $f=uov$

$$x \xrightarrow{v} x+2 \xrightarrow{u} 3+\frac{1}{x+2}$$

$$f(x)=u\circ v$$

حيث $v(x)=x+2$ و $u(x)=3+\frac{1}{x}$

4) إستنتاج إتجاه تغير الدالة f.

على المجال $]-\infty;-2[$

الدالة v متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-2[$ و من أجل كل عدد حقيقي من المجال $]-\infty;-2[$ أي $x<-2$ و عليه $x+2<0$ فإن $v(x)\in]-\infty;0[$

و الدالة u متناقصة تماما على المجال $v(x)\in]-\infty;0[$

إذن f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2[$

على المجال $]-2;+\infty[$

الدالة v متزايدة تماما على المجال $]-2;+\infty[$ و من أجل كل عدد حقيقي من المجال $]-2;+\infty[$ أي $x>-2$ و عليه $x+2>0$ فإن $v(x)\in]0;+\infty[$

و الدالة u متناقصة تماما على المجال $v(x)\in]0;+\infty[$

إذن f متناقصة تماما على المجال $]-2;+\infty[$

5) إثبات أن النقطة $\Omega(-2;3)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

طريقة 01

باستخدام دساتير تغيير معلم يكون لدينا $\begin{cases}x=\text{X}-2\\y=\text{Y}+3\end{cases}$ بتعويض قيمة x و y في معادلة منحنى الدالة f نجد عبارة الدالة f في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$ هي $\text{Y}+3=3+\frac{1}{\text{X}-2+2}$ اي $\text{Y}=\frac{1}{\text{X}}$

لتكن الدالة F حيث $\text{F}(\text{X})=\frac{1}{\text{X}}$ و $\text{D}_\text{F}=\mathbf{R}-\{0\}$

إثبات ان الدالة F(X) فردية :

من أجل كل $\text{X}\in\mathbf{R}-\{0\}$ فإن $-\text{X}\in\mathbf{R}-\{0\}$ و لدينا :

$$\text{F}(\text{X})=\frac{1}{-\text{X}}=-\frac{1}{\text{X}}=-\text{F}(\text{X})$$

و منه الدالة فردية و عليه النقطة $\Omega(-2;3)$ مركز تناظر (C_f)

طريقة 02

نثبت أنه من أجل $x\in\text{D}_f$ و $(2(-2)-x)\in\text{D}_f$

فإن $f(2(-2)-x)+f(x)=2(3)$

إثبات ان $-4-x\in\mathbb{R}-\{-2\}$

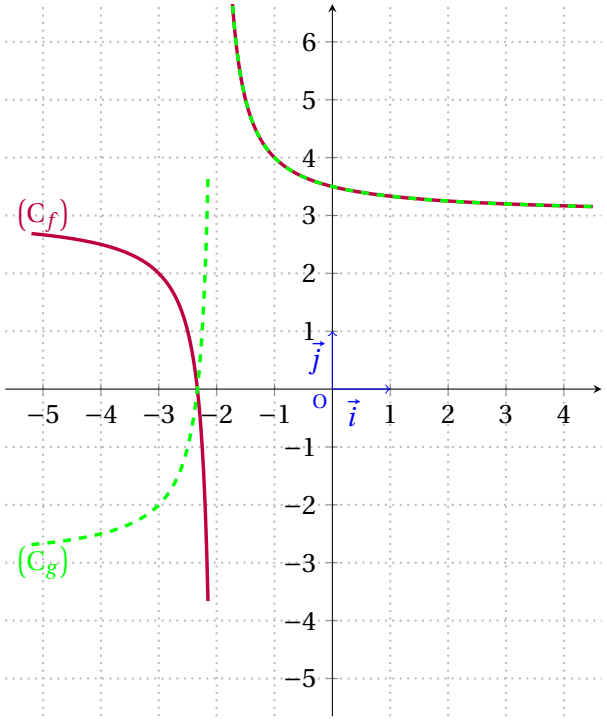
من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ أي $x\neq-2$ و منه $-x\neq 2$ و منه $-4-x\neq-2$ أي $-4-x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ و لدينا :

$$f(-4-x)+f(x)=3+\frac{1}{-4-x+2}+3+\frac{1}{x+2}$$
$$f(-4-x)+f(x)=3+\frac{1}{-x-2}+3+\frac{1}{x+2}$$
$$f(-4-x)+f(x)=6+\frac{1}{-(x+2)}+\frac{1}{x+2}$$
$$f(-4-x)+f(x)=6-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+2}$$
$$f(-4-x)+f(x)=2(3)$$

الرسم

(C_f) هو صورة منحنى الدالة مقلوب بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}=-2\vec{i}+3\vec{j}$

www.dzexams.com



$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{3x+7}{x+2}; x+2\geq 0\\ \dfrac{3x+7}{-(x+2)}; x+2\leq 0\end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases}f(x); x\geq -2\\ -f(x); x\leq -2\end{cases}$$ أي

من أجل $x\geq -2$ (C_g) ينطبق على (C_f)

من أجل $x\leq -2$ (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لحامل محور الفواصل

صفحة الأستاذة زجيس مروان
LaTeX
التعليم الثانوي
فروض دروس سلاسل تمارين ملخصات

www.dzexams.com