

1-عمليات على الأعداد النسبية

(1) مقارنة عددين نسبيين: لمقارنتهما نميز ثلاثة حالات

- ❖ الحالة الأولى- العددين سالبين معا : كلما كان العدد ابعد عن 0 كان أصغر
- ❖ الحالة الثانية -العددين موجبين معا : كلما كان العدد ابعد عن 0 كان أكبر
- ❖ الحالة الثالثة- العددين مختلفين في إشارة : كل عدد موجب أكبر من أي عدد سالب

✓ ملاحظة

لنجد مسافة عدد إلى 0 نترك إشارته (مسافة +5 الى 0 هي 5 ، مسافة -7 الى 0 هي 7)
العدد الأبعد هو العدد ذو مسافة أكبر (-8 ابعد عن 0 من +6 لكن +6 أكبر من -8)

(2) جمع عددين نسبيين: لجمع عددين نسبيين نميز حالتين

❖ الحالة الأولى- العددين من نفس إشارة: نجمع العددين بدون إشارة ثم نضع الإشارة المشتركة

$$(-7) + (-5) = -(7 + 5) = -12$$

❖ الحالة الثانية - العددين مختلفين في إشارة : نطرح العددين بدون إشارة ثم نضع إشارة الأبعد

$$(-7) + (+5) = -(7 - 5) = -2$$

(3) طرح عددين نسبيين: لطرح عددين نسبيين نعتمد على هذه الثلاثية (يبقى -يحول-يعكس) ويحول تعني نحول الطرح إلى جمع

$$(-7) - (+5) = (-7) + (-5) = -(7 + 5) = -12$$

↙ يعكس
↓ يحول
↘ يبقى

(4) جاء عددين نسبيين: لحساب جداء عددين نسبيين نميز حالتين

$$(+) \times (+) = (+)$$

$$(-) \times (-) = (+)$$

$$(+) \times (-) = (-)$$

$$(-) \times (+) = (-)$$

❖ الحالة الأولى- العددين من نفس إشارة: نضرب العددين بدون إشارة ثم نضع الإشارة +

$$(-6) \times (-5) = +(6 \times 5) = +30$$

❖ الحالة الثانية- العددين مختلفين في إشارة : نضرب العددين بدون إشارة ثم نضع الإشارة -

$$(-6) \times (+5) = -(6 \times 5) = -30$$

(5) قسمة عددين نسبيين: لحساب حاصل قسمة عددين نسبيين نميز حالتين

$$(+) \div (+) = (+)$$

$$(-) \div (-) = (+)$$

$$(+) \div (-) = (-)$$

$$(-) \div (+) = (-)$$

❖ الحالة الأولى- العددين من نفس إشارة: نقسم العددين بدون إشارة ثم نضع الإشارة +

$$(-10) \div (-5) = +(10 \div 5) = +2$$

❖ الحالة الثانية- العددين مختلفين في إشارة : نقسم العددين بدون إشارة ثم نضع الإشارة -

$$(-10) \div (+5) = -(10 \div 5) = -2$$

2-عمليات على الأعداد الكسرية

(1) توحيد مقامي كسرين

ليكن $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ كسران لتوحيد مقاميها نكتب قائمة مضاعفات b ثم قائمة مضاعفات d ثم نختار m اصغر مضاعف مشترك لـ b و d مختلف عن 0

ثم نحسب $b \div m = i$ و $d \div m = j$ ثم نجد كسرين لهما نفس المقام $\frac{a \times i}{b \times i}$ و $\frac{c \times j}{d \times j}$

✓ مثال

ليكن $\frac{4}{3}$ و $\frac{2}{5}$ كسران لتوحيد مقاميها نكتب قائمة مضاعفات 3 (3، 6، 9، 12، 15، 18، ...) ثم قائمة مضاعفات 5 (5، 10، 15، 20، ...) ثم نختار 15 اصغر مضاعف مشترك لـ 3 و 5 مختلف عن 0

نحسب $3 = 15 \div 5$ و $5 = 15 \div 3$ ثم نجد كسرين لهما نفس المقام $\frac{2 \times 3}{5 \times 3}$ و $\frac{4 \times 5}{3 \times 5}$ أي $\frac{6}{15}$ و $\frac{20}{15}$

(2) مقارنة كسرين: لمقارنة كسرين

يكفي مقارنة بسطيهما $a > b (c \neq 0)$ يعني $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

لهما نفس المقام

نوجد مقاميها ثم نقارن بسطيهما

مختلفين في المقام

لمقارنة بين $\frac{2}{5}$ و $\frac{4}{3}$ نوجد المقامات نجد $\frac{6}{15}$ و $\frac{20}{15}$ و لمقارنة بينهما نقارن بين البسطين $(20 > 6)$ اذن $\frac{20}{15}$ أكبر من $\frac{6}{15}$ فان $\frac{4}{3}$ أكبر من $\frac{2}{5}$

(3) جمع و طرح كسرين:

➤ الكسران لهما نفس المقام - لجمع (أو طرح) كسرين لهما نفس المقام نجمع (أو نطرح) البسطين و نحتفظ بالمقام

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} ; (c \neq 0)$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} ; (c \neq 0)$$

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4+2}{5} = \frac{6}{5}$$

✓ مثال :

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4-2}{5} = \frac{2}{5}$$

➤ مقام أحد الكسرين مضاعف للأخر - لجمع (أو طرح) كسرين مقام أحدهما مضاعف للآخر نوجد المقامات ثم نطبق

القاعدة السابقة

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{5} = \frac{20}{15} + \frac{6}{15} = \frac{20+6}{15} = \frac{26}{15}$$

(4) جداء كسرين: لحساب جداء كسرين نضرب البسط في البسط و المقام في المقام

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad b \neq 0 ; d \neq 0$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4 \times 2}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

✓ مثال :

(5) قسمة كسرين: لحساب حاصل قسمة كسرين $\frac{a}{b}$ على $\frac{c}{d}$: نضرب $\frac{a}{b}$ في مقلوب $\frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

$b \neq 0; \frac{c}{d} \neq 0$

✓ مثال : $\frac{4}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{4 \times 5}{3 \times 2} = \frac{20}{6}$

3-عمليات على الأعداد الناطقة

(1) مفهوم العدد الناطق : هو حاصل قسمة عددين نسبيين غير معدومين

كل عدد ناطق يمكن كتابته على الشكل $\frac{a}{b}$ أو $-\frac{a}{b}$ حيث a و b عدنان طبيعيان و $b \neq 0$

(2) الكتابتين الأساسيتين لكسر ناطق (مقاميهما سيكونان عدنان طبيعيان)

كل كسر ناطق نستطيع أن نكتبه على شكل كسر بسطه ومقامه عددين طبيعيين أو على شكل كسر بسطه عدد صحيح سالب ومقامه عدد طبيعي

✓ أمثلة

$$-\frac{-a}{+b} = -\frac{+a}{-b} = \frac{+a}{+b} = \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

$$-\frac{-4}{+3} = -\frac{+4}{-3} = \frac{+4}{+3} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

$$-\frac{+a}{+b} = -\frac{-a}{-b} = \frac{+a}{-b} = \frac{-a}{+b} = \frac{-a}{b}$$

$$-\frac{+4}{+3} = -\frac{-4}{-3} = \frac{+4}{-3} = \frac{-4}{+3} = \frac{-4}{3}$$

(3) توحيد مقامي كسرين ناطقين

ليكن $\frac{c}{d}$ و $\frac{a}{b}$ كسران لتوحيد مقاميهما نقوم بكتابتهما كتابة أساسية $(\frac{c'}{d'}$ و $\frac{a'}{b'})$ ثم نكتب قائمة مضاعفات b' ثم قائمة مضاعفات d' (b' و d' عددين طبيعيين) ثم نختار m اصغر مضاعف مشترك لـ b' و d' مختلف عن 0

نحسب $b \div m = i'$ و $d \div m = j'$ ثم نجد كسرين لهما نفس المقام $\frac{a' \times i}{b' \times i}$ و $\frac{c' \times j}{d' \times j}$

✓ مثال

ليكن $\frac{-4}{-3}$ و $\frac{2}{-5}$ كسران لتوحيد مقاميهما نكتب الكسرين كتابة أساسية $\frac{-2}{5}$ و $\frac{4}{3}$ ثم نكتب قائمة مضاعفات 3 (3، 6، 9،

12، 15، 18 ..) ثم قائمة مضاعفات 5 (5، 10، 15 تتوقف) ثم نختار 15 اصغر مضاعف مشترك لـ 3 و 5 مختلف عن

0 ، نحسب $3 = 15 \div 5$ و $5 = 15 \div 3$ ثم نجد كسرين لهما نفس المقام $\frac{-2 \times 3}{5 \times 3}$ و $\frac{4 \times 5}{3 \times 5}$ أي : $\frac{-6}{15}$ و $\frac{20}{15}$

(4) مقارنة كسرين ناطقين : لمقارنتهما نقوم بكتابتها كتابة أساسية ثم نقارن

$$\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \text{ يعني } a > b (c \neq 0) \quad \text{يكفي مقارنة بسطيهما}$$

لهما نفس المقام

نوجد مقاميهما ثم نقارن بـ

مختلفين في المقام

$$\text{لمقارنة بين } \frac{2}{-5} \text{ و } \frac{-4}{-3} \text{ نقارن بين } \frac{-2}{5} \text{ و } \frac{4}{3} \text{ وللمقارنة بينهما نوجد المقامات نجد } \frac{20}{15} \text{ و } \frac{-6}{15}$$

$$\text{وبما إن } (20 > -6) \text{ إذن } \frac{20}{15} \text{ أكبر من } \frac{-6}{15} \text{ فإن } \frac{4}{3} \text{ أكبر من } \frac{-2}{5}$$

(5) جمع و طرح كسرين ناطقين:

➤ لجمع (لطرح) عددين ناطقين لهما نفس المقام نقوم بكتابتها كتابة أساسية ثم نجمع (نطرح) بسطيهما و نحتفظ بنفس المقام

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad (c \neq 0)$$

$$\frac{-4}{-5} + \frac{-2}{5} = \frac{4}{5} + \frac{-2}{5} = \frac{4+(-2)}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \quad (c \neq 0)$$

$$\frac{-4}{-5} - \frac{-2}{5} = \frac{4}{5} - \frac{-2}{5} = \frac{4-(-2)}{5} = \frac{6}{5}$$

➤ لجمع (أو طرح) عددين ناطقين مقامهما مختلف نقوم بكتابتها كتابة أساسية و نوجد المقامات ثم نطبق القاعدة السابقة

$$\frac{-4}{-3} + \frac{2}{-5} = \frac{4}{3} + \frac{-2}{5} = \frac{20}{15} + \frac{-6}{15} = \frac{20+(-6)}{15} = \frac{14}{15}$$

(6) جداء كسرين ناطقين : لحساب جداء كسرين نضرب البسط في البسط و المقام في المقام

✓ مثال:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad b \neq 0 ; d \neq 0$$

$$\frac{-4}{-3} \times \frac{2}{-5} = \frac{(-4) \times 2}{(-3) \times (-5)} = \frac{-8}{+15}$$

(7) قسمة كسرين ناطقين : لقسمة عدد ناطق $\frac{a}{b}$ على العدد الناطق $\frac{c}{d}$ نضرب $\frac{a}{b}$ في مقلوب $\frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

$$b \neq 0 ; \frac{c}{d} \neq 0$$

✓ مثال:

$$\frac{-4}{-3} \div \frac{2}{-5} = \frac{-4}{-3} \times \frac{-5}{2} = \frac{(-4) \times (-5)}{(-3) \times 2} = \frac{+20}{-6} = -\frac{20}{6}$$