

التمرين الاول:

نعتبر الدالة f المعرفة على $[-1;2]$ بـ: $f(x) = -x^3 - 2x + 5$

(1) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) احسب $f(1)$ و $f(2)$

(2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

(6) عين حسب قيم x إشارة f

(5) أوجد حصرا لهذا الحل سعته 10^{-1} .

التمرين الثاني:

الجزء (A): لتكن الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x) = x^3 + 3x + 8$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على R . (نقل أن: $-1,5 \leq \alpha$)

الجزء (B):

f دالة معرفة على المجال R بـ: $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد وامتجانس ($O; I; J$) و الوحدة $1cm$

(1) حدد العددين الحقيقيين a, b بحيث: $f(x) = x + \frac{ax+b}{x^2+1}$

(2) أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty, -\infty$

(3) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب إعطاء معادلة له ثم دراسة وضعية (Δ) مع المنحني (C_f)

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R : $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$ ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن: $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ واستنتج قيمة تقريبية للعدد $f(\alpha)$ (6) أرسم (Δ) و (C_f)

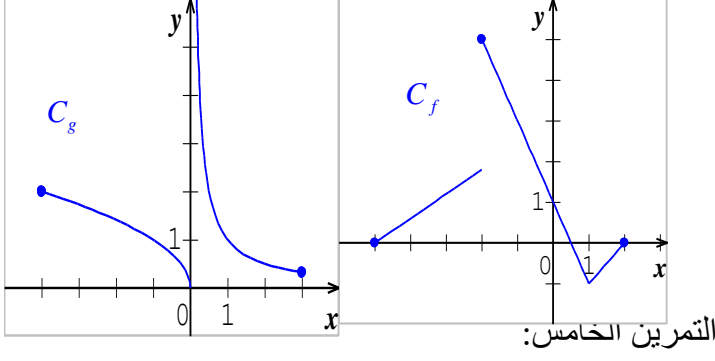
التمرين الثالث:

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 3x^3 - 2x - \frac{1}{4}$

(1) احسب $f(1)$, $f(0)$, $f(-\frac{1}{2})$, $f(-1)$ (2) استنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط في المجال $[-1;1]$

التمرين الرابع:

f و g دالتان معرفتان على $[-5; 2]$ و $[-4; 3]$ على الترتيب ، الشكل التالي هو التمثيل البياني لهما في معلم .



(1) هل الدالة f مستمرة على $[-5; 2]$ ؟

(2) هل الدالة g مستمرة على $[-4; 3]$ ؟

(3) اذكر مجالات تكون عليها الدالة f مستمرة.

(4) اذكر مجالات تكون عليها الدالة g مستمرة.

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - \frac{1}{2} \cos x$

1 / أ / برهن أنه من أجل كل x المجال $[0; +\infty[$ لدينا : $x - \frac{1}{2} \leq f(x) \leq x + \frac{1}{2}$

ب / استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

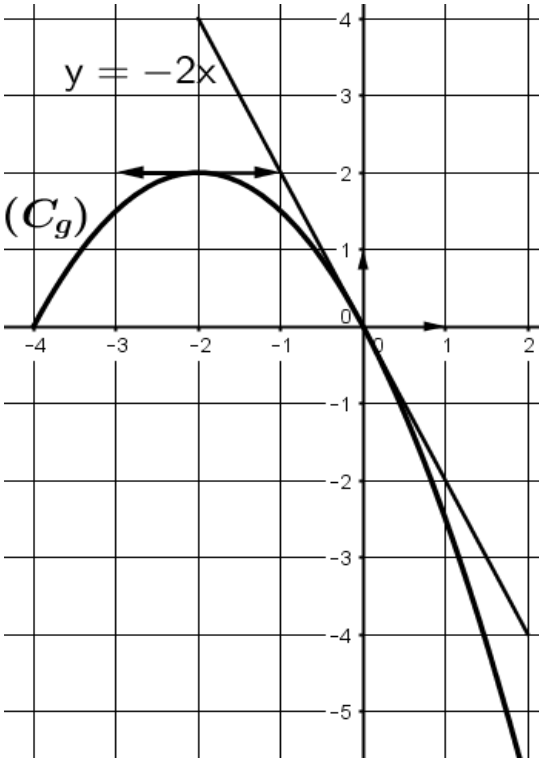
2 / أثبت أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.

ب / أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0; +\infty[$ وأن $0 < \alpha < \frac{\pi}{6}$.

ج / عين إشارة $f(x)$ من أجل كل x من $[0; +\infty[$.

التمرين السادس:

التمثيل البياني المقابل (C_g) هو للدالة g المعرفة على $[-4, 2]$ والقابلة للاشتقاق على المجال $]-4, 2[$



مماسين للمنحنى (C_g) احدهما مائل معادلته $y = -2x$

وثان معادلته $y = 2$ ، اعتمادا على التمثيل البياني ، اجب عن ما يأتي:

(1) عين في المجال $[-4, 2]$ إشارة كل من $g(x)$ و $g'(x)$.

(2) جد في المجال $[-4, 2]$ حل المعادلة $g'(x) = 0$ و $g'(x) = -2$

(3) f الدالة المعرفة على المجال $[-4, 2]$ بـ : $f(x) = [g(x)]^2$

(أ) احسب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ من أجل x من $]-4, 2[$

(ب) شكل جدول إشارة $f'(x)$ على المجال $]-4, 2[$

(ج). شكل جدول تغيرات الدالة f .

النجاح طريقنا

التمرين الاول:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$

(1) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلا في مجال يطلب تحديده.

(2) استنتج إشارة $f(x)$

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $[-4; 3]$ بـ: $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$

1. أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. بين أن المعادلة $f(x) = 8$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[-2; 1]$.

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ بـ: $f(x) = -x + 2 + \frac{3}{x^2}$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم $(O; I, J)$.

(1) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مستقيم مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

(2) أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل (Δ) .

التمرين الرابع:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	0	2	5

يعطى جدول تغيرات دالة f كما يلي: أعط في كل حالة من الحالات التالية عدد حلول

$$f(x) = -0,5 \quad (3)$$

$$f(x) = -5 \quad (2)$$

$$f(x) = 7 \quad (1)$$

المعادلة المقترحة في $\square$:

التمرين الخامس:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 2[$ و C_f هو تمثيلها البياني في الشكل المقابل، نقبل أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 1$ و

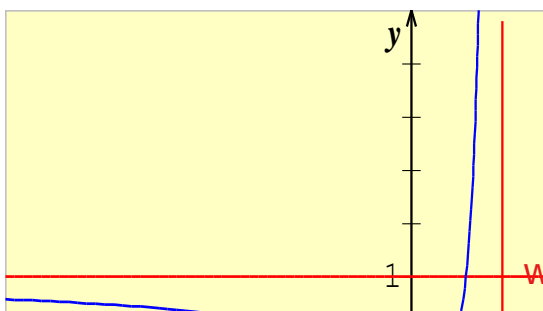
المستقيم Δ' الذي معادلته $x = 2$ مستقيمان مقاربان للمنحني C_f (1) انطلاقا من هذا التمثيل البياني عين:

(أ) نهاية $f(x)$ عندما يؤول x إلى 2.

(ب) نهاية $f(x)$ عندما يؤول x إلى $-\infty$.

2. شكل جدول تغيرات f على المجال $]-\infty; 2[$.

3. نقبل أن $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{(2-x)^2}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية



بحساب نهاية $\frac{ax^2 + bx + c}{(2-x)^2}$ عندما x يؤول إلى $-\infty$ ،

(أ) بين أن $a=1$ بين أن:

(ب). بقراءة بيانية للمنحني احسب $f(-2)$ و $f(1)$

(1) استنتج جملة لمعادتين ذات المجهولين b و c .

(2) حل هذه الجملة و عبر عن $f(x)$ بدلالة x .

التمرين السادس:

لتكن الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ:

$$f(x) = \frac{2-x}{x+5}$$

اختر الجواب الصحيح من ضمن الأجوبة المقترحة مع التبرير

أ- الدالة f معرفة على $\{5\} - i$.

ب- الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-5; -\infty[$ و $]\infty; 5]$.

ج- إشارة مشتقة الدالة f ثابتة.

د- منحنى الدالة f لا يقطع محور الفواصل.

هـ- منحنى الدالة f يشمل النقطة ذات الترتيبة 1-.

و- مماس منحنى الدالة f عند النقطة التي فاصلتها 0 هي $y = -\frac{7}{25}x + \frac{2}{5}$

التمرين الأول:

١) الجدول أدناه هو للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = ax^3 + bx + c$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$			-1		$+\infty$	

(1) أوجد الأعداد a, b, c .

(2) بين أن المعادلة $x^3 - 3x - 3 = 0$ تقبل حلا

وحيدا α من المجال $\left] \frac{5}{2}; 2 \right]$.

(3) استنتج، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

٢) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $D = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1} + 1$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O; I, J)$

(1) تحقق أنه من كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ، $f'(x) = \frac{2xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$

(2) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا.

(3) أحسب النهايات عند حدود D .

(4) أنجز جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن: $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(6) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) ثم مثل المنحنى (C_f) .

التمرين الثاني:

أ) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

(1) عين نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α حيث $1,6 < \alpha < 1,7$. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب) لتكن f الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

وحدة الأطوال: $4cm$.

(1) عين نهاية f عند 1. فسر بيانيا النتيجة. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بين أن: $f(\alpha) = \frac{2}{3} \times \frac{1-\alpha}{1+\alpha^2}$.

(3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) من بين المعادلات التالية عين ،مع التبدير، معادلة (Δ) مماس (C_f) عند النقطة A التي فاصلتها 0:
 ① $y = x + 1$ ② $y = -x + 1$ ③ $y = -x - 1$

5) حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) في المجال $]-1; 1[$. ماذا تستنتج؟
 6) بين أن المنحني (C_f) يقع أعلى مماسه (D) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
 7) أرسم بكل عناية المستقيمين المقاربين، المماسين و المنحني (C_f) .
 التمرين الثالث:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ : $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ و (γ) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم ضع جدول التغيرات

2) أثبت أن النقطة $A(0, 1)$ نقطة انعطاف للمنحني (γ)

3) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (γ)

4) لتكن h الدالة المعرفة بـ : $h(x) = f(x) - x$

أ) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد ينتمي الى المجال $[1, 2]$ يحقق أن : $h(\alpha) = 0$

ب) استنتج مما سبق عدد نقط تقاطع المنحني (γ) ومنصف الربع الأول

5) أرسم المنحني (γ) والمماس (Δ)

التمرين الرابع:

f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I يحوي $[-1; 1]$ و f' الدالة المشتقة للدالة f ، المنحني الممثل للدالة f' في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ في المجال $[-1; 1]$ حيث $f(0) = 0$.

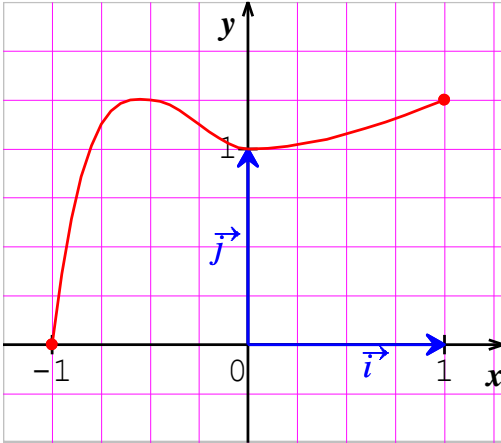
اذكر صحة أو خطأ ما يلي مع التبدير.

(1) $f(-1) < f(1)$

(2) 0 هو الحل الوحيد للمعادلة $f(x) = 0$ على المجال $[-1; 1]$.

(3) المنحني (C_f) الممثل للدالة f يقبل بالضبط مماسين موازيين للمستقيم الذي معادلته $y = x$.

(4) المنحني (C_f) يقع فوق مماسه (Δ) عند النقطة O .



التمرين الأول:

نريد معرفة وجود وتقريب حل للمعادلة (E) $x^3 = \sqrt{1-2x}$

لذلك نقترح الدالة f المعرفة على المجال $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$ كما يلي: $f(x) = x^3 - \sqrt{1-2x}$

(1) أوجد: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) عين أكبر مجال تكون فيه الدالة قابلة للإشتقاق، ثم أحسب عبارة المشتقة $f'(x)$

(3) أعط جدول تغيرات f على المجال $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$

(4) أرسم ممثلي كل من الدالتين: $x \rightarrow x^3$ و $x \rightarrow \sqrt{1-2x}$ وذلك على المجال $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$

(5) (أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا α .

(ب) أعط حصرا للعدد α في مجال طوله 10^{-1}

التمرين الثاني:

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على التوالي على R^* و R : كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x}$ ، $g(x) = x^2 - x + 2$

(1) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x يختلف عن الصفر أن المعادلة: $f(x) = g(x)$ تكافئ المعادلة: $x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$

(2) h الدالة المعرفة على R ب: $h(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1$

(أ) أدرس تغيرات الدالة h على R ثم ضع جدول تغيراتها

(ب) أحسب $h(0)$ ، $h(1)$

(ج) استنتج أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا c

(هـ) ماذا يمثل الحل c بيانيا؟

التمرين الثالث:

f دالة معرفة على المجال $R - \{1; -1\}$ ب: $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد وامتجانس ($O; I; J$) و الوحدة $2cm$

الجزء (A): لتكن الدالة g المعرفة على R ب: $g(x) = x^3 - 3x - 4$

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2,1 ; 2,2[$.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على R .

الجزء (B): (1) أحسب نهاية f عند أطراف مجال تعريفها.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R - \{1; -1\}$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$ ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f .

(3-أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R - \{1; -1\}$ ، $f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2 - 1}$

(ب) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب إعطاء معادلة له ثم دراسة وضعية (Δ) بالنسبة إلى (C_f)

(4) أرسم (Δ) و (C_f) (يعطى $f(\alpha) \in]5,29 ; 5,30[$)

التمرين الرابع:

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي غير معدوم x معرفة بـ: $f(x) = \frac{-x^3 + x + 1}{x^2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .

(1) عين العدد الحقيقي a بحيث من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم: $f(x) = ax + \frac{x+1}{x^2}$

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم: $f'(x) = \frac{(x+1)(-x^2 + x - 2)}{x^3}$

(3) أدرس تغيرات الدالة f

(4) برهن أن المستقيم $y = -x$: (Δ) مقارب للمنحني (C_f) ، ثم أدرس وضعية (C_f) و (Δ)

(5) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث $1 < \alpha < 2$

(6) أرسم (C_f)

التمرين الاول:

لتكن الدالة g المعرفة على $\square$ بـ: $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$

1/ أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ (لاحظ أن $g(1) = 0$)

2/ لتكن الدالة f المعرفة على $\square - \{2\}$ بـ: $f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$ وليكن (c_f)

منحنى f في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد $(o, \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$; $\|\vec{j}\| = 3cm$

أ) أحسب المشتقة $f'(x)$ ثم تحقق أنه من أجل كل x من $\square - \{2\}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^3}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$

ج) شكل جدول تغيرات f

3) بين أن (c_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (D) حيث (Δ) هو المستقيم المقارب المائل

4) أدرس وضعية (c_f) بالنسبة لـ: (Δ)

5/ أكتب معادلة لـ (T) مماس (c_f) في النقطة ذات الفاصلة 3

6/ أرسم (c_f) ; (T) ; (D) ; (Δ) .

التمرين الثاني:

التمثيل البياني (C_f) المقابل و المرسوم في معلم متعامد

و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ هو لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق

على $[0;4]$. النقط A , B و C هي نقط من (C_f) بحيث

أن مماسي (C_f) عند كل من A و B يوازيان محور

الفواصل بينما مماس (C_f) عند النقطة C هو (Δ) .

لدينا: $A(1;5)$, $B(3;1)$ و $C(2;3)$.

أحسب $f'(1)$, $f'(2)$ و $f'(3)$. أكتب معادلة للمماس (Δ) .

عين بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x) = 4$ على المجال $[0;4]$.

شكل جدول تغيرات الدالة f ثم استنتج جدول تغيرات الدالة g

المعرفة على المجال $[0;4]$ بـ: $g(x) = \frac{5}{f(x)}$

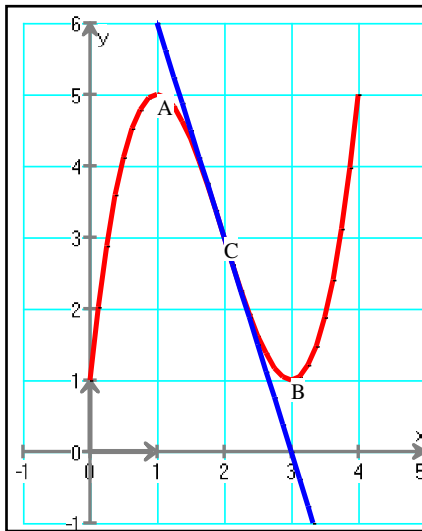
التمرين الثالث:

نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$

1- أدرس تغيرات الدالة g على R .

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α .

3- حدد، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.



الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على R^* بـ: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{3x}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث وحدة الأطوال هي $3cm$.

- 1- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
- 2- بين أنه من أجل كل x من R^* ، إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$.
- 3- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- 4- أرسم المنحني (C_f) (نأخذ $\alpha \approx \frac{2}{3}$).

التمرين الرابع:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	1	2	$-\infty$	$-\infty$	3	$-\infty$

إليك جدول تغيرات دالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على R^*

نرمز بـ C_f إلى منحنى الدالة f الممثل في معلم.

- 1- إستنتج من الجدول نهايات الدالة f
- 2- برر أن الدالة f ليست زوجية وليست فردية
- 3- بين أن المستقيم الذي معادلته $y=1$ يقطع C_f في ثلاث نقط .
- 4- أكتب معادلتى مقاربتين للمنحني C_f
- 5- حدد إشارة كل من العددين: $f'(-3)$, $f'(2)$.

التمرين الخامس:

f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$ ، (C_f) تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كمايلي :

x	$-\infty$	-4	3	5	$+\infty$
$f(x)$	3	-9	$+\infty$	-5	$-\infty$

أجب بصحيح أو خاطئ على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة:

- 1- من أجل كل x من $]3; +\infty[$: $f(x) \leq -5$.
- 2- المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $] -4; 3[$.
- 3- النقطة $A(4;1)$ تنتمي إلى (C_f) .
- 4- إذا كان $x > 6$ فإن $f(x) > f(6)$.
- 5- إذا كان $x \in]-\infty; 3[$ فإن $f'(x) < 0$.
- 6- المستقيم الذي معادلته $x=3$ هو مستقيم مقارب للمنحني (C_f) .
- 7- معادلة مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة (-4) هي : $y = -9$.

التمرين الأول:

حل في □ المعادلات التالية:

$$(1) \quad e^{2x} = 1 \quad (2) \quad e^{-5x} = e \quad (3) \quad e^x = e^{-2x}$$

$$(4) \quad e^{-x^2} = \frac{1}{e} \quad (5) \quad e^{x+3} = e^{\frac{4}{x}}$$

$$(6) \quad e^{x^2} = e^{-3(x+1)} \quad (7) \quad e^{\frac{x+4}{6-x}} = e^{\frac{1}{x}} \quad (8) \quad e^{2x+1} - (e^x)^3 = 0$$

التمرين الثاني:

احسب في كل حالة من الحالات التالية نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

$$(1) \quad f(x) = e^{-x} \quad (2) \quad f(x) = 2e^{2x}$$

$$(3) \quad f(x) = e^x + e^{-x} \quad (4) \quad f(x) = x + e^{2x}$$

$$f(x) = 1 + e^x + e^{2x} \text{ بـ } \square \text{ دالة معرفة على}$$

ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

التمرين الثالث:

$$f(x) = e^{2x} - e^x \text{ بـ } \square \text{ دالة معرفة على}$$

1. ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2. أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = e^{2x}(1 - e^{-x})$$

ب- استنتج نهاية f عند $+\infty$.

التمرين الرابع:

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}} \text{ بـ } \square \text{ دالة معرفة على}$$

(1) ادرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

(2) أدرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها

التمرين الخامس:

$$f(x) = x - \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \text{ بـ } \square \text{ دالة معرفة على}$$

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(2) بين أن المستقيم الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب لمنحني الدالة f عند $+\infty$.

(3) بين أن الدالة f فردية.

$$(4) \text{ أ- استنتج } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

ب- استنتج أن منحني الدالة f يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

التمرين السادس:

$$f(x) = 2x + 1 - e^{-x} \text{ بـ } \square \text{ دالة معرفة على}$$

(1) بين أن المستقيم D الذي معادلته $y = 2x + 1$ مقارب للمنحني

(C) الممثل للدالة f عند $+\infty$.

(2) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى D.

التمرين السابع:

فيما يلي احسب الدالة المشتقة f' للدالة f على المجال I.

$$(1) \quad f(x) = xe^x \quad I = \square$$

$$(2) \quad f(x) = (2x-3)e^x \quad I = \square$$

$$(3) \quad f(x) = (x^2 + x + 1)e^x \quad I = \square$$

$$(4) \quad f(x) = \frac{e^x - 1}{x} \quad I = \square^*$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{3e^x - 2}{e^x + 1} \quad I = \square$$

$$(6) \quad f(x) = \frac{e^x}{e^x - x} \quad I = \square$$

$$(7) \quad f(x) = (1 + \cos x)e^x \quad I = \square$$

$$(8) \quad f(x) = (e^x - 1)(e^x + 2) \quad I = \square$$

التمرين الثامن:

$$f(x) = \frac{e^{4x} - 3}{e^{4x} + 1} \text{ بـ } \square \text{ دالة معرفة على}$$

$$f(x) = \frac{1 - 3e^{-4x}}{1 + e^{-4x}}, x \in \square \text{ بـ } \square \text{ دالة معرفة على}$$

2. عين نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

3. احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها.

4. شكل جدول تغيرات الدالة f على $\square$

التمرين التاسع:

$$f(x) = e^{-x} - x - 2 \text{ بـ } \square \text{ دالة معرفة على}$$

1. ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2. شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. بين أن المنحني الممثل للدالة f يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً يطلب تعيين معادلة له.

4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً واحداً α حيث

$$-0,45 < \alpha < -0,44$$

5. استنتج إشارة $f(x)$ على $\square$.

التمرين العاشر:

نعتبر كثير الحدود P للمتغير الحقيقي x حيث:

$$P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 11x - 6$$

$$(1) \text{ تحقق من أن } P(x) = (2x-1)(x+2)(3-x)$$

$$(2) \text{ حل في } \square \text{ المعادلة } P(x) = 0$$

(3) استنتج مجموعة حلول المعادلة:

$$-2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 + 11\ln x - 6 = 0$$

$$-2e^{3x} + 3e^{2x} + 11e^x - 6 = 0 \quad (4)$$

التمرين الأول: بكالوريا ع ت 2008 م

(I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول 1 cm.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1; 1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

(II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$.

(C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ وفسر النتيجة بيانيا. (نذكر أن $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)

(2) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

(3) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة إنعطاف I يطلب تعيين إحداثيها.

(4) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

(5) أرسم (C_g) .

(6) الدالة العددية المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي: $H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ حيث α و β عدنان حقيقيان

- عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة: $1 - g(x) \mapsto x$. استنتج الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم عند القيمة 0

التمرين الثاني: بكالوريا ع ت 2010 م

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أـ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

بـ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أـ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + 1$.

بـ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

(4) أثبت أن النقطة $\omega(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5) أـ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1.4 < \beta < -1.3$.

بـ هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

جـ أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د - ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m - 1)e^{-x} = m$

التمرين الثالث: بكالوريا ع ت 2011 م

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^x - ex - 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 ب- أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.
 ج- شكّل جدول تغيرات الدالة f .
 (2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.
 ب- أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
 ج- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ ، تقبل في المجال $[1,75; 1,76]$ حلا وحيدا α .
 د- أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 2]$.

التمرين الرابع: بكالوريا ع ت 2012م

- (I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - xe^x$.
 (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
 (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .
 (3) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ ، تقبل في حلا وحيدا α على المجال $]-1; +\infty[$.
 ب- تحقق أن $0.5 < \alpha < 0.6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
 (II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي: $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$.
 (1) (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 (2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 (3) لتكن f' مشتقة الدالة f . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن: $f'(x) = -g(x)$ ،
 استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .
 (4) بين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})
 (5) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.
 ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
 (6) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1.6 < x_1 < -1.5$ و $1.5 < x_2 < 1.6$.
 ب- أنشئ (Δ) و (C_f) .
 (7) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = (ax + b)e^x$.
 أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$.
 ب- استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

التمرين الأول: باك 2020 رياضي

- (I) الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty; 0]$ كما يلي: $g(x) = -2e^x$ و $h(x) = x(e^x + 1)$.
حدّد إشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$.
- (II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ: $f(x) = (x-3)e^x + \frac{1}{2}x^2$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ. بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-\infty; 0]$: $f'(x) = h(x) + g(x)$.
ب. استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.
- (2) احسب $f(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
- (3) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 0]$ ثم تَحَقِّقْ أنّ: $-1.5 < \alpha < -1.4$.
- (4) (P) هو التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty; 0]$.
أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right]$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.
ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (P) و (C_f).
ج. أنشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 0]$.

التمرين الثاني: باك تجريبي - اوقاس - بجاية

- I. نعتبر الدالة g المعرفة على $[0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = e^x - x - 1$.
1. ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.
2. عين إشارة $g(x)$ على المجال $[0; +\infty[$ ، ثم استنتج أنّه من أجل كل x من $[0; +\infty[$ ، $e^x - x > 0$.
- II. الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ كمايلي: $h(x) = (2-x)e^x - 1$.
1. ادرس تغيّرات الدالة h ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.
2. بين أنّ المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8 < \alpha < 1.9$. استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $[0; +\infty[$.
- III. نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$.
- (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 4$ (الوحدة هي cm). 1. أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.
- ب. بين أنّه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(e^x - x)^2}$.
- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

التمرين الثالث: باك تجريبي ثانوية بن بولعيد

I) الدالة g معرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\square$ كما يلي: $g(x) = 4xe^{2x} + 1$

(1) احسب من أجل كل عدد حقيقي x عبارة $g'(x)$ مشتقة الدالة g ثم ادرس اتجاه تغير g .

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) > 0$.

II) نعرف الدالة f على المجموعة $\square$ بالشكل: $f(x) = x + (2x - 1)e^{2x}$

و $(\mathcal{C}_f)$ المنحني الممثل للدالة f في المستوي الزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 2 cm).

1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (d) ذا المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحني $(\mathcal{C}_f)$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (d) .

2- أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\square$: $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

ج) بين أن المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق الحصر التالي: $0,40 < \alpha < 0,41$.

(3) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني $\mathcal{C}_f$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(4) أرسم المماس (Δ) والمنحني $\mathcal{C}_f$.

التمرين الرابع:

(1) نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $g(x) = 1 + (1-x)e^x$

أ) ادرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[1, 27; 1, 28]$.

ج) أستنتج إشارة $g(x)$ على R .

(2) لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال R كما يلي: $f(x) = 2 + \frac{x}{e^x + 1}$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$.

أ) بين أنه من أجل كل x من R لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا.

ج) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

(2- أ) ليكن (D) المستقيم الذي معادلة له $y = x + 2$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x + 2))$. فسر النتيجة بيانيا.

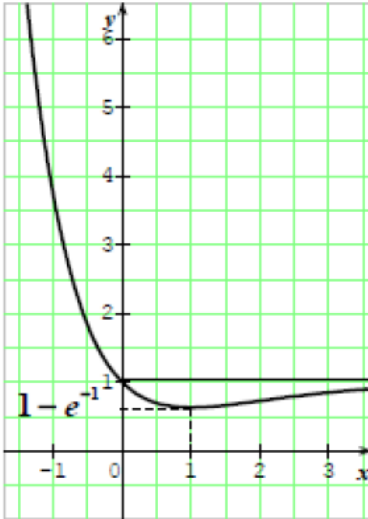
ثم أدرس وضعية (D) بالنسبة إلى (C) . ب) أنشئ المستقيم (D) والمنحني (C) الممثل للدالة f .

التمرين الأول:

- نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x) = \frac{6e^x}{e^{2x}-1}$
- (e هو أساس الدالة الأسية النيبيرية). معرفة على $D_f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$
- وليكن (C) المنحنى الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
 2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.
 3. عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = \ln 3$.
 4. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C) .
 5. أنشئ المنحنى (C) والمماس (Δ) .
 6. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم $(D_m): y = m$
 7. أوجد العددين الحقيقيين α و β حيث: من أجل كل x من D_f ، $f(x) = \frac{\alpha e^x}{e^x - 1} + \frac{\beta e^x}{e^x + 1}$

التمرين الثاني:

1. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = a + bxe^{-x}$
- الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



- قراءة بيانية عين العددين الحقيقيين a و b .
- II. نعتبر g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 - xe^{-x}$
1. احسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.
 2. أدرس اتجاه تغير الدالة g .
 3. شكل جدول تغيرات الدالة g .
 4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة التي ترتبها 1.
 5. بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

العمل دوما يطبعه نجاح لانعلم بالضرورة فحواه

التمرين الثالث:

- I - g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = (-x^2 - x + 1)e^{-x} - 1$ و بجدول تغيراتها الآتي :

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$e-1$	$-5e^{-2}-1$	-1

لا تنسى !!!

أ- أحسب $g(0)$ ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1,6 < \alpha < -1,5$.

ب- حدد إشارة $g(x)$.

II - لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -x$ يطلب دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4. أنشئ (Δ) و (C_f) (تعطى $f(\alpha) \approx 0,3$) .

5. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x - m - (x^2 + 3x + 2)e^{-x} = 0$

التمرين الرابع:

f الدالة العددية المعرفة على المجال $] -\infty; 1[$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من $] -\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل

جدول تغيراتها .

3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر .

ب) h دالة عددية معرفة على المجال $] -\infty; 1[$ بـ : $h(x) = e^{-x} + x - 1$.

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $] -\infty; 1[$: $h(x) \geq 0$

4) بين أنه من أجل كل x من $] -\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f)

والمماس (T) . فسر النتيجة بيانيا .

التمرين الخامس:

القيم المتوسطة

تفاهمنا عليها

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x-1)e^x - 1$

1- ادرس تغيرات الدالة g

2- اثبت ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1.2 < \alpha < 1.3$

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x}{e^x + 1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ) احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) - بين انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x فان : $f'(x) = \frac{-2g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ج) - حدد اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- أ) بين ان $f(\alpha) = 2(\alpha - 1)$ ثم اعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب) - بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ج) - ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ)