

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول (05 ن) :

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتيهما

$$Z_A = 4 + 2i \text{ و } Z_B = 3 - i$$

1° أ- أكتب على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{Z_B - Z_A}{Z_B}$

ب- استنتج طبيعة المثلث ABO

2° نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' لاحقتها Z' و الذي يحول النقطة A إلى B و يحول B إلى O

أ- بين أن العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $Z' = -iZ + 1 + 3i$

ب- عين طبيعة التحويل R و عناصره المميزة

ت- عين Z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R

ث- استنتج طبيعة الرباعي $ABOC$

ج- عين مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها Z حيث: $|Z - 4 - 2i| = |Z|$

3° من أجل $Z \neq 2 + i$ نضع $L = \frac{Z' - 2 - i}{Z - 2 - i}$ ،

أ- بين أن $L = -i$

ب- بين أن: $(Z' - 2 - i)^2 + (Z - 2 - i)^2 = 0$

ت- عين العدد الطبيعي n حيث L^n عدد حقيقيا.

التمرين الثاني (04 ن) :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x, y, z)$ حيث:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$$

1° بين أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

2° نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة: $2x - 2y + z - 2 = 0$

أ- حدد الوضع النسبي للمستوي (Q) و سطح الكرة (S)

ب- بين أن نقط تقاطع المستوي (Q) و السطح الكروي (S) هو دائرة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها

3° نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة $2mx + (1 - 2m)y + mz + 1 - 2m = 0$ حيث m عدد حقيقي.

أ- ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0; -1; 0)$ و شعاع توجيهه $\vec{u}(1; 0; -2)$.

° بين أن المستقيم (Δ) محتوي في المستوي (P_m)

ب- حدد العدد الحقيقي m التي من اجلها يكون المستوي (P_m) مماسا لسطح الكرة (S)

ت- حدد العدد الحقيقي m التي من اجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q)

التمرين الثالث (04 ن):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على IN كمايلي : $u_0 = e$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ حيث e : هو أساس اللوغاريتم النيبيري.

و لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n حيث : $v_n = \ln(u_n)$

1° أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

2° من اجل كل عدد طبيعي n : نضع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، $p_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

أ- أثبت أن من اجل كل عدد طبيعي n : $p_n = e^{S_n}$

ب- أكتب عبارة S_n بدلالة n ثم استنتج p_n عبارة n بدلالة n

ت- عين نهاية S_n ثم استنتج نهاية P_n

التمرين الرابع (07 ن):

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ (حيث $\ln$ اللوغاريتم النيبيري) (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

1° بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) عين عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$

2° أحسب $g(2)$ ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2,87 < \alpha < 2,88$

3° استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1; +\infty[$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث : $f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1° أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +1} f(x)$

2° أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3° أ- بين أنه من أجل x من $]1; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب- استنتج اتجاه الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4° أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha) = 3,9$)

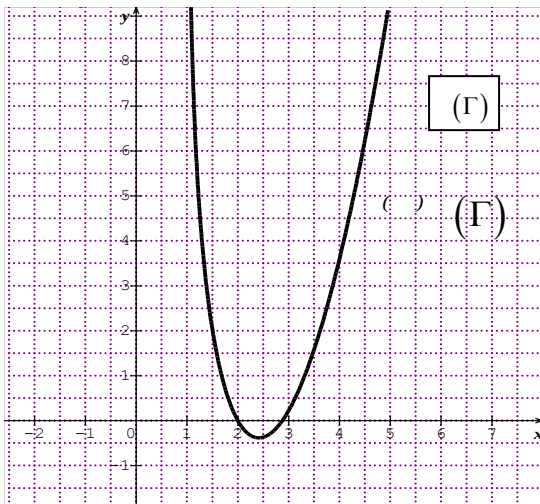
5° لتكن الدالة h المعرفة على $]1; +\infty[$ كمايلي :

$$h(x) = [\ln(x-1)]^2$$

أ- أحسب $h'(x)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال

$$]1; +\infty[$$

ب- أحسب التكامل $\int_2^5 f(x) dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.



الموضوع الثاني

التمرين الأول (05 ن):

1°) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة (E) ذات المجهول z التالية:

$$z^3 + (i\sqrt{3} - 2)z^2 + (2 - 2i\sqrt{3})z + 2i\sqrt{3} = 0$$

أ- بين أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيليا صرفا يطلب تعيينه.

ب- حل في (C) المعادلة (E).

2°) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقط K, L و M و التي لواحقها على الترتيب: $z_K = 1+i$ ، $z_L = 1-i$ و $z_M = -\sqrt{3}i$ أنشئ النقط K, L و M في المعلم السابق.

3°) أ- تحقق أن z_N لاحقة النقط N نظيرة النقط M بالنسبة للنقط L هي $2+i(\sqrt{3}-2)$.

ب- نعتبر الدوران r الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث: $r(M) = A$ و $r(N) = C$.

عين اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A و C على الترتيب.

ت- نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه هي $2i$ حيث: $t(M) = D$ و $t(N) = B$.

عين اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين D و B على الترتيب.

4°) أ- بين أن النقط K هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمين $[DB]$ و $[AC]$.

ب- بين أن: $\frac{z_C - z_K}{z_B - z_K} = i$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثاني (04 ن): الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;0;2)$

، $B(0;1;2)$ و $C(1;-2;0)$ و المستوي (P) الذي معادلته $3x - 2y + z + 3 = 0$.

1°) أ- بين أن النقط A, B و C تعين مستويا (ABC) .

ب- تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكرارية له.

2°) أ- بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

ب- بين أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) معرف بتمثيله الوسيطى:

$$\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 4t \\ z = 5t \end{cases}$$

حيث t وسيط حقيقي.

ت- أحسب المسافة بين النقط $H(-1;6;-2)$ و المستوي (ABC) ثم بين أن المسافة H و المستقيم

$$(\Delta) \text{ تساوي } \sqrt{\frac{106}{3}}$$

3°) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 12y + 4z + 3 = 0$

أ- بين أن (Γ) هي سطح كرة مركزها H يطلب تعيين نصف قطرها.

ب- ما هو الوضع النسبي للمجموعة (Γ) و المستقيم (Δ) ؟

التمرين الثالث (04 ن):

$$\begin{cases} v_1 - v_3 = \frac{7}{16} \\ v_1 \times v_2 \times v_3 = \frac{27}{64} \end{cases} \quad (v_n) \text{ المتتالية الهندسية الموجبة تماما و المعرفة على } IN \text{ بحيث:}$$

أ- أحسب v_2 و الأساس q للمتتالية (v_n)

ب- أكتب v_n بدلالة n

$$(u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة بـ } u_0 = -\frac{2}{3} \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n: u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$$

أ- أحسب الحدود u_1, u_2, u_3

ب- برهن انه من أجل كل عدد طبيعي n فان $u_n > -2$

ت- عين اتجاه تغير (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(°3) المتتالية العددية (w_n) المعرفة على IN بـ: $w_n = u_n - v_n$

أ- أثبت بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = -2$

ب- استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب نهايتها.

ت- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$

التمرين الرابع (07 ن):

لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR حيث: $f(x) = x + \ln 4 + \frac{2}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

أ- احسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$.

(°2) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + f(-x)$

ماذا نقول عن النقطة $A(0; 1 + 2\ln 2)$ ؟

(°3) أدرس اتجاه تغير f الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

(°4) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m المعادلة $f(x) = m$ تقبل حلا وحيدا في IR

ب- a عدد حقيقي يحقق: $f(a) = 2$

من أجل أية قيمة لـ m يكون $-a$ حلا للمعادلة $f(x) = m$ ؟

(°5) أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x + 2 + \ln 4 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + \ln 4$ و المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x + 2 + \ln 4$

مقاربان مائلان للمنحنى (C_f) .

(°6) α عدد حقيقي موجب تماما، نضع $I(\alpha) = \int_0^\alpha [f(x) - x - \ln 4] dx$

أ- ماذا يمثل $I(\alpha)$ ؟

ب- بين أن $I(\alpha) = 2 \ln \left(\frac{2e^\alpha}{e^\alpha + 1} \right)$

ت- عين القيمة المضبوطة لـ α التي تحقق $I(\alpha) = 1$.