

الاختبار الاول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر المعادلتين التفاضليتين :

$$(E): y' - 2y - 1 = 0$$

$$(E'): y' - 2y = 1 - e^x \sin x$$

- أجب بـ (صحيح أو خطأ) مع التعليل فيما يلي:

- (1) المعادلة التفاضلية (E) تقبل دالة كثير حدود من الدرجة الأولى حلا لها
- (2) لتكن g دالة موجبة معرفة على $\mathbb{R}$ ، إذا كانت g حلا للمعادلة التفاضلية (E) فإن g متزايدة على $\mathbb{R}$.
- (3) الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = 3e^{2x} - \frac{1}{2}$ حلا للمعادلة التفاضلية (E) .
- (4) الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x) = \frac{e^x}{2} [\cos x + \sin x]$ حلا للمعادلة التفاضلية (E') .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

- (1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E) : 3x - 2y = 1$
- (2) ليكن n عدد طبيعي غير معدوم
 - (أ) بين أن الثنائية $(14n + 3; 21n + 4)$ هي حل للمعادلة (E)
 - (ب) استنتج أن العددين $14n + 3$ و $21n + 4$ أوليان فيما بينهما
 - (3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين $21n + 4$ و $2n + 1$
 - (أ) بين أن $d = 1$ أو $d = 13$
 - (ب) بين أنه إذا كان $d = 13$ فإن $n \equiv 6 [13]$
 - (4) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ نضع :

$$a = 21n^2 - 17n - 4 \quad . \quad b = 28n^3 - 8n^2 - 17n - 3$$

- (أ) بين أن العددين a و b يقبلان القسمة على $(n - 1)$ في مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$
- (ب) عين حسب قيم العدد الطبيعي n حيث $n \geq 2$ القسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين a و b

التمرين الثالث: (11 نقطة)

I. لتكن الدالة g معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة $g(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$

1. ادرس تغيرات الدالة و شكل جدول تغيراتها.
2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x > -1$ يكون $0 < g(x) < e$.

II. نعتبر الدالة f لمعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}}$ و ليكن (Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. من اجل كل عدد حقيقي $x > -1$ احسب $f'(x)$ و بين ان $f''(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$

3. احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f'(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$

4. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x > -1$ فان $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x^2}{x+1} \right) e^{\frac{x}{x+1}}$

5. ادرس تغيرات الدالة f' .

6. بين ان المعادلة $f'(x)$ يقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث: $-0.72 < \alpha < -0.71$

- مستعينا بالسؤال السابق استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
- نقطة إحداثياتها $(x; 0)$ حيث $x > -1$ المستقيم العمودي المار من النقطة A يقطع (Cf) في نقطة M و يقطع (Δ) ذو المعادلة $y = x - e + 1$ في النقطة N , نضع $h(x) = MN$.

1. بين أن: $h(x) = -g(x) + e$

2. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

3. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (Cf) و المستقيم (Δ) .

4. بين أن: $f(\alpha) = -\alpha(\alpha + 1)$

5. ادرس اتجاه تغيرات الدالة h على المجال $]-1, \frac{-1}{2}[$.

6. انطلاقا من اتجاه تغير الدالة h استنتج حصر $f(\alpha)$

7. ارسم (Δ) و (Cf) (الوحدة 3cm)

8. ناقش بيانيا و حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = |m|$

III. لتكن الدالة k معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $k(x) = x + 1 + e^{\frac{x-1}{x}}$ (Ck) , تمثيلها البياني في معلم

متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- عين قيمة β التي تحقق $k(x) = f(x-1) + \beta$

2- اشرح كيف يمكن رسم (Ck) انطلاقا من (Cf) .