

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيات

المدة : ساعتين و نصف

الشعبة : أداب و فلسفة+لغات أجنبية

ملاحظة : اختر موضوعا واحدا فقط من الموضوعين المقترحين

الموضوع الأول

التمرين الأول: 5 نقاط

a و b عدنان طبيعيين بحيث :

$$a = 619 \quad b = 2124$$

1. بين أن العددين a و b متوافقان بتربيد 5.

2. أ) بين أن $2124 \equiv -1[5]$.

ب) أستنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5 .

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2124^{2n} \equiv 1[5]$

د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون :

$$2124^{2n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$$

التمرين الثاني: 06

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - 2 \end{cases}$$

1. أحسب الحدود u_1, u_2, u_3

2. لتكن (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث :

$$V_n = u_n - 4$$

- أحسب الحدود V_1, V_2, V_3
- أثبت أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول
- أكتب عبارة V_n بدلالة n ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n
- أحسب بدلالة n المجموع S حيث:

$$S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

ثم إستنتج المجموع S' حيث:

$$S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

التمرين الثالث: 9 نقاط

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2x - 3$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب الى معلم متعامد ومتجانس ($O, \vec{i}, \vec{j}$)

(1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

(2) أـ أحسب $f(2), f\left(\frac{1}{3}\right), f(1)$

بـ أحسب $f'(x)$ ثم حدد اتجاه تغير الدالة f , و شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن $f(x) = 2x(x-1)^2 - 3$

(4) بين للمنحنى (C_f) نقطة إنعطاف فاصلتها $\frac{2}{3}$.

(5) (Δ) مستقيم معادلته : $y = 2x - 3$: (Δ)

(6) أـ بين أن : $f(x) - (2x - 3) = 2x^2(x - 2)$

(7) بـ أدرس إشارة الفرق : $f(x) - (2x - 3)$ ثم استنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

(8) أنشئ في نفس المعلم كل من : (Δ) , (T) والمنحنى (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 6 نقاط

- $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية معرفة بحدّها الأول u_0 وأساسها $r = -2$ ، بحيث: $u_0 + u_5 = -8$
- 1/ أحسب u_0 ، ثم أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 - 2/ أحسب المجموع: $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 - 3/ $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية معرفة بحدّها الأول $v_0 = 1$ وأساسها $q = 5$.
أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .
بد أحسب المجموع: $S_2 = v_0 + v_1 + \dots + v_n$
 - 4/ نعتبر المتتالية $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها العام: $w_n = 5^n + 2n - 3$
تحقق أن: $w_n = v_n - u_n - 2$ ، ثم أحسب المجموع: $w_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

التمرين الثاني: 4 نقاط

يحتوي كيس على 6 قريصات مرقمة من 1 إلى 6، لا نفرق بينها باللمس، نسحب قريصتين بصفة عشوائية في آن واحد.

1. عين مجموعة الإمكانيات
 2. نسمي A حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما يساوي 5 و B حادثة الحصول على قريصتين فرق رقميهما يساوي 2
- أ) أحسب احتمال الحادثتان A و B
 - ب) أحسب احتمال الحصول على قريصتين رقميهما يساوي 5 علما أن فرق رقميهما يساوي 2

التمرين الثالث: 9 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 4[\cup]4; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x-7}{-x+4}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ وعند (4) ثم فسر النتائج المحصل عليها بيانياً؟
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيههما يساوي 3- يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
4. عين إحداثيي نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.
5. أنشئ في نفس المعلم المماسيين (Δ) و (Δ') والمنحنى (C_f) .

نتمنى لكم التوفيق والنجاح

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط للإمتحان التجريبي دورة ماي 2016 (لغات وأداب)

العلامة		عناصر الإجابة	معايير الموضوع
المجموع	مجزأة		
5ن	0.5+0.5	<u>الموضوع الأول</u> التمرين الأول: 1. $2124 \equiv 4[5]$ و $619 \equiv 4[5]$ 2. أ) لدينا $2124 \equiv 4[5]$ و $4 \equiv -1[5]$ ومنه $2124 \equiv -1[5]$ ب) $2124^{720} \equiv 1[5]$ و $619^{721} \equiv -1[5]$ أي $619^{721} \equiv 4[5]$ ج) $2124 \equiv -1[5]$ أي $2124^{2n} \equiv (-1)^{2n}[5]$ ومنه $2124^{2n} \equiv 1[5]$ د) $n = 5k$	<u>القسم في</u> <u>$\mathbb{Z}$</u>
	0.5+0.5		
	0.5×3		
	0.5+0.5		
	0.5		
7ن	01.5	<u>التمرين الثاني:</u> 1. $u_3 = \frac{-11}{4}, u_2 = \frac{-1}{2}, u_1 = 1$ 2. $V_3 = \frac{-27}{4}, V_2 = \frac{-9}{2}, V_1 = -3$ 3. (V_n) متتالية هندسية حيث: $q = \frac{3}{2}$ و $V_0 = -2$ 4. $U_n = -2 \left(\frac{3}{2}\right)^n + 4$ و $V_n = -2 \left(\frac{3}{2}\right)^n$ 5. $S' = 4 \left[1 - \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}\right] + 4(n+1)$ و $S = 4 \left[1 - \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}\right]$	<u>المتتاليات</u> <u>العددية</u>
	01.5		
	01		
	01.5		
	01.5		
8ن	01	<u>التمرين الثالث:</u> 1. النهايات $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 2. أ) $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-73}{27}$ ، $f(2) = 1$ ، $f(1) = -3$ ب) الدالة المشتقة: $f'(x) = 6x^2 - 8x + 2$ إتجاه التغير: $x_2 = 1, x_1 = \frac{1}{3}$ ، $\Delta = 16$	<u>الدوال</u> <u>كثيرات</u> <u>الحدود</u>
	0.75		
	01		
	0.5		
	0.5		

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+

الدالة f متزايدة على كل من المجالين $]-\infty; \frac{1}{3}]$ و $]\frac{1}{3}; +\infty[$ ومتناقصة على $[\frac{1}{3}; 1]$

0.75

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$-\frac{73}{27}$	-3	$+\infty$

0.5

0.5

0.5

$$f(x) = 2x(x-1)^2 - 3 \quad /3$$

$$(T): y = 10x - 19 \quad /4$$

$$f'(x) = 12x - 8 \quad /5 \text{ نقطة الإنعطاف}$$

f'' تنعدم وتغير إشارتها عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{2}{3}$

0.5

$$(A): y = 2x - 3 \quad /6 \text{ مستقيم معادلته}$$

$$f(x) - (2x - 3) = 2x^2(x - 2) \quad \text{أ}$$

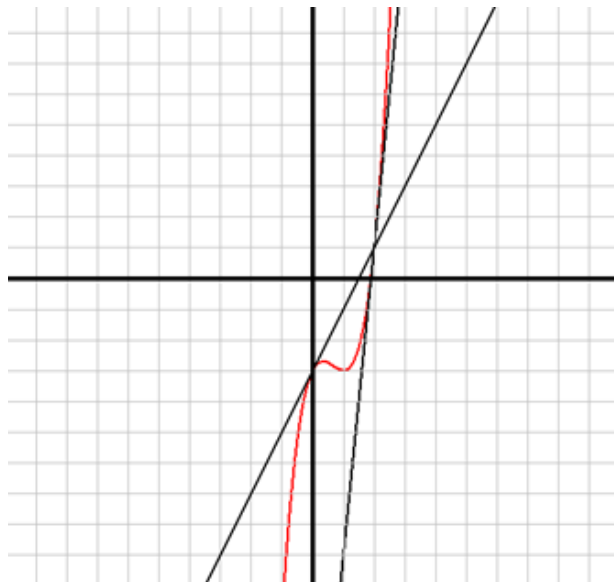
$$f(x) - (2x - 3) \quad \text{ب) دراسة إشارة}$$

0.5

x	$+\infty$	2	$+\infty$
$f(x) - (2x - 3)$	-	0	+
الوضعية	(C_f) يقع تحت (A) / يتقاطعان / (C_f) يقع فوق (A)		

7/ التمثيل البياني:

01



الموضوع الثاني

التمرين الأول:

6 ن

05+05
01

0.5
01

0.5
02

$$u_n = -2n + 1, u_0 = 1 \quad /1$$

$$S_1 = (n+1)(1-n) \quad /2$$

$$S_2 = \frac{1}{4}(5^{n+1} - 1) \quad /3 \quad v_n = 5^n \quad \text{ب} \quad /$$

$$w_n = v_n - u_n - 2 \quad /4$$

$$S_3 = S_2 - S_1 - 2(n+1)$$

الإحتمالات

04

01
0.5+0.5
0.5+0.5
0.5+0.5

$$\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6); (3,4); (3,5); (3,6); (4,5); (4,6); (5,6)\} \quad /1$$

$$A = \{(1,4); (2,3)\}, B = \{(1,3); (2,4); (3,5); (4,6)\} \quad /2$$

$$p(B) = \frac{4}{15} \quad \text{و} \quad p(A) = \frac{2}{15} \quad \text{أ} \quad /$$

$$p_A(B) = 0 \quad \text{إذن} \quad P(A \cap B) = 0 \quad \text{و} \quad A \cap B = \emptyset \quad \text{ب} \quad /$$

الدوال
التناظرية

10

4 × 0.5

0.5

0.5

01

01

01

التمرين الثالث:

1/ دراسة تغيرات f :

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$$

التفسير البياني:

$y = -1$ معادلة مستقيم مقارب ل (C_f) يوازي محور الفواصل بجوار $(+\infty$ و $-\infty)$

$x = 4$ معادلة مستقيم مقارب ل (C_f) يوازي محور الترتيب

2- اتجاه التغير:

$$f'(x) = \frac{-3}{(-x+4)^2} \quad \text{- الدالة المشتقة:}$$

ونلاحظ أنه من أجل كل $x \in D_f$: $f'(x) < 0$ ومنه f متناقصة تماما

-جدول التغيرات :

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

3/ يوجد مماسين عند النقطتين ذات الفاصلتين : 3 و 5

- معادلة المماسين : $(\Delta): y = -3x + 5$

01

01

$$(\Delta'): y = -3x + 17$$

4/ نقاط التقاطع مع المحورين :

0.5

0.5

- مع محور الترتيب : $(C_f) \cap (yy') = \left\{ \left(0, -\frac{7}{4}\right) \right\}$

- مع محور الفواصل : $(C_f) \cap (xx') = \{ (7, 0) \}$

5/ التمثيل البياني:

01

