

الواجب المنزلي رقم (03) في مادة الرياضيات

يناقش يوم : 2019/01/26

يعاد يوم : 2020/01/19

سلم يوم : 2020/01/13

تمرين رقم (1) :

$(O, \vec{i}; \vec{j})$ معلم للمستوي، α عدد حقيقي، لتكن النقط : $A(-1; 2)$ ، $B(2; 0)$ و $C(5; \alpha)$

- 1 عين قيمة α حتى تكون النقط A ، B و C في إستقامة.
- 2 أكتب المعادلة الديكارتية المستقيم (AB) .
- 3 أكتب المعادلة الديكارتية المستقيم (Δ) الذي معامل توجيهه هو 2 ويشمل النقطة $(1; 5)$.
- 4 عين إحداثيتي نقطة تقاطع (AB) و (Δ) .

تمرين رقم (2) :

$ABCD$ متوازي أضلاع، نعتبر النقطتين E و F من المستوي بحيث $\vec{DE} = \frac{5}{2}\vec{DA}$ و $\vec{CF} = \frac{2}{3}\vec{DC}$

- 1 بين أن : $\vec{BE} = \frac{3}{2}\vec{DA} - \vec{AB}$ و $\vec{BF} = \frac{2}{3}\vec{DC} + \vec{BC}$.
- 2 أكتب الشعاعين $\vec{BE}$ و $\vec{BF}$ بدلالة الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{BC}$.
- 3 بين أن : $2\vec{BE} + 3\vec{BF} = \vec{0}$ ، ماذا تستنتج ؟.

تمرين رقم (3) :

(Δ_m) مستقيم من المستوي معادلته $m / (m + 3)x - (2m + 1)y + m = 0$ عدد حقيقي ثابت
◀ عين قيمة m في كل حالة من الحالات التالية :

- 1 النقطة $A(5; 3)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m) .
- 2 $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (Δ_m) .
- 3 المستقيم (Δ_m) موازي للمستقيم (D) الذي معادلته $2x + 3y + 1 = 0$.
- 4 معامل توجيه المستقيم (Δ_m) يساوي 2.

التمرين (1)

$A(-1; 2)$, $B(2; 0)$ و $C(5; \alpha)$

1 تعيين قيمة α حتى تكون النقط A , B و C في إستقامة.

النقط A , B و C في إستقامة معناه أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ \alpha - 2 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا معناه $6 \times (-2) - (\alpha - 2) \times 3 = 0$ اي $-12 - 3\alpha + 6 = 0$
منه قيمة $\alpha = -2$
 $C(5, -2)$

2 كتابة المعادلة الديكارتية للمستقيم (AB)

شعاع توجيه المستقيم (AB) هو الشعاع $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

نفرض $M(x; y)$ نقطة من (AB) و منه $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا حيث $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ و

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x + 1 \\ y - 2 \end{pmatrix}$$

و عليه $3(y - 2) - (-2)(x + 1) = 0$ أي $3y - 6 + 2x + 2 = 0$ و منه المعادلة الديكارتية للمستقيم (AB) هي $2x + 3y - 4 = 0$.

3 كتابة المعادلة الديكارتية للمستقيم (Δ) الذي معامل توجيهه هو 2 و يشمل النقطة $(1; 5)$

كل مستقيم له معادلة من الشكل $y = \alpha x + \beta$ حيث α معامل توجيه المستقيم و منه

$$(\Delta) \cdots y = 2x + b$$

إيجاد قيمة b

لدينا $(1, 5)$ نقطة من (Δ) و عليه $5 = 2 \times 1 + b$ و منه $b = 3$ و عليه $(\Delta) \cdots y = 2x + 3$

و منه المعادلة الديكارتية لـ (Δ) هي $2x - y + 3 = 0$

4 تعيين إحداثيتي نقطة تقاطع (AB) و (Δ) .

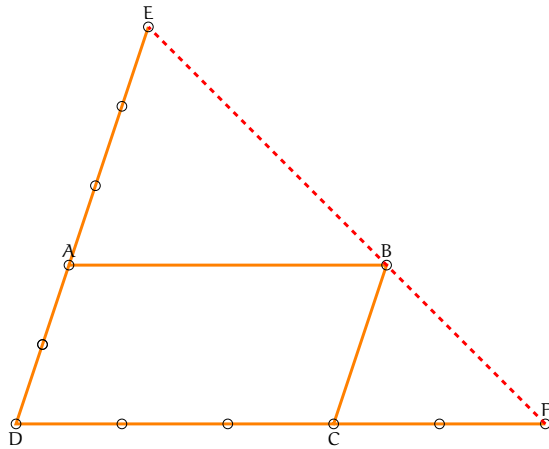
$$\begin{cases} 2x + 3y - 4 = 0 \cdots (1) \\ 2x - y + 3 = 0 \cdots (2) \end{cases} \quad \text{نحل الجملة}$$

بالطرح طرف لطرف نجد $4y - 7 = 0$ و منه $y = \frac{7}{4}$ بتعويض قيمة y في (2) نجد $2x - \frac{7}{4} + 3 = 0$

$$2x = -\frac{5}{4} \quad \text{أي} \quad x = -\frac{5}{8}$$

$$\text{ومنه} \quad (AB) \cap (\Delta) = \left\{ \left(-\frac{5}{8}; \frac{7}{4} \right) \right\}$$

التمرين (2)



$$\overrightarrow{DE} = \frac{5}{2} \overrightarrow{DA}$$

$$\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC}$$

$$\text{1 إثبات أن: } \overrightarrow{BE} = \frac{3}{2} \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} \quad \text{حسب علاقة شال}$$

$$\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{DA} \quad \text{حيث} \quad \overrightarrow{AE} = \frac{3}{2} \overrightarrow{DA}$$

$$\text{إثبات أن: } \overrightarrow{BF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF} \quad \text{حسب علاقة شال}$$

$$\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{BC} + \frac{2}{3} \overrightarrow{DC} \quad \text{حيث} \quad \overrightarrow{CF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC}$$

و منه $\frac{(m+3)}{(2m+1)} = \frac{2}{5}$ أي $2(2m+1) = 5(m+3)$ ومنه $5m + 15 - 4m - 2 = 0$ أي $m = -13$

3) (Δ_m) موازي للمستقيم (D) الذي معادلته $2x + 3y + 1 = 0$

معناه $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 2m+1 \\ m+3 \end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا أي $(2)(2m+1) - (-3)(m+3) = 0$ ومنه $4m + 2 + 3m + 9 = 0$ و عليه قيمة m هي $-\frac{11}{7}$

قال الإمام الشافعي رحمه الله :

أخي لن تنال العلم إلا بسة:

سأنيك عن تفاصيلها ببيان

ذكاء و حرص و إجتهد و بلغة

وصحة أستاذ وطول زمان

2) كتابة الشعاعين $\vec{BE}$ و $\vec{BF}$ بدلالة الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{BC}$

لدينا $\vec{BE} = \frac{3}{2}\vec{DA} - \vec{AB}$ حيث $\vec{DA} = \vec{CB}$ ومنه $\vec{BE} = -\frac{3}{2}\vec{BC} - \vec{AB}$

لدينا $\vec{BF} = \frac{2}{3}\vec{DC} + \vec{BC}$ حيث $\vec{DC} = \vec{AB}$ ومنه $\vec{BF} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \vec{BC}$

3) إثبات أن: $2\vec{BE} + 3\vec{BF} = \vec{0}$

لدينا $\vec{BE} = -\frac{3}{2}\vec{BC} - \vec{AB}$ و $\vec{BF} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \vec{BC}$

ومنه $2\vec{BE} = -3\vec{BC} - 2\vec{AB}$

و $3\vec{BF} = 2\vec{AB} + 3\vec{BC}$

و عليه $2\vec{BE} + 3\vec{BF} = -3\vec{BC} - 2\vec{AB} + 2\vec{AB} + 3\vec{BC} = \vec{0}$

نستنتج أن النقط B, E, F في إستقامة لأن $\vec{BE} = -\frac{3}{2}\vec{BF}$ (الشعاعان مرتبطان خطيا)

التمرين (3)

$(\Delta_m) \cdots (m+3)x - (2m+1)y + m = 0$

تعيين قيم m

1) النقطة $A(5;3)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m)

أي $(m+3)5 - (2m+1)3 + m = 0$ ومنه $12 = 0$ (مستحيل) لا توجد قيمة ل m بحيث $A(5;3) \in (\Delta_m)$

2) $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (Δ_m)

معناه $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 2m+1 \\ m+3 \end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا

أي $5(m+3) - 2(2m+1) = 0$ و $m + 13 = 0$ أي $m = -13$ و $m = -13$

أو $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ شعاع توجيه المستقيم معناه أن معامل توجيهه هو $\alpha = \frac{2}{5}$

حيث $(m+3)x - (2m+1)y + m = 0$ أي $(m+3)x - (2m+1)y = -m$ حيث $y = \frac{(m+3)}{(2m+1)}x - \frac{m}{(2m+1)}$