

الأستاذ فرقاني فارس

2AS

الشعب العلمية والرياضية

السلسلة 2AS-U02-1



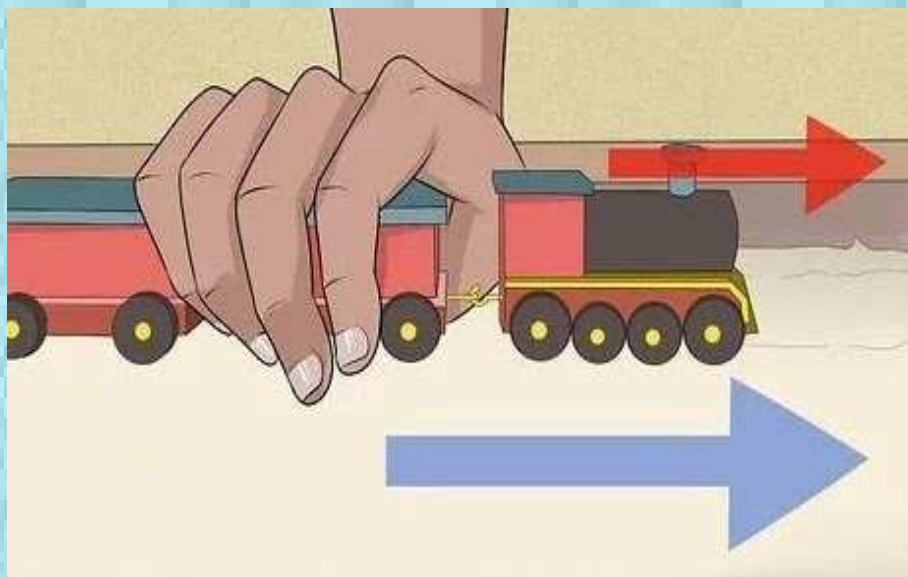
SCAN ME

الموقع الإلكتروني

سلاسل المنجد في

العلوم الفيزيائية

العمل والطاقة الحركية الانسحابية



الإصدار : سبتمبر 2024

facebook.com/faresfergani25

www.sites.google.com/site/faresfergani

خلاصة الدرس وتمارين محلولة

2AS

العمل والطاقة الحركية الانسحابية

المحتوى

- عمل قوة ثابتة في مسار مستقيم.
- عمل قوة الثقل.
- الطاقة الحركية الانسحابية.
- تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة.

العمل والطاقة الحركية الانسحابية

إعداد الأستاذ: فرقاني فارس

المحتوى: عرض نظري مختصر وتمارين محلولة

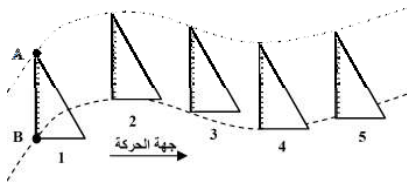
خلاص الدرس وتمارين محلولة 1

التمارين ذات درجة أولى من الصعوبة

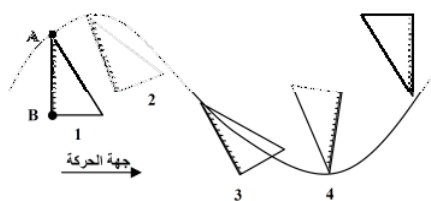
عمل قوة ثابتة في مسار مستقيم

نقول عن جسم صلب أنه في حركة انسحابية، إذا تحركت كل نقاطه بنفس الحركة وبالتالي تكون لها مسارات متماثلة.

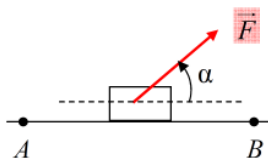
حركة انسحابية



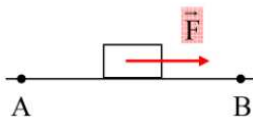
حركة غير انسحابية



مفهوم الحركة
الانسحابية



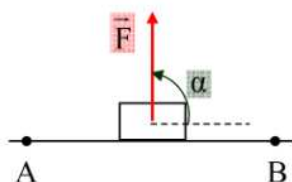
$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$



$$\alpha = 0$$

$$\cos \alpha = 1$$

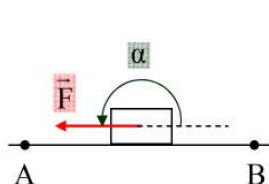
$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB$$



$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \alpha = 0$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = 0$$

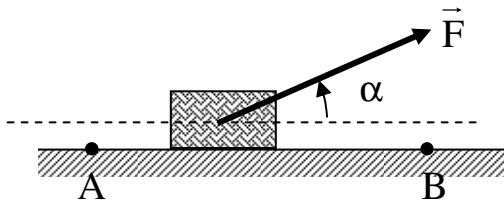


$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \alpha = 0$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = 0$$

عبارة عمل قوة ثابتة
في مسار مستقيم

التمرين (1): (التمرين: 001 في بنك التمارين) (**)

يتحرك جسم (S) كتلته m ، أفقياً من موضع A إلى موضع B على مسار مستقيم تحت تأثير قوة $\vec{F}$ (الشكل).

يعطى: $AB = 5\text{ m}$ ، $F = 20\text{ N}$.

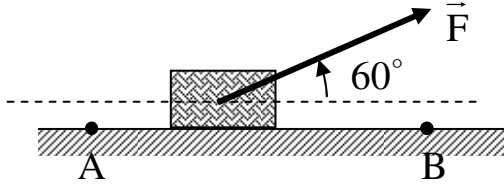
- أحسب عمل القوة $\vec{F}$ عندما ينتقل الجسم (S) من الموضع A إلى الموضع B في الحالات التالية:

- القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^\circ$ مع المسار في جهة الحركة.
- القوة $\vec{F}$ توازي المسار في جهة الحركة.
- القوة $\vec{F}$ توازي المسار و معاكسة لجهة الحركة.
- القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار.

الحل المفصل:

حساب عمل القوة $\vec{F}$:

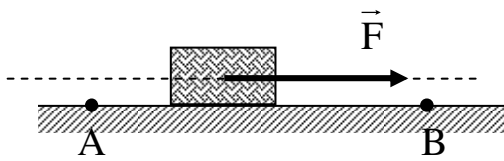
• القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^\circ$ مع المسار و جهتها في جهة الحركة:



$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = 20 \times 5 \times \cos 60^\circ = 50\text{ J}$$

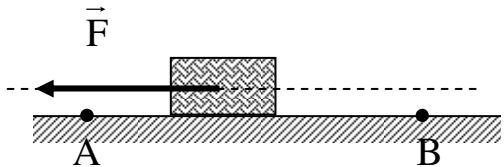
• القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها في جهة الحركة:



$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = 20 \times 5 = 100\text{ J}$$

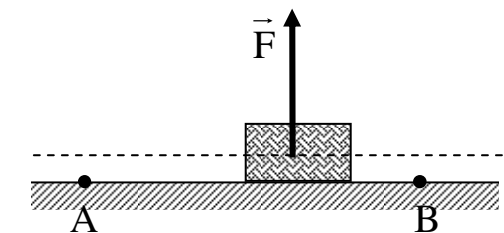
• القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها معاكسة لجهة الحركة:



$$W_{AB}(\vec{F}) = -F \cdot AB$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = -20 \times 5 = -100\text{ J}$$

• القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار:



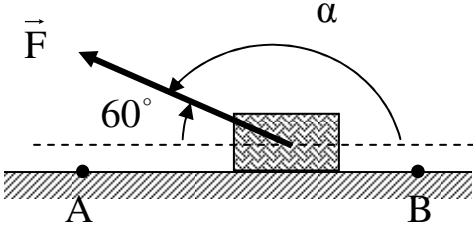
$$W_{AB}(\vec{F}) = 0$$

• القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^\circ$ مع المسار ووجهتها معاكسة لجهة الحركة:

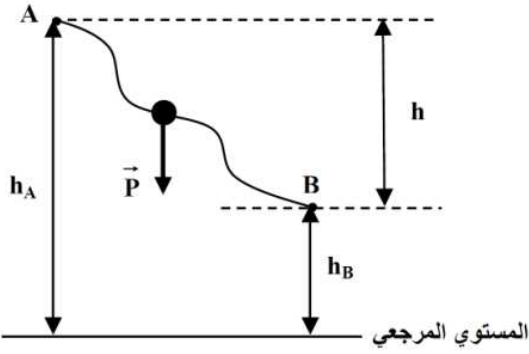
$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

من الشكل: $\alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ، ومنه:

$$W_{AB}(\vec{F}) = 20 \times 5 \times \cos 120^\circ = -50 J$$



عمل قوة الثقل



$$W_{A-B}(\vec{P}) = m \cdot g (z_A - z_B)$$

$$W_{A-B}(\vec{P}) = +m \cdot g \cdot h$$

عمل الثقل محرك
(الجسم نازل)

$$W_{A-B}(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot h$$

عمل الثقل مقاوم ،
(الجسم صاعد)

عبارة عمل
قوة الثقل

التمرين (2): (التمرين: 002 في بنك التمارين) (**)

يتحرك جسم (S) كتلته $m = 2 \text{ kg}$ بدون احتكاك على المسار $ABCDEF$ الموضح في (الشكل) التالي والذي يتكون من:

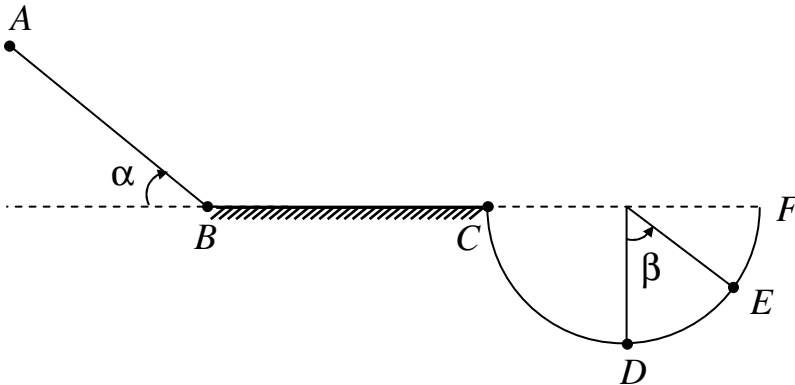
- مستوي مائل AB يميل على الأفق بزاوية α .
- مستوي أفقي BC .

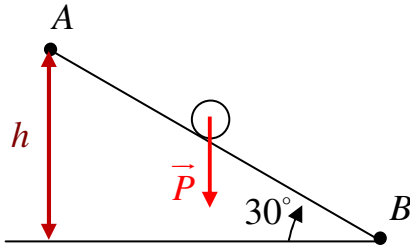
يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$ ، $R = 8 \text{ m}$ ، $AB = 10 \text{ m}$ ،

$$\beta = 60^\circ$$

– أحسب عمل قوة الثقل في الحالات التالية:

- عند الانتقال من الموضع A إلى الموضع B .
- عند الانتقال من الموضع B إلى الموضع C .
- عند الانتقال من الموضع C إلى الموضع D .
- عند الانتقال من الموضع D إلى الموضع E .



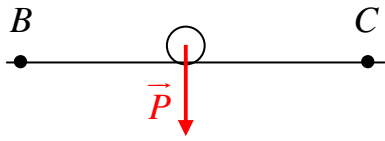
الحل المفصل:عمل قوة الثقل:الانتقال (A → B):

$$W_{AB}(\vec{P}) = m.g.h$$

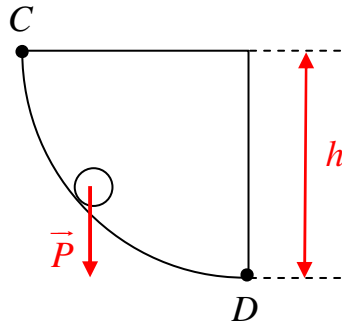
من الشكل: $\sin \alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB \cdot \sin \alpha$ ، ومنه :

$$W_{AB}(\vec{P}) = m.g.AB \cdot \sin \alpha$$

$$W_{AB}(\vec{P}) = 2 \times 10 \times 10 \cdot \sin 30^\circ$$

الانتقال (B → C):

في هذه الحالة قوة الثقل $\vec{P}$ عمودية على المسار و بالتالي يكون : $W_{B-C}(\vec{P}) = 0$

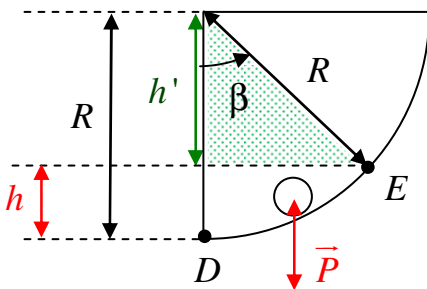
الانتقال (C → D):

$$W_{CD}(\vec{P}) = m.g.h$$

من الشكل: $h = R$ و منه:

$$W_{CD}(\vec{P}) = m.g.R$$

$$W_{CD}(\vec{P}) = 2 \times 10 \times 8 = 160 \text{ J}$$

الانتقال (D → E):

$$W_{DE}(\vec{P}) = -m.g.h$$

من الشكل:

$$\begin{cases} h = R - h' \\ \cos \beta = \frac{h'}{R} \Rightarrow h' = R \cos \beta \end{cases} \Rightarrow h = R - R \cos \beta = R(1 - \cos \beta)$$

ومنه تصبح عبارة عمل الثقل:

$$W_{DE}(\vec{P}) = -m.g.R(1 - \cos \beta)$$

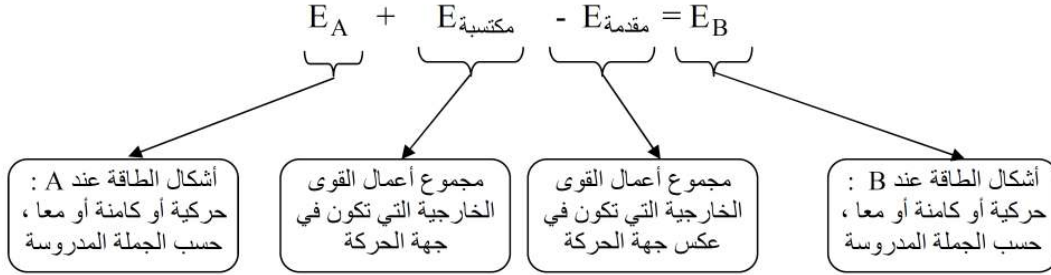
$$W_{DE}(\vec{P}) = -2 \times 10 \times 8(1 - \cos 60^\circ) = -80 \text{ J}$$

الطاقة الحركية ومبدأ انحفاظ الطاقة

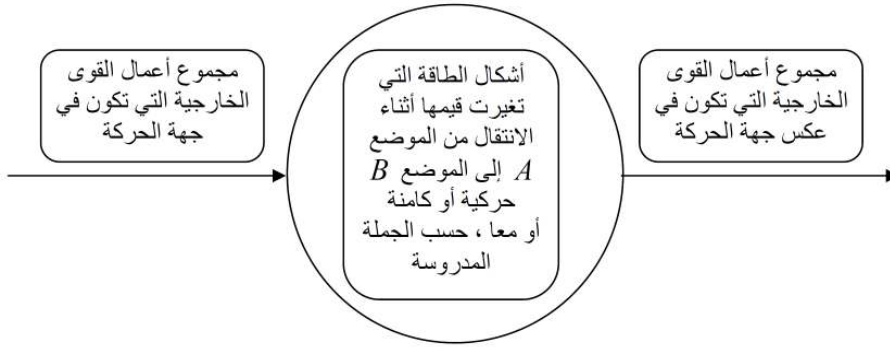
- عندما يتحرك جسم ذو كتلة m بسرعة v عند لحظة t ، فإن طاقته الحركية E_c مقدرة بالجول عند هذه اللحظة تعطى بالعلاقة التالية: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

عبارة الطاقة الحركية

معادلة انحفاظ الطاقة

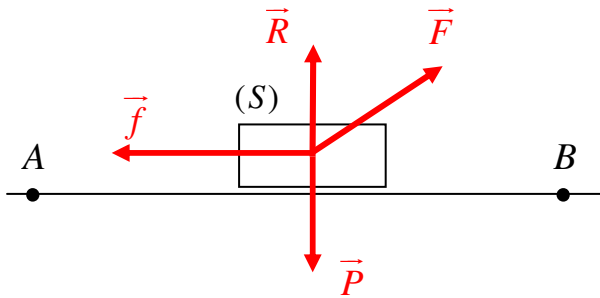


الحصيلة الطاقوية



التمرين (3): (التمرين: 010 في بنك التمارين) (**)

جسم صلب (S) كتلته $m = 1,25 \text{ kg}$ يتحرك على مستوي أفقي AB طول $AB = 10 \text{ m}$ ، وأثناء ذلك يخضع إلى تأثير القوى التالية (الشكل):



▪ قوة محرك $\vec{F}$ شدتها 16 N ويصنع حاملها زاوية $a = 60^\circ$ مع منحنى شعاع الانتقال $\overline{AB}$.

▪ قوة رد الفعل $\vec{R}$ الناتجة عن تأثير المستوي الأفقي على الجسم (S).

▪ قوة الثقل $\vec{P}$ التي تؤثر بها الأرض على الجسم (S).

▪ قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي يؤثر بها المستوي الأفقي على الجسم (S).

لهذه القوة نفس منحنى شعاع الانتقال $\overline{AB}$ وجهة معاكسة للحركة، شدتها 4 N .

1- أحسب عمل كل قوة أثناء انتقال الجسم (S) من الموضع A إلى الموضع B .

2- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة جسم (S) أثناء انتقاله من A إلى B إذا علمت أن حركته مستقيمة متسارعة أثناء هذا الانتقال.

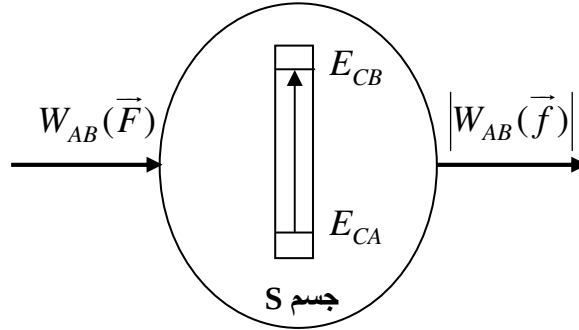
3- إذا علمت أن الجسم (S) انطلق من الموضع A بدون سرعة ابتدائية و قطع المسافة $AB = 2 \text{ m}$. أوجد سرعته عند الموضع B .

الحل المفصل:

1- حساب عمل كل قوة وذكر طبيعته (محرك أو مقاوم) أثناء انتقال الجسم (S) من الموضع A إلى الموضع B :

- $W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos \alpha \Rightarrow W_{AB}(\vec{F}) = 16 \times 10 \times \cos 60 = 80 \text{ J}$
- $W_{AB}(\vec{R}) = 0 \quad (\vec{R} \perp \vec{AB})$
- $W_{AB}(\vec{P}) = 0 \quad (\vec{P} \perp \vec{AB})$
- $W_{AB}(\vec{f}) = -f \cdot AB \Rightarrow W_{AB}(\vec{f}) = -4 \times 10 = -40 \text{ J}$

2- تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة جسم (S) أثناء انتقاله من A إلى B :



3- إيجاد سرعة الجسم (S) عند الموضع B :

- الجملة المدروسة: جسم S .
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: القوة المرحكة $\vec{F}$ ، النقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

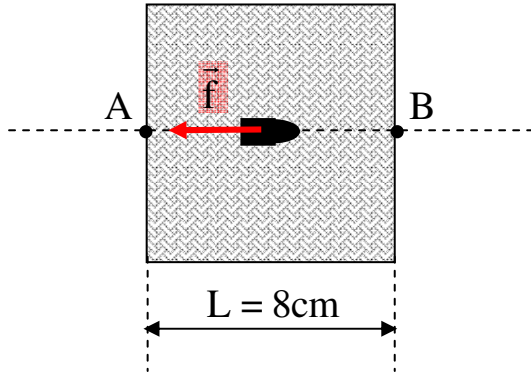
$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{F}) - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB} \Rightarrow \cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{F}) - |W_{AB}(\vec{f})| = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2(W_{AB}(\vec{F}) - |W_{AB}(\vec{f})|)}{m}} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2(80 - |-40|)}{1,25}} = 8 \text{ m/s}$$

التمرين (4): (التمرين: 011 في بنك التمارين) (**)

وضح موقع تكنولوجي كم سرعة أسرع رصاصة في العالم، وهي رصاصة سويتف 220 التي وصلت سرعتها إلى 4,500 كيلومتر في الساعة، وتساوي هذه السرعة 1,200 متر في الثانية مما يعني أنها تقطع أكثر من كيلومتر واحد خلال الثانية، ويمكنها الوصول إلى أهدافها القريبة بلمح البصر؛ نظرًا لسرعة الرصاصة الكبيرة. أطلق جندي رصاصة كتلتها $m = 10\text{ g}$ باتجاه لوحة خشبية سمكها $L = 8\text{ cm}$ ، فاصطدمت بها من النقطة A بسرعة $v_A = 600\text{ m/s}$ واخترقتها من النقطة B بسرعة $v_B = 400\text{ m/s}$ (الشكل).

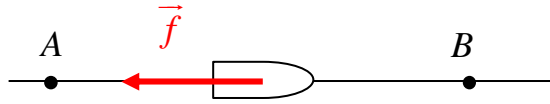


1- مثل مخطط الحويلة الطاقوية للجملة (رصاصة) أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B (تهمل القوى الأخرى ونعتبر الرصاصة خاضعة فقط لتأثير شدة قوة الاحتكاك).

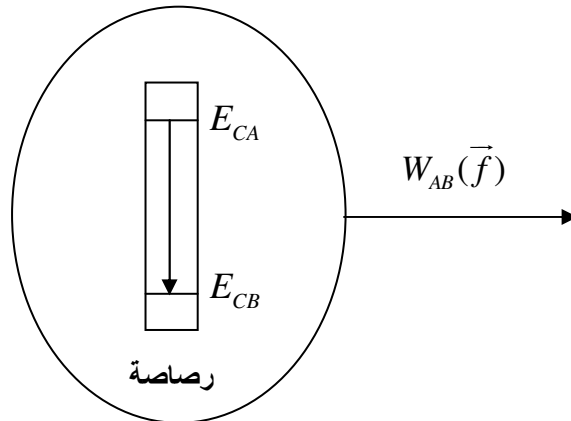
2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، جد شدة قوة الاحتكاك التي تؤثر بها القطعة الخشبية على الرصاصة.

الحل المفصل:

1- تمثيل الحويلة الطاقوية للجملة (رصاصة) أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B :



- الجملة المدروسة: رصاصة.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية: قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



2- إيجاد شدة قوة الاحتكاك التي تؤثر بها القطعة الخشبية على الرصاصة:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB} \Rightarrow \frac{1}{2} - |-f \cdot AB| = \frac{1}{2} mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2} mv_A^2 - f \cdot AB = \frac{1}{2} mv_B^2$$

$$mv_A^2 - 2f \cdot AB = mv_B^2 \Rightarrow mv_A^2 - mv_B^2 = 2f \cdot AB \Rightarrow m(v_A^2 - v_B^2) = 2f \cdot AB$$

$$f = \frac{m(v_A^2 - v_B^2)}{2AB} \Rightarrow f = \frac{0,01 \times ((600)^2 - (400)^2)}{2AB} = 1,25 \times 10^4 \text{ N}$$

التمرين (5): (التمرين: 013 في بنك التمارين) (**)



يعتبر القفز بالمظلات أحد الأنشطة الهامة التي يمكن من خلالها تطبيق بعض القوانين الأساسية في الفيزياء. ويقفز المظليون بالمظلات من طائرات تحلق على ارتفاع كبير فوق الأرض. وفجأة، وبطريقة مثيرة للغاية، يصبحون مدركين لقوة الجاذبية. وعند نقطة معينة تفتح المظلة مما يعطيهم، علاوة على الشعور الهائل بالأمان، إحساساً بتناقص سرعتهم نتيجة للاحتكاك مع الهواء، أو نتيجة لقوة السحب.

1- مظلي كتلته $m = 70 \text{ kg}$ نعتبره نقطي، قبل فتحه مظلته قطع مسافة $h_1 = 320 \text{ m}$ بسقوط حر دون سرعة ابتدائية نعتبرها من موضع A إلى موضع B .

أ- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (مظلي ومظلته) أثناء الانتقال بين A و B ، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب- احسب سرعة المظلي مع تجهيزه عند الموضع B . باهمال تأثير الهواء عليهما.

2- بعد فتح المظلي لمظلته واصل حركته بسرعة ثابتة على مسافة $h_2 = 400 \text{ m}$ نعتبرها من موضع C إلى موضع D وأثناء هذا الانتقال CD يخضع (المظلي وتجهيزه) إلى قوة ناتجة عن تأثير الهواء عليه نرمز لها بـ $\vec{f}$ يكون حاملها شاقولي ومعاكسة لجهة حركته كما نعتبرها ثابتة أثناء هذا الانتقال.

أ- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (مظلي ومظلته) أثناء الانتقال بين C و D ، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب- شدة القوة $\vec{f}$ التي يؤثر بها الهواء على (المظلي و تجهيزه).

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الحل المفصل:

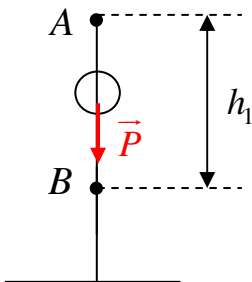
1- أ- تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (مظلي ومظلته) أثناء الانتقال بين A و B ، واكتب معادلة

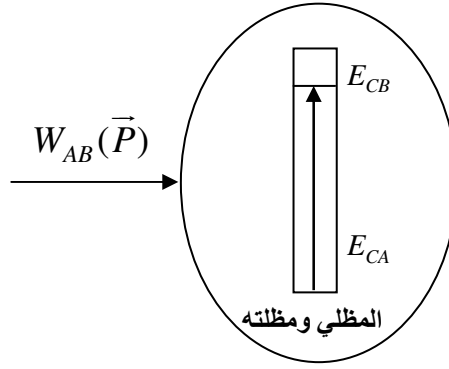
انحفاظ الطاقة:

- الجملة المدروسة: (مظلي مع مظلته).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.





بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

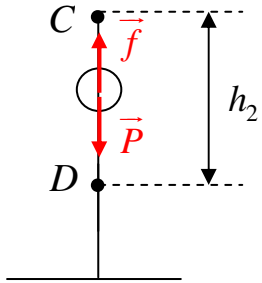
ب- حساب سرعة المظلي مع تجهيزه عند الموضع B . باهمال تأثير الهواء عليهما .

بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة السابقة يكون:

$$W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow \cancel{m}gh_1 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \Rightarrow 2gh_1 = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_1}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 320} = 80 \text{ m/s}$$

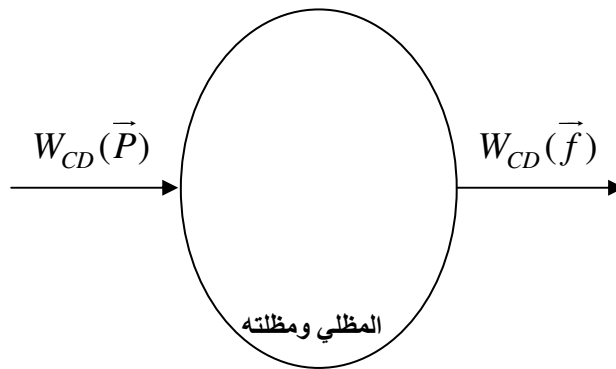
2- أ- تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (مظلي ومظلته) أثناء الانتقال بين B و C ، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة:



- الجملة المدروسة: (مظلي مع مظلته).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين C و D :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CC}} + W_{CD}(\vec{P}) - |W_{CD}(\vec{f})| = \cancel{E_{CD}} \Rightarrow W_{CD}(\vec{P}) - |W_{CD}(\vec{f})| = 0 \Rightarrow mgh_2 - |-f \cdot CD| = 0$$

وحيث أن $h_2 = CD$ ، يكون:

$$mgh_2 - f \cdot h_2 = 0 \Rightarrow mg \cancel{h_2} = f \cancel{h_2} \Rightarrow f = mg \Rightarrow f = 70 \times 10 = 700 \text{ N}$$

التمرين (6): (التمرين: 004 في بنك التمارين) (**)

جسم (S) نعتبره نقطي (أبعاده مهملة) كتلته $m = 1 \text{ Kg}$ يتحرك على المسار ABCD (الشكل) حيث:

AB: مستوي مائل طوله $AB = 2 \text{ m}$ ويميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$ به الاحتكاك مهمل.

BC: مسار مستقيم أفقي طوله $BC = 2 \text{ m}$.

يخضع الجسم (S) على المسار BC لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة.

1- يُدفع الجسم (S) من الموضع (A) بسرعة ابتدائية

قدرها $v_A = 4 \text{ m/s}$. يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$

أ- مثل مخطط الحويلة الطاقوية للجملة جسم (S) ثم

اكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من A إلى B.

ب- أحسب سرعة مركز عطالة الجسم (S) عند الموضع (B) أسفل المستوي المائل.

2 - إذا علمت أن الجسم (S) يصل إلى الموضع C بسرعة قدرها 4 m/s .

أ- مثل مخطط الحويلة الطاقوية واكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من B إلى C.

ب- جد شدة قوة الاحتكاك f .

3 - عند وصول الجسم (S) إلى النقطة C التي تبعد عن سطح الأرض بمقدار h ، يندفع الجسم في الهواء ويسقط تحت

تأثير ثقله حتى يصطدم بالأرض في الموضع D بسرعة $v_D = 7 \text{ m/s}$.

أ- مثل مخطط الحويلة الطاقوية واكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من الموضع C إلى الموضع D.

ب- جد الارتفاع h (تهمل كل قوى الاحتكاك و دافعة أرخميدس).

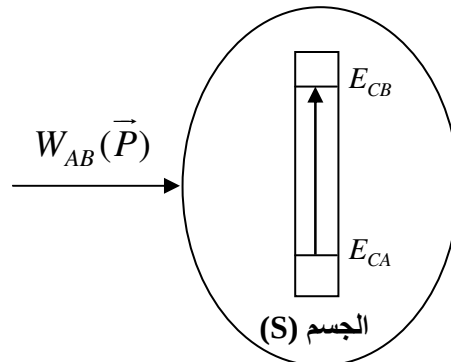
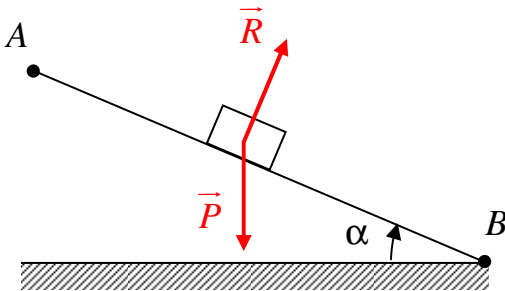
الحل المفصل:

1- مخطط الحويلة الطاقوية:

- الجملة المدروسة: جسم S.

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



■ معادلة انحفاظ الطاقة:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

■ السرعة عند B :

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة السابقة:

$$\frac{1}{2} m.v_A^2 + m.g.h = \frac{1}{2} m.v_B^2$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m}.v_A^2 + \cancel{m}.g.h = \frac{1}{2} \cancel{m}.v_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2} v_A^2 + g.h = \frac{1}{2} v_B^2 \Rightarrow v_A^2 + 2g.h = v_B^2$$

من الشكل: $\sin \alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB.\sin \alpha$ ، ومنه:

$$v_A^2 + 2g.AB.\sin \alpha = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g.AB.\sin \alpha} = v_B^2$$

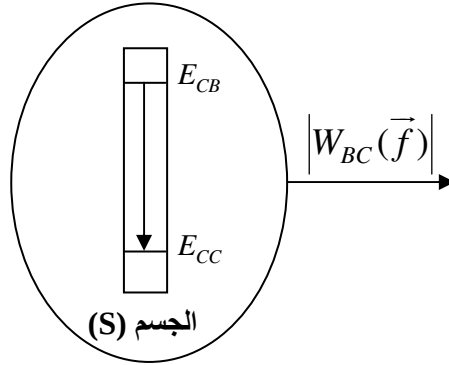
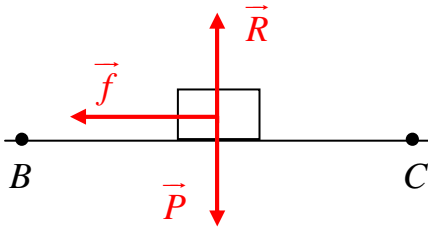
$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g.AB.\sin \alpha} = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{4^2 + 2 \times 10 \times 2 \times \sin 30^\circ} = 6 \text{ m/s}$$

2- أ- مخطط الحويلة الطاقوية:

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



■ معادلة انحفاظ الطاقة:

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين B و C :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC}$$

ب- شدة قوة الاحتكاك f :

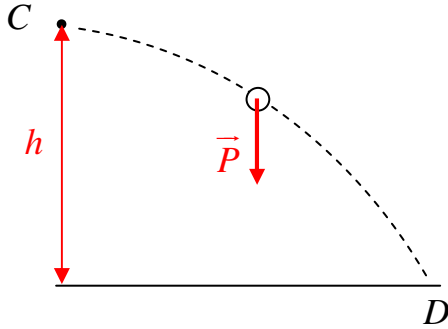
بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - |-f \cdot BC| = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - f \cdot BC = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow mv_B^2 - 2f \cdot BC = mv_C^2 \Rightarrow mv_B^2 - mv_C^2 = 2f \cdot BC$$

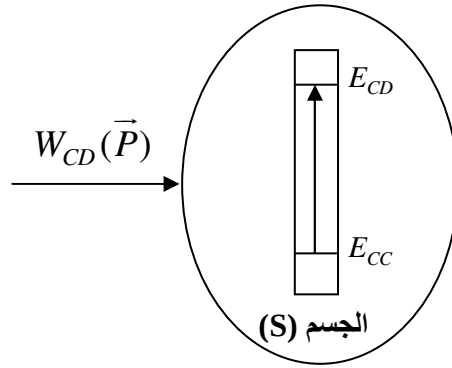
$$m(v_B^2 - v_C^2) = 2f \cdot BC \Rightarrow f = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2 \cdot BC}$$

$$f = \frac{1 \times (6^2 - 4^2)}{2 \times 2} = 5N$$



3- أ- مخطط الحصيلة الطاقوية:

- الجملة المدروسة: جسم (S).
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: النقل $\vec{P}$.



■ معادلة انحفاظ الطاقة:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين C و D :

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + W_{CD}(\vec{P}) = E_{CD}$$

■ حساب الارتفاع h' :

بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة:

$$\frac{1}{2}mv_C^2 + m \cdot g \cdot h' = \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 + m \cdot g \cdot h' = \frac{1}{2}mv_D^2 \Rightarrow v_C^2 + 2g \cdot h' = v_D^2$$

$$2g \cdot h' = v_D^2 - v_C^2 \Rightarrow h' = \frac{v_D^2 - v_C^2}{2g}$$

$$h' = \frac{7^2 - 4^2}{2 \times 10} = 1,65m$$

التمرين (7): (التمرين: 018 في بنك التمارين) (**)

ينزلق جسم صلب (S) يمكن اعتباره نقطياً كتلته $m = 100 \text{ g}$ على مسار $ABCD$ يقع في مستوى شاقولي.

• AB يمثل ربع دائرة مركزها O ونصف قطرها $R = 65 \text{ cm}$ ، الإحتكاك فيه يكون مهملاً.

• BC مستوي أفقي طوله $BC = 1 \text{ m}$.

1- ندفع الجسم (S) من النقطة A بسرعة ابتدائية قدرها $v_A = 6 \text{ m/s}$.

أ- مثل مخطط الحويلة الطاقوية بين الموضعين A

و B للجسم (S)، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب- استنتج سرعة الجسم (S) عند الموضع B .

2- يصل الجسم (S) إلى الموضع C بسرعة قدرها

$$v_C = 5 \text{ m/s}$$

أ- بين أنه توجد قوة احتكاك على الجزء BC من

المسار؟

ب- أحسب شدتها باعتبارها ثابتة.

3- يغادر (S) المستوي المستوي BC عند الموضع C

ليسقط عند الموضع D . بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين

الموضعين C و D ، جد سرعة الجسم (S) لحظة

وصوله إلى النقطة D .

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الحل المفصل:

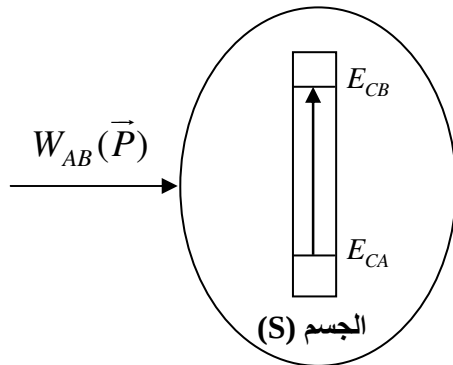
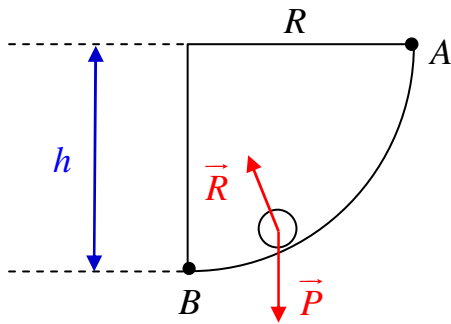
1- أ- تمثيل الحويلة الطاقوية بين الموضعين A و B للجسم (S)، وكتابة

معادلة انحفاظ الطاقة:

الجسم المدروسة: جسم S .

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

ج- استنتاج سرعة الجسم (S) عند الموضع B :

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة يكون:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_A^2 + 2gh = v_B^2$$

من الشكل $h = R$ حيث R هو نصف قطر المسار الدائري، ومنه:

$$v_A^2 + 2gR = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gR} \Rightarrow v_B = \sqrt{(6)^2 + (2 \times 10 \times 0,65)} = 7 \text{ m/s}$$

2- أ- تبين أنه توجد قوة احتكاك على الجزء BC من المسار:

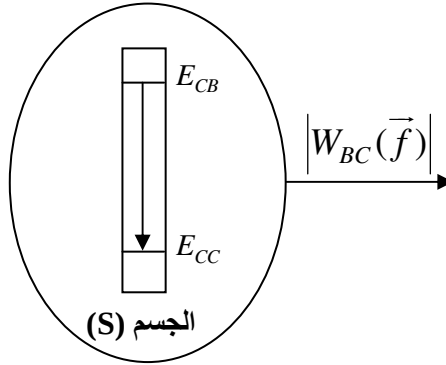
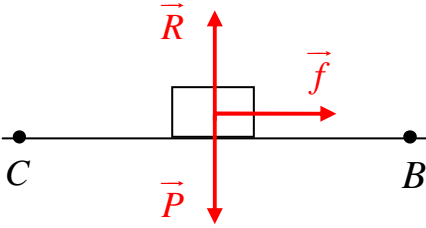
سرعة الجسم عند الموضع B هي $v_B = 7 \text{ m/s}$ ، وسرعته عند الموضع C هي $v_C = 5 \text{ m/s}$ ، هذا يعني أن سرعة الجسم تناقصت أثناء الانتقال من الموضع B إلى الموضع C، كون أن الحركة تتم على مستوي افقي، يفسر تناقص السرعة بقوة معيقة هي قوة الاحتكاك.

ب- حساب شدة قوة الاحتكاك:

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين B و C :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - |f \cdot BC| = \frac{1}{2}mv_C^2$$

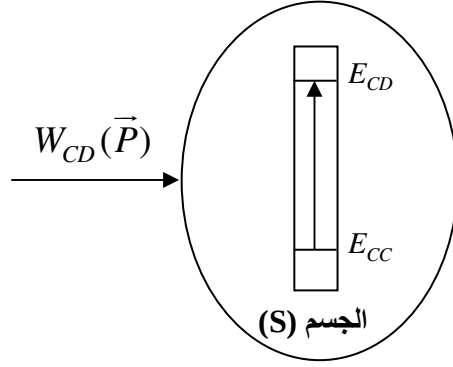
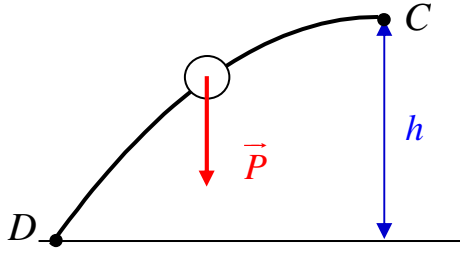
$$\frac{1}{2}mv_B^2 - f \cdot BC = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow mv_B^2 - 2f \cdot BC = mv_C^2 \Rightarrow mv_B^2 - mv_C^2 = 2f \cdot BC$$

$$m(v_B^2 - v_C^2) = 2f \cdot BC \Rightarrow f = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2 \cdot BC} \Rightarrow f = \frac{0,1 \times ((7)^2 - (5)^2)}{2 \times 1} = 1,2 \text{ N}$$

3- إيجاد سرعة الجسم (S) لحظة وصوله إلى النقطة D :

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين C و D :

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + W_{CD}(\vec{P}) = E_{CD} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + m.g.h' = \frac{1}{2}mv_D^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + m.g.h = \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$v_C^2 + 2g.h = v_D^2 \Rightarrow v_D = \sqrt{v_C^2 + 2g.h} \Rightarrow v_D = \sqrt{(5)^2 + (2 \times 10 \times 1,75)} = 7,75 \text{ m/s}$$

التمرين (8): (التمرين: 028 في بنك التمارين) (**)جسم صلب (S) كتلته $m = 300 \text{ g}$ ، يتحرك على المسار ABCD (الشكل) والمكون من:

- AB : ربع دائرة مركزها O ونصف قطرها $R = 60 \text{ cm}$ ، الاحتكاك به مهم.
- BC : مستوي أفقي، يخضع فيه الجسم إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة $f = 1 \text{ N}$.
- CD : مستوي مائل طوله $CD = 90 \text{ cm}$ ، يميل على الأفق بزاوية α ، الاحتكاك به مهم.

1- ينطلق الجسم (S) على المسار الدائري

من الموضع A بسرعة ابتدائية v_A

(مجهولة)، تحت تأثير ثقله، فيبلغ B بسرعة

$$v_B = 4 \text{ m/s}$$

أ- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S)

خلال حركته على المسار الدائري.



ب- مثل مخطط الحويلة الطاقوية للجملة (جسم S) أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B، ثم أكتب معادلة انحفاظ

الطاقة أثناء هذا الانتقال.

- ج- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، أحسب سرعة الجسم (S) عند الموضع A .
- 2- يواصل الجسم (S) حركته على بقية المسار فيبلغ الموضع C بسرعة $v_C = 3 \text{ m/s}$ ، ليتوقف بعد ذلك في الموضع D ، بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S) جد ما يلي:
- أ- المسافة BC .

ب- قيمة الزاوية α .

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

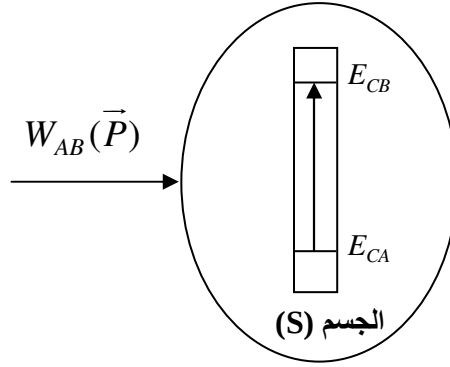
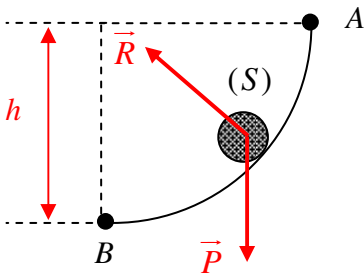
الحل المفصل:

1- سرعة الكرية (S) عند الموضع A :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B .

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + m.g.h = \frac{1}{2}m.v_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}m.v_A^2 + m.g.h = \frac{1}{2}m.v_B^2 \Rightarrow v_A^2 + 2g.h = v_B^2$$

من الشكل: $h = R$ ، منه:

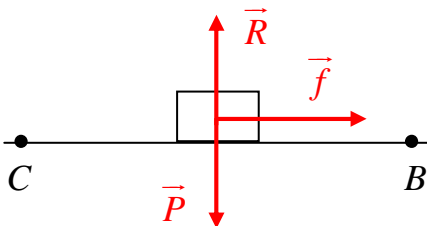
$$v_A^2 + 2g.R = v_B^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{v_B^2 - 2g.R}$$

$$v_A = \sqrt{4^2 - 2 \times 10 \times 0,6} = 2 \text{ m/s}$$

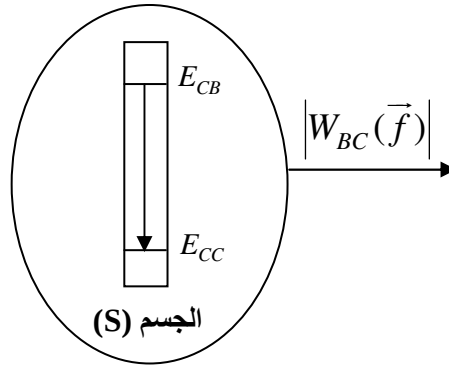
ب- المسافة BC :

- الجملة المدروسة: جسم (S) .

- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .



- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{f}$, $\vec{R}$, $\vec{P}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و C.

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

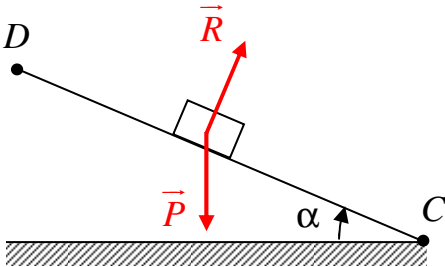
$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - |-f \cdot BC| = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - f \cdot BC = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$mv_B^2 - 2f \cdot BC = mv_B^2 \Rightarrow mv_B^2 - mv_B^2 = 2f \cdot BC$$

$$m(v_B^2 - v_B^2) = 2f \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{m(v_B^2 - v_B^2)}{2f}$$

$$BC = \frac{0,3 \times (4^2 - 3^2)}{2 \times 1} = 1,05 \text{ m}$$

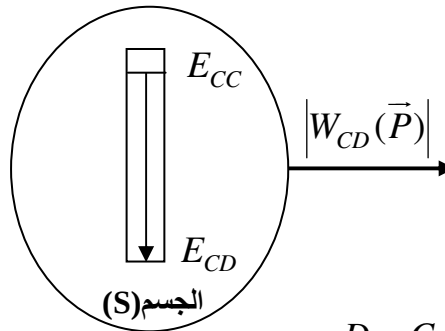


ب- قيمة الزاوية α :

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{R}$, $\vec{P}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين C و D.

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} - |W_{CD}(\vec{P})| = E_{CD}$$

$$\frac{1}{2}m \cdot v_C^2 - |-m \cdot g \cdot h| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m \cdot v_C^2 - m \cdot g \cdot h = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v_C^2 - \cancel{m} \cdot g \cdot h = 0$$

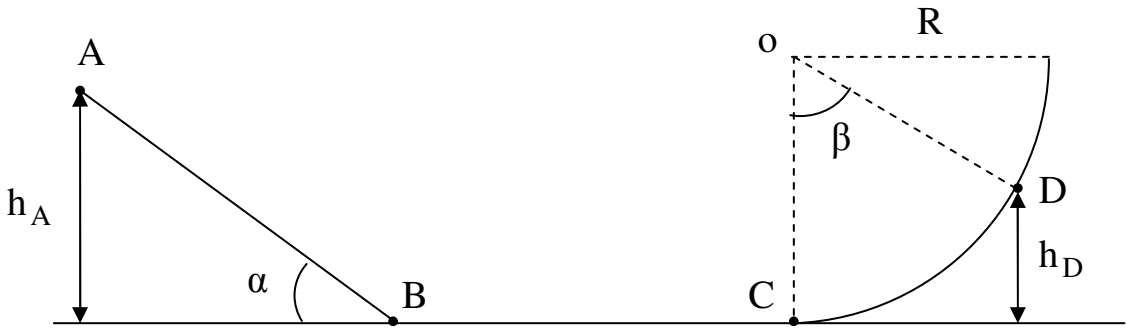
$$v_C^2 - 2g \cdot h = 0 \Rightarrow v_C^2 = 2g \cdot h$$

من الشكل: $\sin \alpha = \frac{h}{CD} \Rightarrow h = CD \cdot \sin \alpha$ ، منه:

$$v_C^2 = 2g \cdot CD \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{v_C^2}{2g \cdot CD} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3^2}{2 \times 10 \times 0,9} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

التمرين (9): (التمرين: 022 في بنك التمارين) (**)

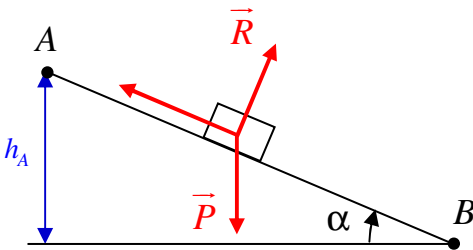
من الموضع (A) الموجود أعلى مستوي مائل طوله يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 60^\circ$ ، نترك جسم (S) مهمل الأبعاد، كتلته $m = 300 \text{ g}$ بدون سرعة ابتدائية لينتقل وفق المسار (ABCD) المبين في الشكل المقابل والمكون من عدة أجزاء، حيث الجزء (AB) خشن طوله $AB = 1,6 \text{ m}$ والجزء (BC) أملس والجزء (CD) دائري أملس نصف قطره $R = 1,6 \text{ m}$.



- 1- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) أثناء انتقاله على جزء المسار (AB).
- 2- مثل الحصلة الطاقوية للجملة (جسم S) عند انتقاله من (A) الى (B) ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة بين هذين الموضعين، علما أن حركة الجسم (S) متسارعة على هذا الجزء من المسار.
- 3- اذا علمت أن السرعة عند الموضع (B) هي $v_B = 4 \text{ m/s}$. جد شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- 4- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرة بين (B) و (C) ثم استنتج السرعة V_C عند الموضع (C).
- 5- جد أقصى ارتفاع h_D تبلغه الكرة عند الموضع D على جزء المسار الدائري (CD)، ثم استنتج الزاوية β المحددة لهذا الموضع.

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الحل المفصل:



- 1- تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) في المسار (AB):

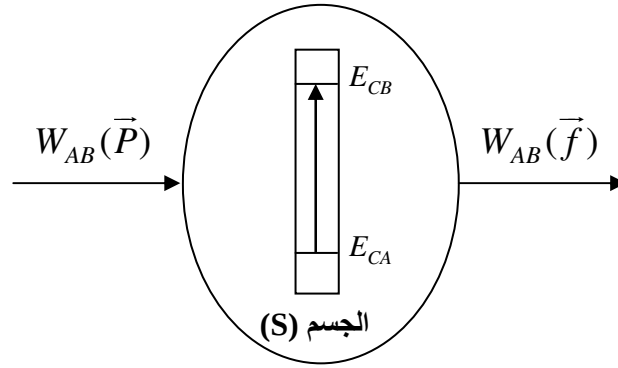
(الشكل)

- 2- تمثيل الحصلة الطاقوية للجملة (جسم S) عند انتقالها من (A) الى (B) وكتابة معادلة انحفاظ الطاقة:

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{P}) - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB} \Rightarrow W_{AB}(\vec{P}) - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

3- حساب شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$:

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة، يكون:

$$mgh - |f \cdot AB| = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow mgh - f \cdot AB = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 2mgh - 2f \cdot AB = mv_B^2$$

من الشكل:

$$\sin \alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB \cdot \sin \alpha$$

ومنه:

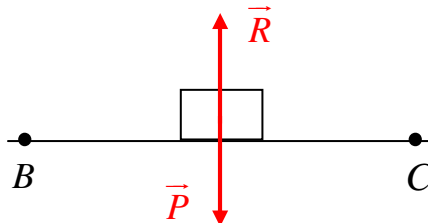
$$2mg \cdot AB \cdot \sin \alpha - 2f \cdot AB = mv_B^2 \Rightarrow 2mg \cdot AB \cdot \sin \alpha - mv_B^2 = 2f \cdot AB$$

$$m(2g \cdot AB \cdot \sin \alpha - v_B^2) = 2f \cdot AB \Rightarrow f = \frac{m(2g \cdot AB \cdot \sin \alpha - v_B^2)}{2AB}$$

$$f = \frac{0,3 \left((2 \times 10 \times 1,6 \cdot \sin 30) - (4)^2 \right)}{2 \times 1,6} = 1,10 \text{ N}$$

$$2mg \cdot AB \cdot \sin \alpha - mv_B^2 = 2f \cdot AB$$

4- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) بين (B) و (C) :



● استنتاج السرعة v_C عند الموضع (C) :

لا توجد قوة تعيق حركة الجسم (S) ، وبالتالي حسب مبدأ العطالة يعافظ على سرعته التي اكتسبها عند الموضع B ، فيكون:

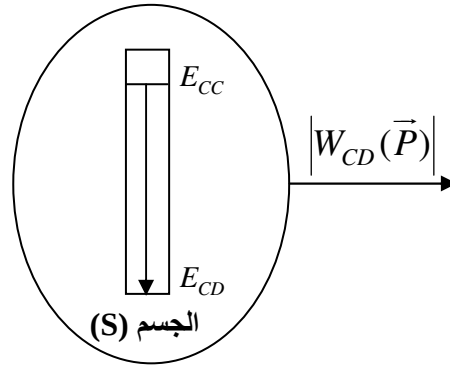
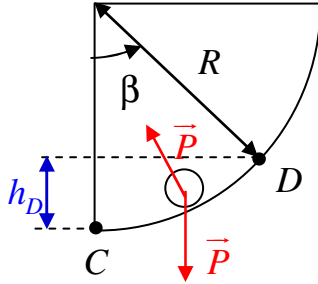
$$v_B = v_C = 4 \text{ m/s}$$

5- إيجاد أقصى ارتفاع h_D تبلغه الكرة على جزء المسار الدائري (CD) :

- الجملة المدروسة: جسم (S) .

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين C و D :

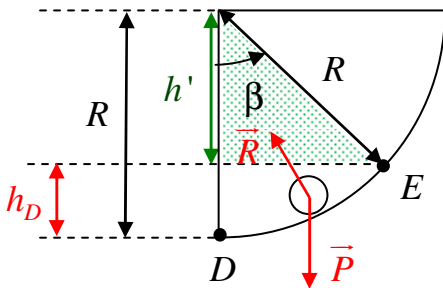
$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + |W_{CD}(\vec{P})| = E_{CD} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + |-mgh_D| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - mgh_D = 0$$

$$v_C^2 - 2gh_D = 0 \Rightarrow v_C^2 = 2gh_D \Rightarrow h_D = \frac{v_C^2}{2g} \Rightarrow h_D = \frac{(4)^2}{2 \times 10} = 0,8 \text{ m}$$

● استنتاج الزاوية β المحددة للموضع D :

من الشكل:



$$\begin{cases} h_D = R - h' \\ \cos \beta = \frac{h'}{R} \Rightarrow h' = R \cos \beta \end{cases} \Rightarrow h_D = R - R \cos \beta$$

$$R \cos \beta = R - h_D \Rightarrow \cos \beta = \frac{R - h_D}{R}$$

$$\cos \beta = \frac{1,6 - 0,8}{1,6} = 0,5 \Rightarrow \beta = 60^\circ$$

التمرين (10): (التمرين: 025 في بنك التمارين) (**)

نواس بسيط يتكون من خيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط طوله $L = 90 \text{ cm}$ مثبت من أحد طرفيه بكرة صغيرة كتلتها

$m = 100 \text{ g}$ وطرفه الثاني مثبت بنقطة ثابتة، نزيح

النواس البسيط عن وضع توازنه بزاوية $\alpha = 60^\circ$ ثم

يتترك حرا لحاله دون سرعة ابتدائية وعند بلوغ الكرة

الموضع B التي تبعد عند سطح الأرض بمقدار

$h_2 = 2 \text{ m}$ ينقطع الخيط لتواصل بعدها الكرة حركتها

في الهواء وتصطدم في النهاية بالأرض عند الموضع C .

تُهمل كل قوى الاحتكاك، يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$

1- مثل بشكل كيفي أشعة السرعة عند الموضع

C, B, A .

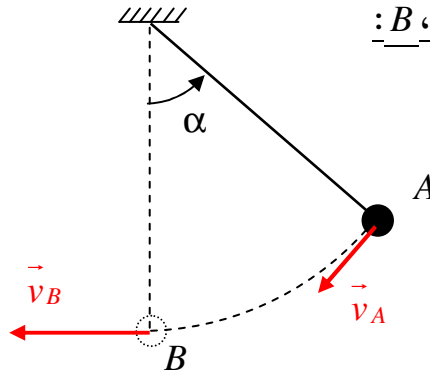
2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة)، جد:

أ- سرعة الكرة عند الموضع B .

ب- سرعة الكرة عند الموضع C .

الحل المفصل:

1- تمثيل أشعة السرعة عند الموضع A, B :



2- أ- سرعة الكرة عند الموضع B :

- الجملة المدروسة: كرة.

- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

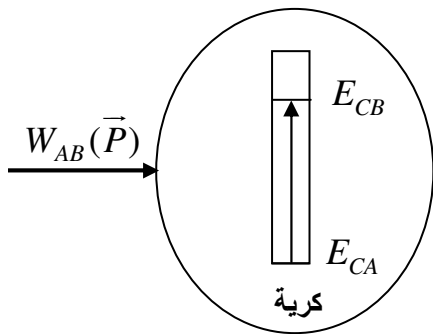
- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$.

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة) بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 2gh_1 = v_B^2$$



من الشكل:

$$\begin{aligned} \square h_1 &= L - h' \\ \square \cos \alpha &= \frac{h'}{L} \Rightarrow h' = L \cdot \cos \alpha \Rightarrow h_1 = L - L \cdot \cos \alpha \Rightarrow h_1 = L(1 - \cos \alpha) \end{aligned}$$

ومنه يصبح:

$$\begin{aligned} 2g \cdot L(1 - \cos \alpha) &= v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2g \cdot L(1 - \cos \alpha)} \\ v_B &= \sqrt{2 \times 10 \times 0,9(1 - \cos 60^\circ)} = 3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

ب- سرعة الكرة عند الموضع C:

- الجملة المدروسة: كرة.

- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$.

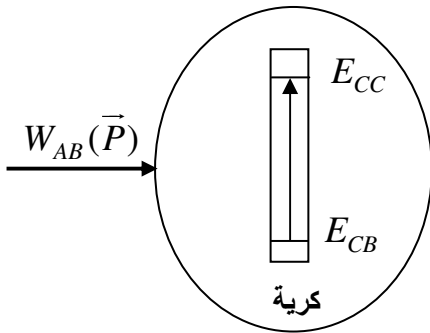
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة) بين الموضعين B و C:

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{BC}$$

$$E_{CB} + W_{BC}(\vec{P}) = E_{CD} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_2 = \frac{1}{2} m v_C^2 \Rightarrow$$

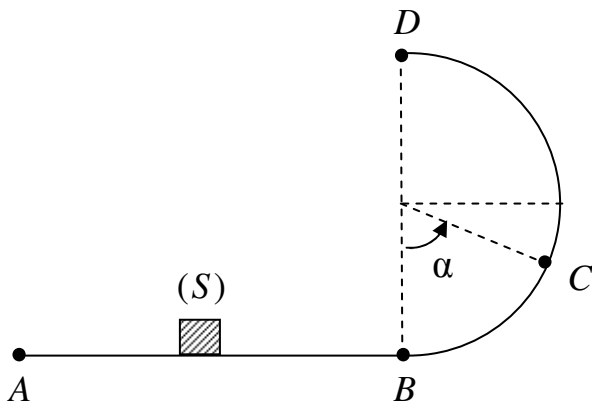
$$v_V = \sqrt{v_B^2 + 2g h_2} \Rightarrow v_V = \sqrt{(3)^2 + (2 \times 10 \times 2)} = 7 \text{ m/s}$$

**التمرين (11):** (التمرين: 026 في بنك التمارين) (**)جسم صلب (S) نعتبره نقطي كتلته $m = 200 \text{ g}$ يتحرك على المسار ABCD الموضح في (الشكل) التالي:• المسار AB مستقيم طوله $AB = 2 \text{ m}$ ، والجسم على هذا المسار خاضع إلى قوة احتكاك شدتها $f = 0,6 \text{ N}$.• المسار BCD دائري نصف قطره $R = 80 \text{ cm}$ الاحتكاك به مهمل.1- ندفع الجسم (S) من الموضع A بسرعة ابتدائية v_A فيبلغ سرعة $v_B = 2 \text{ m/s}$ عند الموضع B.

أ- مثل مخطط الحويلة الطاقوية للجملة (جسم S) بين A و B.

ب- أوجد سرعة الجسم (S) عند الموضع A.

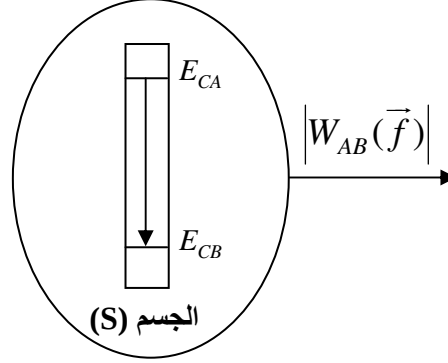
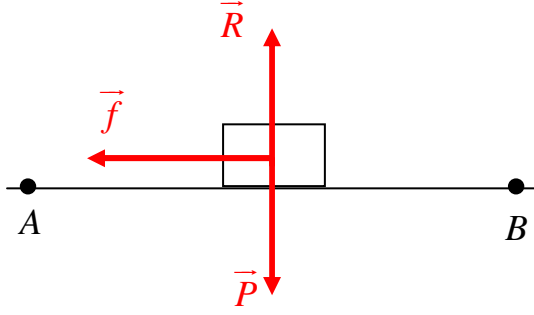
2- بعد أن يصل الجسم (S) إلى الموضع B يواصل حركته على

المسار الدائري فيتوقف عند الموضع C المعروف بالزاوية α . أوجد قيمةالزاوية α .3- كم يجب أن تكون قيمة السرعة v_B حتى يبلغ الجسم (S) الموضع D من المسار الدائري بسرعة معدومة.يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الحل المفصل:**1- الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) بين A و B :**

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{f}$, $\vec{R}$, $\vec{P}$.**ب- سرعة الجسم (S) عند الموضع A :**

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B وباعتماد على الحصيلة الطاقوية السابقة:

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 - |-f \cdot AB| = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 - f \cdot AB = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow mv_A^2 - 2f \cdot AB = mv_B^2$$

$$mv_A^2 = mv_B^2 + 2f \cdot AB \Rightarrow v_A^2 = \sqrt{\frac{mv_B^2 + 2f \cdot AB}{m}}$$

$$v_A^2 = \sqrt{\frac{0,2 \times 2^2 + (2 \times 0,6 \times 2)}{0,2}} = 4 \text{ m/s}$$

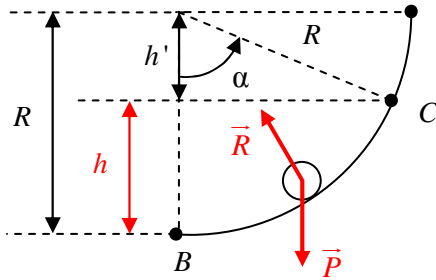
2- الزاوية α :

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{R}$, $\vec{P}$.

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و C.



$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |-W_{BC}(\vec{P})| = 0$$

$$\frac{1}{2}m \cdot v_B^2 - |-m \cdot g \cdot h| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m \cdot v_B^2 - m \cdot g \cdot h = 0 \Rightarrow v_B^2 - 2g \cdot h = 0$$

من الشكل:

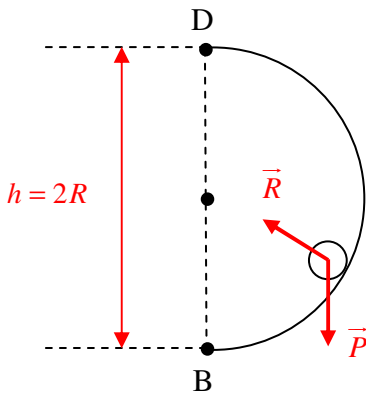
$$\begin{aligned} \square h &= R - h' \\ \square \cos \alpha &= \frac{h}{R} \Rightarrow h' = R \cdot \cos \alpha \Rightarrow h = L(1 - \cos \alpha) \Rightarrow h = R(1 - \cos \alpha) \end{aligned}$$

ومنه يصبح:

$$v_B^2 - 2g \cdot R(1 - \cos \alpha) = 0 \Rightarrow v_B^2 = 2g \cdot R(1 - \cos \alpha)$$

$$\frac{v_B^2}{2R \cdot g} = 1 - \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 1 - \frac{v_B^2}{2R \cdot g}$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{2^2}{2 \times 0,8 \times 10} = 0,75 \Rightarrow \alpha = 0,75 \Rightarrow \alpha = 41^\circ$$



$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CB} - |W_{BD}(\vec{P})| = E_{CD}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - |-m \cdot g \cdot h| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - m \cdot g \cdot h = 0 \Rightarrow v_B^2 - 2g \cdot h = 0$$

من الشكل $h = 2R$ ، ومنه:

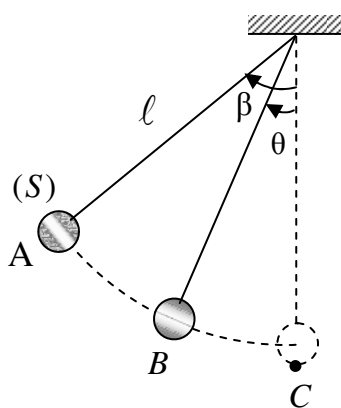
$$v_B^2 - 2g \cdot (2R) = 0 \Rightarrow v_B^2 - 4g \cdot R = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{4g \cdot R}$$

$$v_B = \sqrt{4 \times 10 \times 0,8} = 5,66 \text{ m/s}$$

3- قيمة v_B حتى يبلغ الجسم (S) الموضع D:

- الجملة المدروسة: جسم (S).
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{R}$ ، $\vec{P}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و D.

التمرين (12): (التمرين: 019 في بنك التمارين) (**)



كرية صغيرة (S) نعتبرها نقطية كتلتها $m = 600 \text{ g}$ مثبتة بطرف خيط مهمل الكتلة طوله $\ell = 90 \text{ cm}$ والذي بدوره مثبت بنقطة ثابتة من الأعلى، يزاح هذا الخيط مع الكرية عن وضع التوازن بزاوية $\beta = 60^\circ$ ثم يترك دون سرعة ابتدائية، تمر الكرية من الموضع B المعروف بالزاوية $\theta = 30^\circ$ ثم الموضع C (الشكل).

1- أثبت أن سرعة الكرية (S) عند الموضع B تعطى بالعلاقة التالية:

$$v_B = \sqrt{2g \cdot \ell (\cos \theta - \cos \beta)}$$

2- أحسب سرعة الكرية عند B ثم استنتج سرعتها عند الموضع C.

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الحل المفصل:

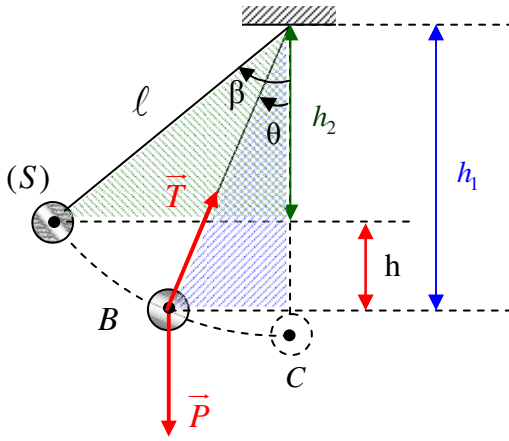
1- عبارة سرعة الكرة (S) عند الموضع B:

- الجملة المدروسة: كرة (S).

- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{T}$, $\vec{P}$.

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B.



$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow 2g \cdot h = v_B^2$$

من الشكل:

$$\begin{cases} h = h_1 - h_2 \\ \cos \theta = \frac{h_1}{l} \Rightarrow h_1 = l \cdot \cos \theta \\ \cos \beta = \frac{h_2}{l} \Rightarrow h_2 = l \cdot \cos \beta \end{cases}$$

ومنه:

$$h = l \cdot \cos \theta - l \cdot \cos \beta = l(\cos \theta - \cos \beta)$$

يصبح لدينا:

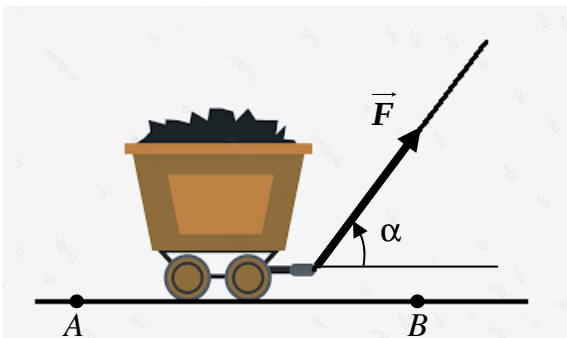
$$2g \cdot l(\cos \theta - \cos \beta) = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2g \cdot l(\cos \theta - \cos \beta)}$$

2- قيمة v_B :

$$v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 0,9(\cos 30^\circ - \cos 60^\circ)} = 2,57 \text{ m/s}$$

- قيمة v_C :عند الموضع C تكون $\theta = 0$ ، و بالاعتماد على عبارة v السابقة يمكن كتابة:

$$v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 0,9(\cos 0 - \cos 60^\circ)} = 3 \text{ m/s}$$

التمرين (13): (التمرين: 005 في بنك التمارين) (**)

عربة صغيرة محملة بالفحم، تجر على خط مستقيم بواسطة حبل يصنع

زاوية $\alpha = 60^\circ$ مع الأفق (الشكل) وذلك ببذل قوة $\vec{F}$ ثابتةشدتها 400 N ، العربة تتحرك بسرعة ثابتة قدرها $v = 2 \text{ m/s}$.1- أكتب عبارة الاستطاعة المحولة بواسطة الحبل بدلالة α , v , F .

2- ثم أحسب قيمتها.

الحل المفصل:1- عبارة الاستطاعة المحولة بواسطة الحبل بدلالة α, v, F :

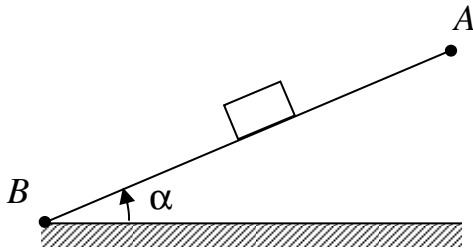
$$P = \frac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t} = \frac{F \cdot AB \cdot \cos \alpha}{\Delta t} \Rightarrow P = F \cdot \frac{AB}{\Delta t} \cdot \cos \alpha$$

حركة العربة مستقيمة منتظمة ومنه يمكن كتابة $v = \frac{AB}{\Delta t}$ ليصبح لدينا:

$$P = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$

2- قيمة الإستطاعة:

$$P = 400 \times 2 \times \cos 60^\circ = 400 \text{ W}$$

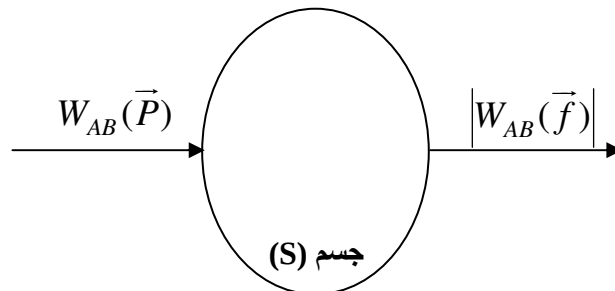
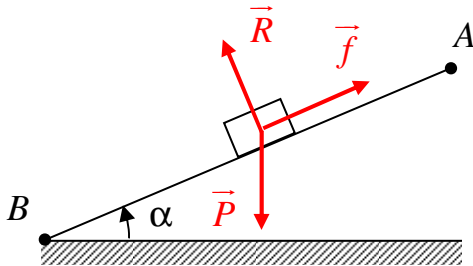
التمرين (14): (التمرين: 007 في بنك التمارين) (**)

جسم صلب (S) كتلته $m = 200 \text{ g}$ ينتقل من الموضع A إلى الموضع B على مستوي مائل خشن طوله $AB = 1 \text{ m}$ يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$. يتحرك الجسم (S) من الموضع A إلى الموضع B بسرعة ثابتة قدرها $v = 5 \text{ m/s}$ ، وأثناء ذلك يخضع إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ ثابتة في الشدة ومعاكسة لجهة الحركة.

- 1- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجسملة (S) أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B .
- 2- أثبت أن الإستطاعة P المحولة من الأرض إلى الجسم يعبر عنها بالعلاقة: $P = m \cdot g \cdot v \cdot \sin \alpha$ ثم أحسب قيمتها.

الحل المفصل:1- تمثيل الحصيلة الطاقوية بين A و B للجسملة (جسم):- الجسملة المدروسة: جسم S .

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

2- عبارة الاستطاعة المحولة من الأرض إلى الجسم (S):

$$P = \frac{W_{AB}(\vec{P})}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{m.g.h}{\Delta t}$$

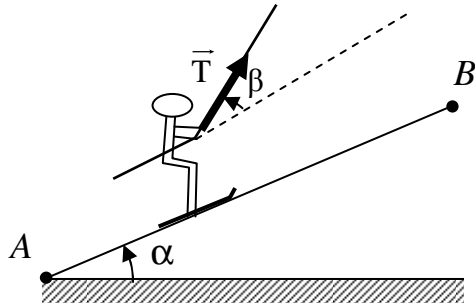
من الشكل: $\sin \alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB \cdot \sin \alpha$ ، ومنه:

$$P = \frac{m.g.AB \cdot \sin \alpha}{\Delta t} = m.g. \frac{AB}{\Delta t} \cdot \sin \alpha$$

حركة الجسم (S) مستقيمة منتظمة ومنه يمكن كتابة $v = \frac{AB}{\Delta t}$ ليصبح لدينا:

$$P = m.g.v \cdot \sin \alpha \Rightarrow P = 0,2 \times 10 \times 5 \times \sin 30^\circ = 5W.$$

التمرين (15): (التمرين: 015 في بنك التمارين) (**)



من النقطة A أسفل مستوي مائل يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$ يُجر متزلق كتلته $m = 60 \text{ kg}$ بسرعة ثابتة باتجاه نقطة B تقع أعلى هذا المستوي المائل بقوة $\vec{T}$ شدتها $T = 700 \text{ N}$ ناتجة عن حبل يصنع الزاوية $\beta = 60^\circ$ مع المستوي المائل (الشكل)، كما يخضع المتزلق لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة معاكسة لجهة حركته.

1- إذا علمت أن $AB = 5 \text{ m}$ وأن المتزلق قطع المسافة AB خلال 5 ثواني. أوجد:

أ- سرعة المتزلق على المستوي المائل.

ب- عمل قوة التوتر $\vec{T}$ والإستطاعة المحولة من طرف الحبل إلى الجملة (متزلق و تجهيزه).

2- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (متزلق و تجهيزه) أثناء انتقالها من الموضع A إلى الموضع B.

3- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (متزلق و تجهيزه) بين A و B أوجد شدة قوة الاحتكاك f التي يطبقها المستوي المائل على المتزلق.

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$

الحل المفصل:

1- أ- سرعة المتزلق على المستوي المائل:

بما أن حركة المتزلق مستقيمة منتظمة يكون:

$$v = \frac{AB}{\Delta t} = \frac{5}{5} = 1 \text{ m/s}$$

ب- عمل قوة التوتر:

$$W_{AB}(\vec{T}) = T \cdot AB \cdot \cos \beta \Rightarrow W_{AB}(\vec{T}) = 700 \times 5 \cdot \cos 60 = 1750 \text{ J}$$

- الإستطاعة المحولة من طرف الحبل:

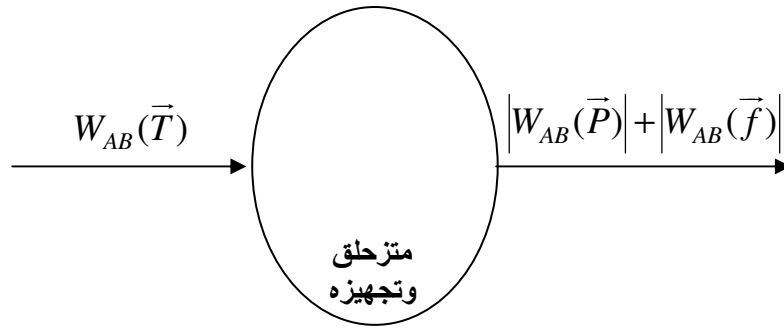
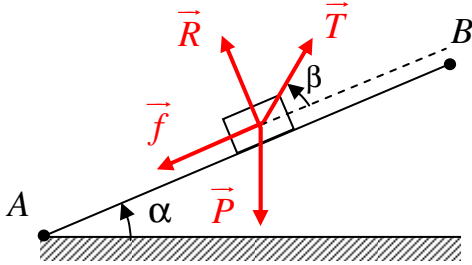
$$P = \frac{W_{AB}(\vec{T})}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{1750}{5} = 350W$$

2- الحصيلة الطاقوية للجملة (متزلق و تجهيزه):

- الجملة المدروسة: (متزلق و تجهيزه).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة التوتر $\vec{T}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



3- شدة قوة الاحتكاك:

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (متزلق و تجهيزه) بين الموضعين A و B.

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_C + W_{AB}(\vec{T}) - (|W_{AB}(\vec{P})| + |W_{AB}(\vec{f})|) = E_{CB}$$

$$E_C + W_{AB}(\vec{T}) - |W_{AB}(\vec{P})| - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

$$W_{AB}(\vec{T}) - |W_{AB}(\vec{P})| - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB} - E_{CA}$$

الحركة مستقيمة منتظمة لذا يكون $E_{CB} - E_{CA} = 0$ ، ومنه يصبح لدينا:

$$W_{AB}(\vec{T}) - |W_{AB}(\vec{P})| - |W_{AB}(\vec{f})| = 0$$

$$T \cdot AB \cdot \cos \beta - |m \cdot g \cdot h| - |f \cdot AB| = 0$$

$$T \cdot AB \cdot \cos \beta - m \cdot g \cdot h - f \cdot AB = 0$$

من الشكل: $\sin \alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB \cdot \sin \alpha$ ، ومنه يصبح:

$$T \cdot AB \cdot \cos \beta - m \cdot g \cdot AB \cdot \cos \alpha - f \cdot AB = 0$$

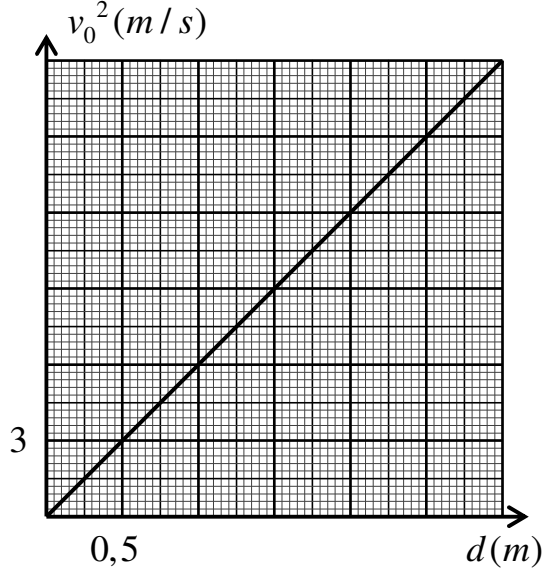
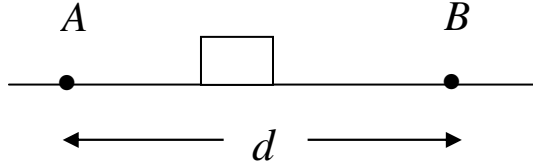
$$T \cdot \cancel{AB} \cdot \cos \beta - m \cdot g \cdot \cancel{AB} \cdot \cos \alpha - f \cdot \cancel{AB} = 0$$

$$T \cdot \cos \beta - m \cdot g \cdot \cos \alpha - f = 0 \Rightarrow f = T \cdot \cos \beta - m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$f = (700 \cdot \cos 60) - (60 \cdot 10 \cdot \sin 30) = 50 N$$

التمرين (16): (التمرين: 008 في بنك التمارين) (**)

نريد تعيين شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي تعيق حركة جسم صلب (S) كتلته $m = 400 \text{ g}$ ينتقل على سطح طاولة أفقية كبيرة (الشكل).



- نعطي للجسم (S) سرعة ابتدائية معلومة v_0 ، فينتقل على سطح الطاولة ليقطع مسافة $AB = d$ قبل أن يتوقف عن الحركة عند الموضع B . نكرر هذه التجربة عدة مرات ونرسم البيان $v_0^2 = f(d)$ الذي يمثل تغيرات مربع السرعة الابتدائية v_0^2 بدلالة المسافة المقطوعة d .
- 1- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S).
- 2- بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة، جد العلاقة التي تعطي v_0^2 بدلالة f, d, m .
- 3- اعتمادا على البيان جد شدة القوة $\vec{f}$.

الحل المفصل:**1- تمثيل القوى الخارجية:**

(الشكل)

2- العلاقة بين v_0^2 و f, d, m :

- الجملة المدروسة: جسم (S).
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - |f \cdot d| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 - f \cdot d = 0 \Rightarrow mv_0^2 - 2f \cdot d = 0 \Rightarrow mv_0^2 = 2f \cdot d \Rightarrow v_0^2 = \frac{2f \cdot d}{m}$$

3- قيمة f :

بيانيا:

المنحنى $v_0^2 = f(d)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$v_0^2 = a d$$

حيث a معامل توجيه المستقيم (الميل) ومن البيان:

$$a = \frac{(6-0) \times 3}{(6-0) \times 0,5} = 6$$

$$v_0^2 = 6d$$

نظريا ومما سبق:

$$v_0^2 = \frac{2f}{m} \cdot d$$

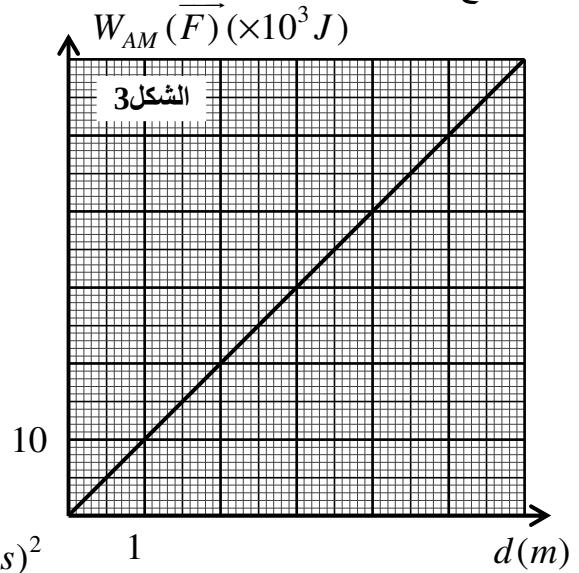
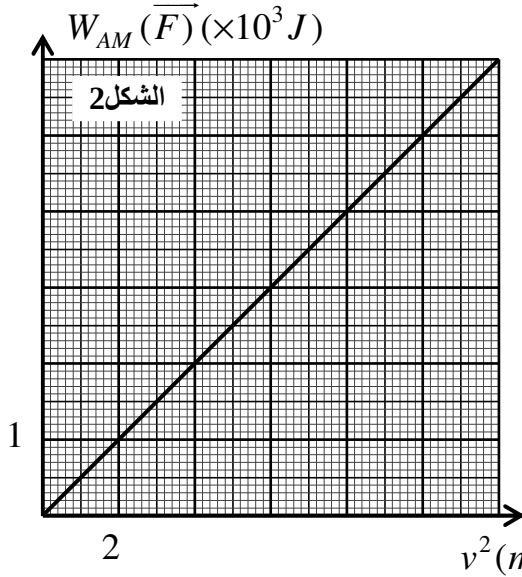
بالمطابقة:

$$\frac{2f}{m} = a \Rightarrow f = \frac{m \cdot a}{2} = \frac{0,4 \times 6}{2} = 1,2 \text{ N}$$

التمرين (17): (التمرين: 017 في بنك التمارين) (**)



سيارة (S) كتلتها m تنتقل وفق مسار مستقيم من موضع A إلى موضع M كفي بدون احتكاك وبدون سرعة ابتدائية تحت تأثير قوة $\vec{F}$ موازية لمسارها وفي جهة حركتها. بياني الشكلين 2 و 3، يمثلان على الترتيب، تغيرات عمل القوة المحركة $\vec{F}$ أثناء الانتقال AM بدلالة المسافة المقطوعة $d = AM$ والثاني تغيرات عمل القوة المحركة $\vec{F}$ أثناء الانتقال AM بدلالة مربع السرعة v^2 حيث v هي سرعة السيارة عند الموضع M .

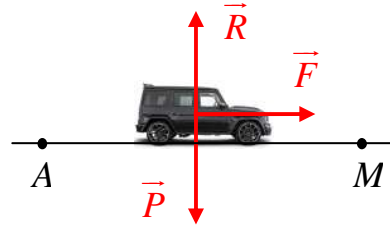


- 1- أكتب عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة المسافة d وشدة القوة F .
- 2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، جِّدْ عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة مربع السرعة v^2 وكتلة السيارة m .
- 3- استنتج من البيانيين:
 - أ- شدة القوة $\vec{F}$.
 - ب- كتلة السيارة m .

الحل المفصل:

1- كتابة عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة المسافة d وشدة القوة F :

$$W_{AM}(\vec{F}) = F \cdot AM \Rightarrow W_{AM}(\vec{F}) = F \cdot d$$

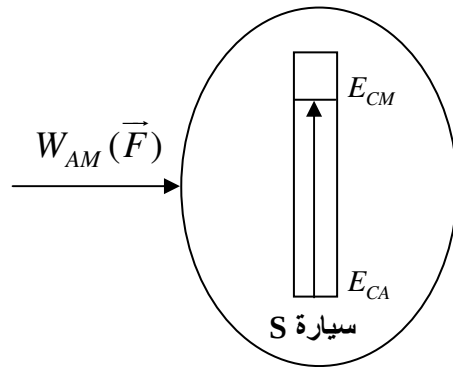


2- عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة مربع السرعة v^2 وكتلة السيارة m :

- الجملة المدروسة: سيارة (S).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، القوة المحركة $\vec{F}$.



■ معادلة انحفاظ الطاقة:

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و M :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AM}(\vec{F}) = E_{CM} \Rightarrow W_{AM}(\vec{F}) = \frac{1}{2} m v^2$$

3-أ- استنتاج شدة القوة $\vec{F}$:

بيانيا:

المنحنى $W_{AM}(\vec{F}) = f(d)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$W_{AM}(\vec{F}) = a d$$

حيث a معامل التوجيه ومن البيان يكون:

$$a = \frac{\Delta W_{AM}(\vec{F})}{\Delta d} \Rightarrow a = \frac{(10-0) \times 10^3}{(1-0)} = 10^4$$

ومنه المعادلة الرياضية للمنحنى هي: $W_{AM}(\vec{F}) = 10^4 d$

- نظريا ومما سبق:

$$W_{AM}(\vec{F}) = F d$$

بالمطابقة نجد:

$$F = a \Rightarrow F = 10^4 N$$

ب- كتلة السيارة m :

- بيانيا:

المنحنى $W_{AM}(\vec{F}) = f(v^2)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$W_{AM}(\vec{F}) = a' v^2$$

حيث a' معامل التوجيه ومن البيان:

$$a' = \frac{\Delta W_{AM}(\vec{F})}{\Delta v^2} \Rightarrow a' = \frac{(1-0) \times 10^3}{(2-0)} = 500$$

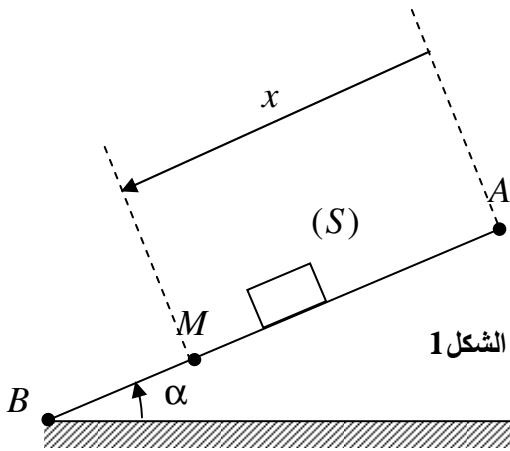
ومنه المعادلة الرياضية للمنحنى هي: $W_{AM}(\vec{F}) = 200 v^2$

- نظريا ومما سبق:

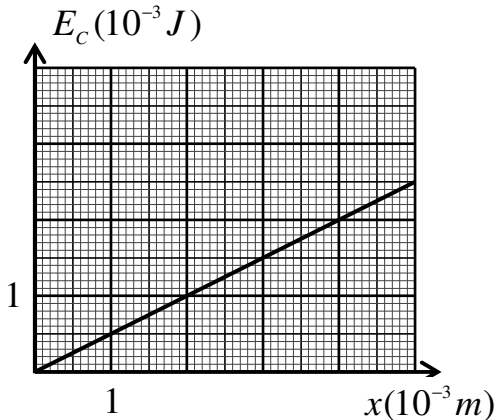
$$W_{AM}(\vec{F}) = \frac{1}{2} m v^2$$

بالمطابقة نجد:

$$\frac{1}{2} m = a' \Rightarrow m = 2a' = 2 \times 500 = 1000 \text{ kg}$$

التمرين (18): (التمرين : 030 في بنك التمارين) ()**

الشكل 1

- يحرر بدون سرعة ابتدائية جسم (S) كتلته $m = 200 \text{ g}$ منالنقطة (A) ليتحرك على مستوي مائل (AB) طوله $AB = 1 \text{ m}$ ويميلعن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 30^\circ$ (الشكل-1)، يخضع الجسم (S)أثناء حركته إلى قوة احتكاك ثابتة $\vec{f}$ جهتها معاكسة لجهة الحركة.يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

بيان (الشكل-2) يمثل تغيرات الطاقة الحركية للجسم (S) بدلالة المسافة

المقطوعة (x) حيث x هي المسافة على المستوي المائل بين النقطة A

وموضع M كيفي يكون بين الموضعين A و B.

1- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء حركته.

2- أكتب العبارة النظرية للطاقة الحركية E_c للجسم (S) عندالموضع M بدلالة x, α, f, g, m .

3- اعتمادا على البيان جد:

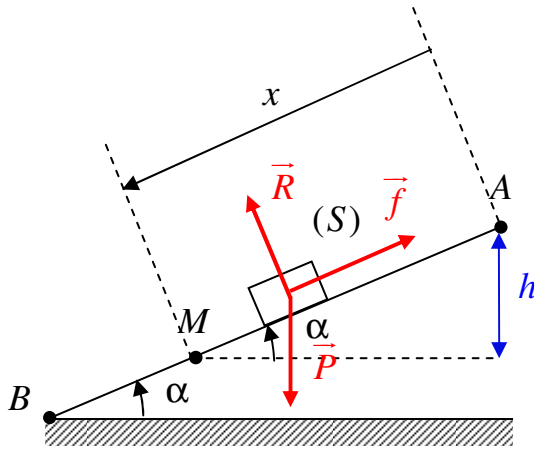
أ- استنتج شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

ب- سرعة الجسم (S) في الوضع B.

الحل المفصل:

1- تمثيل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء حركته:

(الشكل).



2- كتابة العبارة النظرية للطاقة الحركية E_C للجسم (S) عند الموضع M

بدلالة x, α, f, g, m :

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و M:

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - W_{AM}(\vec{P}) - |W_{AM}(\vec{f})| = E_C$$

$$mgh - |-f \cdot AM| = E_C \Rightarrow mgh - f \cdot AM = E_C \Rightarrow mgh - f \cdot x = E_C$$

من الشكل:

$$\sin \alpha = \frac{h}{AM} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sin \alpha \cdot x$$

ومنه:

$$mg \cdot \sin \alpha \cdot x - f \cdot x = E_C \Rightarrow (mg \cdot \sin \alpha - f) \cdot x = E_C$$

$$E_C = (mg \cdot \sin \alpha - f) \cdot x \quad \dots \dots \dots (1)$$

3- أ- شدة قوة الاحتكاك:

المنحى $E_C = f(x)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$E_C = a \cdot x \quad \dots \dots \dots (2)$$

حيث a هو معامل التوجيه، ومن البيان يكون:

$$a = \frac{\Delta E_C}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{(2-1) \times 10^{-3}}{(4-1) \times 10^{-3}} = 0,5$$

ومنه تصبح العلاقة الرياضية: $E_C = 0,5x$.

بمطابقة العلاقتين: الرياضية (2) والنظرية (1) نجد:

$$mg \cdot \sin \alpha - f = a \Rightarrow mg \cdot \sin \alpha - a = f \Rightarrow f = mg \cdot \sin \alpha - a$$

$$f = (0,2 \times 10 \times \sin 30) - 0,5 = 0,5 \text{ N}$$

ب- حساب سرعة الجسم (S) في الوضع B:

- مما سبق لدينا المعادلة الرياضية للبيان: $E_C = 0,5x$.

- عند الموضع B، يكون: $x = AB = 1m$ ، بالتعويض نجد:

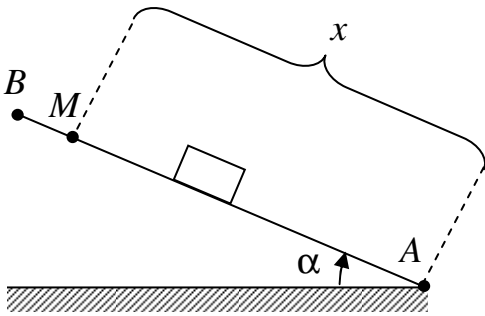
$$E_{CB} = 0,5 \times 1 = 0,5 J$$

ومنه:

$$E_{CB} = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{CB}}{m}} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2 \times 0,5}{0,2}} = 2,24 m/s$$

- يمكن الحصول على نفس النتيجة بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A، B.

التمرين (19): (التمرين: 012 في بنك التمارين) (**)



الشكل 1

من موضع A أسفل مستوي مائل AB يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$ (الشكل 1)، ندفع جسم نقطي (S) كتلته m وأبعاده مهملة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ ، فيتحرك هذا الجسم على المستوي المائل بدون احتكاك، حتى تتعدم سرعته عند الموضع B ليقطع مسافة d عندئذ.

بيان (الشكل 2) يمثل تغيرات الطاقة الحركية للجسم (S) عند الموضع M بدلالة المسافة x التي يقطعها الجسم (S) أثناء انتقاله من الموضع A إلى الموضع الكيفي M.

1- جـدّ عبارة الطاقة الحركية E_C للجسم (S) عند الموضع M

بدلالة α, x, g, v_0, m .

2- اعتمادا على البيان جـدّ:

أ- الكتلة m للجسم (S) وسرعته الابتدائية v_0 .

ب- المسافة d التي يقطعها الجسم (S) قبل أن يتوقف عند الموضع B.

يعطى: $g = 10 m/s^2$.

الحل المفصل:

1- العلاقة النظرية بين E_C و x :

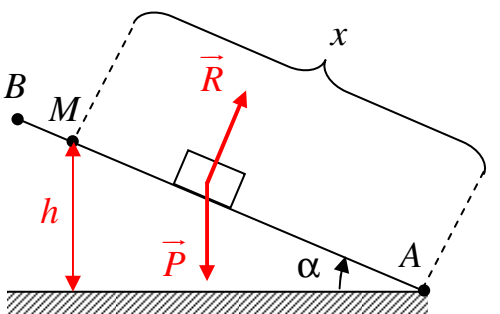
- الجملة المدروسة: جسم (S).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و M:

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$



$$E_{CA} - |W_{AM}(\vec{P})| = E_C$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - |-m.g.h| = E_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 - m.g.h = E_C$$

من الشكل: $\sin \alpha = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \cdot \sin \alpha$ ، ومنه:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - m.g.x \cdot \sin \alpha = E_C \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}mv_0^2 - m.g.x \cdot \sin \alpha$$

2- أ- قيمتي v_0 ، m :

- بيانيا:

المنحنى $E_C(x)$ هو مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$E_C = a x + b \quad \dots\dots\dots (1)$$

ومن البيان:

$$a = \frac{(4-0) \times 0,1}{(4-0) \times 0,2} = -0,5$$

$$b = 4 \times 0,1 = 0,4$$

ومنه: $E_C = -0,5 x + 0,4$

- بالمطابقة :

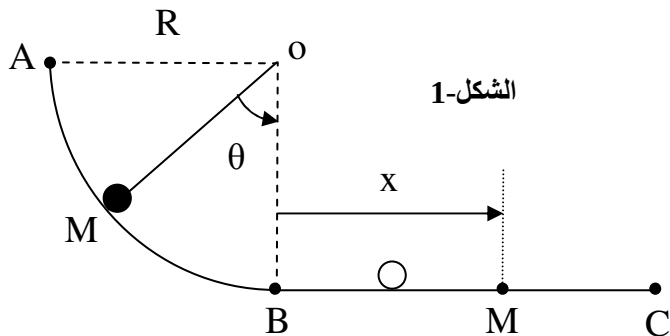
$$-m.g.\sin \alpha = a \Rightarrow m = -\frac{a}{g.\sin \alpha} = -\frac{-0,5}{10.\sin 30^\circ} = 0,1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = b \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2b}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,4}{0,1}} = 2,83 \text{ m/s}$$

ب- المسافة d :

من البيان تتعدم الطاقة الحركية وبالتالي تتعدم السرعة عند $x = 0,8 \text{ m}$ وهي المسافة d التي يقطعها الجسم (S) عندما يتوقف عند الموضع B .

التمرين (20): (التمرين: 021 في بنك التمارين) (**)



جسم نقطي (S) كتلته $m = 1 \text{ kg}$ يتحرك على مسار ABC يتكون من جزئين: الأول، ربع دائرة AB شاقولي أملس نصف قطره R والثاني مسار أفقي BC خشن يخضع الجسم (S) فيه لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة، نترك دون سرعة ابتدائية الجسم (S) من الموضع A فيتحرك على المسار ABC حتى بلوغ الموضع C .

- 1- مثل مخطط الحصلة الطاقوية للجملة جسم (S) ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من A إلى B .
- 2- جِد عبارة نصف قطر المسار R بدلالة v_B ، g .

3- يواصل الجسم (S) حركته على الجزء BC من المسار، بيان (الشكل 2)

يمثل تغيرات مربع سرعة الجسم (S) على هذا المسار بدلالة

المسافة $x = BM$ حيث M موضع يقع بين B و C .

- مثل مخطط الحصلة الطاقوية للجملة (جسم) ثم أكتب معادلة انحفاظ

الطاقة أثناء الانتقال من B إلى M .

ب- أثبت أنه يعبر عن سرعة الجسم (S) عند الموضع M بدلالة x

$$v^2 = v_b^2 - \frac{2f \cdot x}{m}$$

ج- جِد اعتمادا على البيان:

● شدة قوة الاحتكاك f والسرعة v_B .

● نصف القطر R للمسار الدائري.

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

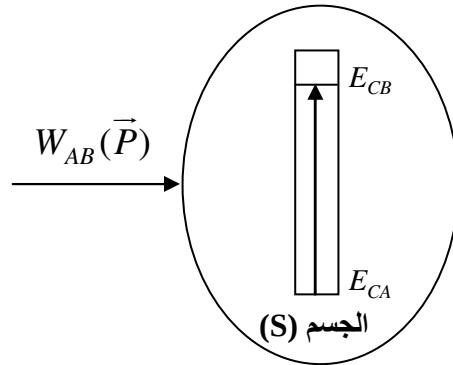
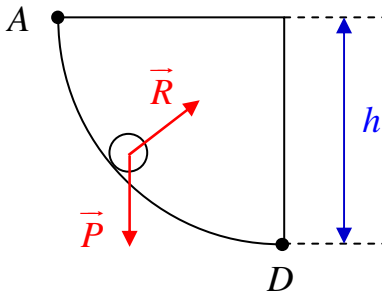
الحل المفصل:

1- تمثيل الحصلة الطاقوية للجملة جسم (S) وكتابة معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من A إلى B :

- الجملة المدروسة: جسم (S) .

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة: النقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

2- إيجاد عبارة نصف قطر المسار R بدلالة v_B ، g :

بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة يكون:

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \Rightarrow 2gh = v_B^2$$

من الشكل $h = R$ ، ومنه:

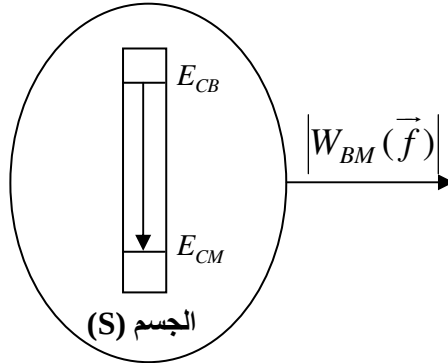
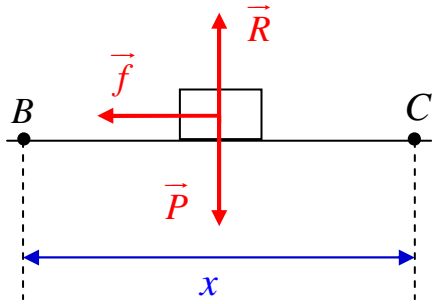
$$2g.R = v_B^2 \Rightarrow R = \frac{v_B^2}{2g}$$

3- تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) ، وأكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من B إلى M :

- الجملة المدروسة: جسم (S) .

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$

$$E_{CB} - |W_{BM}(\vec{f})| = E_{CM}$$

ب- إثبات أنه يعبر عن سرعة الجسم (S) عند الموضع M بدلالة x بالعلاقة التالية: $v^2 = v_b^2 - \frac{2f.x}{m}$

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - f.x = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow mv_B^2 - 2f.x = mv^2 \Rightarrow v^2 = \frac{mv_B^2 - 2f.x}{m} \Rightarrow v^2 = v_B^2 - \frac{2f.x}{m}$$

ج- إيجاد شدة قوة الاحتكاك f والسرعة v_B :

بيانيا:

المنحنى $v^2 = f(x)$ هو مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$v^2 = ax + b$$

حيث a معامل التوجيه، ومن البيان يكون:

$$a = \frac{\Delta v^2}{\Delta x} \Rightarrow a = \frac{(1-5) \times 2}{(4-0) \times 2} = -1$$

$$b = 5 \times 2 = 10$$

ومنه المعادلة الرياضية للمنحنى هي: $v^2 = -x + 10$

نظريا ومما سبق:

$$v^2 = -\frac{2f}{m} \cdot x + v_B^2$$

بمطابقة العلاقتين الرياضية والنظرية يكون:

$$-\frac{2f}{m} = a \Rightarrow f = -\frac{m \cdot a}{2} \Rightarrow f = -\frac{1 \times (-1)}{2} = 0,5 N$$

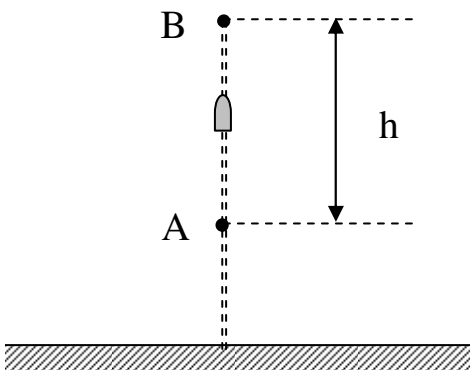
$$v_B^2 = b \Rightarrow v_B = \sqrt{b} \Rightarrow v_B = \sqrt{10} = 3,16 m/s$$

● استنتج نصف القطر R للمسار الدائري:

$$R = \frac{v_B^2}{2g}, \text{ ومنه:}$$

$$R = \frac{(3,16)^2}{2 \times 10} = 0,5 m$$

التمرين (21): (التمرين: 009 في بنك التمارين) (**)



رصاصة كتلتها $m = 7 g$ تقذف شاقوليا بواسطة مسدس من الموضع A نحو

الأعلى بسرعة $v_A = 200 m/s$.

1- أحسب الطاقة الحركية للرصاصة لحظة قذفها.

2- بإهمال تأثير الهواء على الرصاصة، أوجد أقصى ارتفاع تبلغه الرصاصة

بالنسبة لموضع قذفها A.

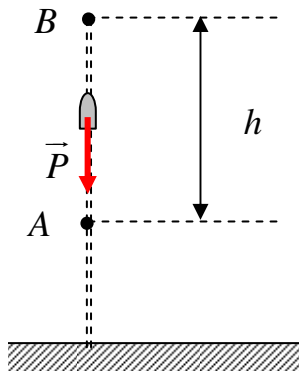
- 3- إذا علمت أن الارتفاع الحقيقي الذي بلغته الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها هو $h' = 1200 \text{ m}$. أوجد شدة قوة الاحتكاك المعاكسة للحركة والتي يؤثر بها الهواء على الرصاصة باعتبار أن هذه القوة ثابتة. يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الحل المفصل:

1- حساب الطاقة الحركية للرصاصة لحظة قذفها :

$$E_{CA} = \frac{1}{2} m.v^2 \Rightarrow E_{CA} = 0,5 \times 7 \times 10^{-3} \times (200)^2 = 140 \text{ J}$$

2- إيجاد أقصى ارتفاع تبلغه الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها:



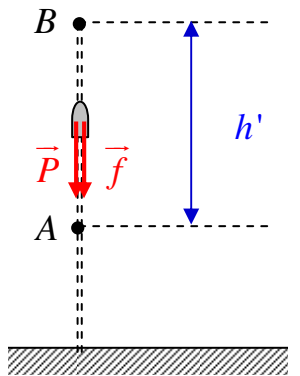
- الجملة المدروسة: رصاصة.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B حيث A موضع القذف و B موضع الرصاصة عند بلوغها أقصى ارتفاع.

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - |W_{AB}(\vec{P})| = E_{CB} \Rightarrow \frac{1}{2} m.v_A^2 - |-mgh| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m.v_A^2 - mgh = 0$$

$$v_A^2 - 2gh = 0 \Rightarrow v_A^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{v_A^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{(200)^2}{2 \times 10} = 2000 \text{ m}$$

3- إيجاد شدة قوة الاحتكاك المعاكسة للحركة والتي يؤثر بها الهواء على الرصاصة:



- الجملة المدروسة: رصاصة.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B حيث A موضع القذف و B موضع الرصاصة عند بلوغها أقصى ارتفاع.

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

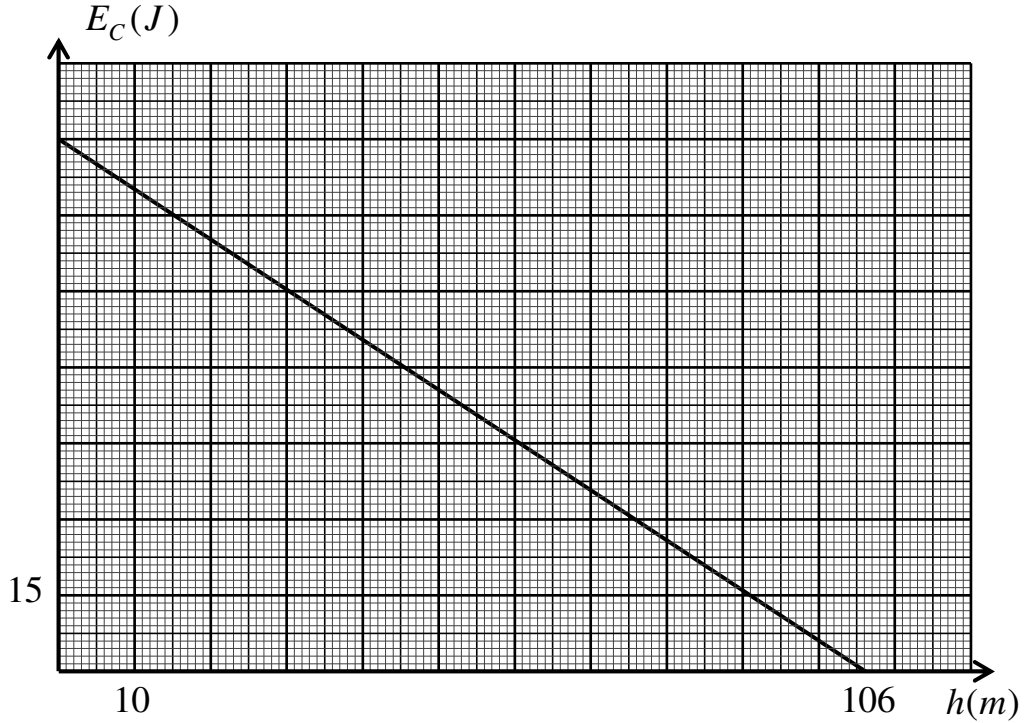
$$E_{CA} - |W_{AB}(\vec{P})| - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB} \Rightarrow \frac{1}{2} m.v_A^2 - |-m.g.h'| - |-f.h'| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m.v_A^2 - m.g.h' - f.h' = 0$$

$$\Rightarrow m.v_A^2 - 2m.g.h' - 2f.h' = 0 \Rightarrow m.v_A^2 - 2m.g.h' = 2f.h' \Rightarrow f = \frac{m.v_A^2 - 2m.g.h'}{2h'}$$

$$f = \frac{m(v_A^2 - 2g.h')}{2h'} \Rightarrow f = \frac{7 \times 10^{-3} \times ((200)^2 - (2 \times 10 \times 1,2 \times 10^3))}{2 \times 1,2 \times 10^3} = 4,67 \times 10^{-2} \text{ N}$$

التمرين (22): (التمرين: 020 في بنك التمارين) (**)

بني جسر سيدي راشد بين 1908 و 1912 على ضفتي وادي الرمال بقسنطينة الذي يربط حي الكدية محطة القطار، يهدف هذا التمرين إلى إيجاد ارتفاع الجسر الذي نرسم له بـ h_0 .
 في إطار رحلة مدرسية إلى قسنطينة زار التلاميذ جسر سيدي راشد فانبهرت "منى" من علو هذا الجسر وأرادت معرفة ارتفاعه بالنسبة لسطح الماء في الوادي، من أجل ذلك تركت حجرا كتلته m عند اللحظة $t = 0$ يسقط شاقوليا دون سرعة ابتدائية من نقطة O تقع على حافة الجسر ليرتطم بسطح الماء من الوادي في نقطة N ،
 وفي مكان مقابل للجسر قامت زميلتها "شريفة" بتصوير فيديو بكاميرا رقمية عالية الوضوح لحركة سقوط الحجر، بعد الرجوع من الرحلة قام أستاذ العلوم الفيزيائية بمعالجة الفيديو ببرمجية *Avistep*، (الشكل-2) يمثل تغيرات الطاقة الحركية للجoule (حجر) بين الموضعين O و N بدلالة ارتفاعه h عن سطح الأرض.



نهمّل الاحتكاك ونأخذ $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

1- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجoule (حجر) بين الموضع O وموضع كيفي M يبعد بمقدار h عن سطح الماء من الوادي.

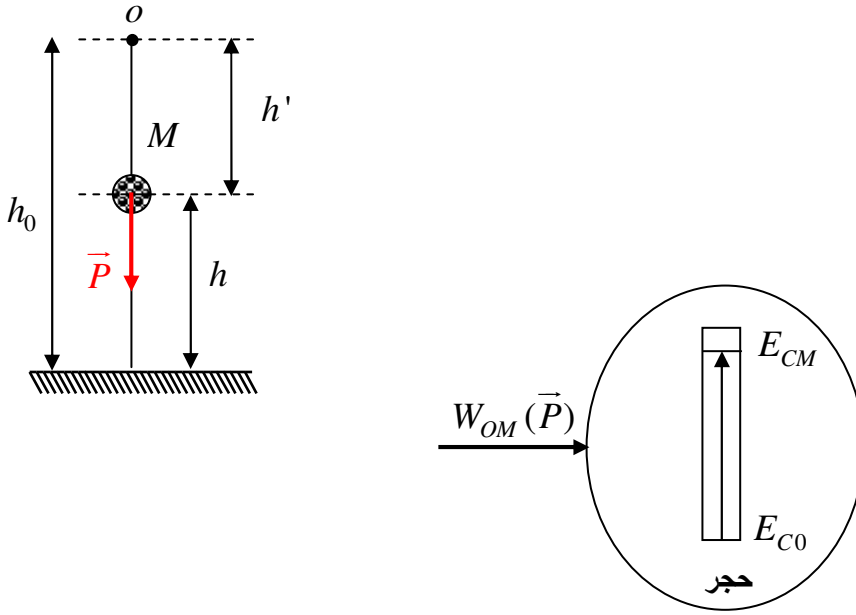
2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، جد عبارة الطاقة الحركية للجoule (حجر) عند موضع كيفي M بدلالة: h, g, m, h_0 ، ثم استنتج من البيان قيمتي m, h_0 .

3- اعتمادا على البيان جد سرعة اصطدام الحجر بسطح الأرض عند الموضع M_0 .

الحل المفصل:**1- تمثيل مخطط الحويلة الطاقوية:**

- الجملة المدروسة: حجر .

- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.**2- عبارة الطاقة الحركية بدلالة h_0, h, g, m :**بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة) بين الموضعين M و O :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{C0} + W_{OM}(\vec{P}) = E_C$$

$$W_{OM}(\vec{P}) = E_C \quad (v_0 = 0) \Rightarrow m \cdot g h' = E_C$$

من الشكل: $h' = h_0 - h$ ، ومنه:

$$m \cdot g (h_0 - h) = E_C \Rightarrow E_C = m \cdot g (h_0 - h)$$

- قيمتي h_0 و m :المنحنى $E_C = f(h)$ هو مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$E_C = a h + b$$

حيث a معامل التوجيه (ميل المستقيم)، ومن البيان:

$$a = \frac{(0 - 7) \times 15}{(10,6 - 0) \times 10} = -0,99$$

$$b = 7 \times 15 = 35$$

$$E_C = -0,99 h + 35 \quad \text{منه:}$$

نظريا ومما سبق:

$$E_C = m \cdot g \cdot h_0 - m \cdot g \cdot h$$

$$E_C = (-m \cdot g) h + m \cdot g \cdot h_0$$

بالمطابقة بين العلاقة النظرية والبيانية:

$$-m \cdot g = a \Rightarrow m = \frac{-a}{g} = \frac{-(-0,99)}{9,8} = 0,10 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

$$m \cdot g \cdot h_0 = b \Rightarrow h_0 = \frac{b}{m \cdot g} = \frac{105}{0,1 \times 9,8} = 107,14 \text{ m}$$

3- سرعة الحجر عند اصطدامه بسطح الأرض عند الموضع M_0 :

عند الموضع M_0 (على سطح الأرض) يكون $h = 0$ ، بالإسقاط في البيان نجد:

$$E_{CM_0} = 7 \times 15 = 105 J$$

ومنه:

$$E_{CM_0} = \frac{1}{2} m \cdot v_{M_0}^2 \Rightarrow v_{M_0} = \sqrt{\frac{2E_{CM_0}}{m}} \Rightarrow v_{M_0} = \sqrt{\frac{2 \times 105}{0,1}} = 45,83 m/s$$

التمرين (23): (التمرين: 024 في بنك التمارين) (**)

نعتبر في هذا التمرين أن الاحتكاكات مهمة، و قيمة الجاذبية الأرضية هي: $g = 10 m/s^2$.

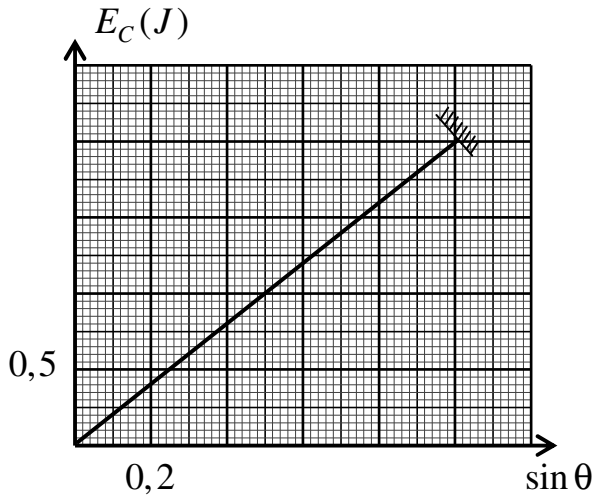
يتحرك جسم (S) كتلته m على مسار دائري أملس نصف

قطره $R = 80 cm$ ، حيث ينطلق ابتداء من الموضع A بدون سرعة ابتدائية

ليمر بالموضع M المحدد بالزاوية θ (الشكل-1).

قمنا بدراسة تغيرات الطاقة الحركية E_c للجسم (جسم) بدلالة $\sin \theta$

فحصلنا البيان المقابل:



1- مثل الحصيلة الطاقوية للجسم (جسم) بين الموضعين A و M .

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B ، جد عبارة الطاقة

الحركية E_c عند الموضع M بدلالة m ، g ، R و $\sin \theta$.

3- أكتب المعادلة الرياضية للمنحنى، واستنتج من البيان كتلة الكرة m .

4- استنتج من المنحنى v_B سرعة الجسم (S) عند الموضع B .

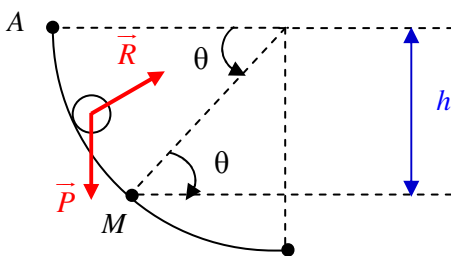
الحل المفصل:

1- تمثيل مخطط الحصيلة الطاقوية للجسم (جسم) بين A و M :

- الجسم المدروسة: جسم (S) .

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



2- معادلة انحفاظ الطاقة:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و M :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

بالاعتماد على مخطط الحصيلة الطاقوية السابقة يكون:

$$0 + W_{AM}(\vec{P}) = E_{CM} \Rightarrow E_C = mgh$$

من الشكل:

$$\sin \theta = \frac{h}{R} \Rightarrow h = R \cdot \sin \theta$$

ومنه يصبح:

$$E_C = mg \cdot h \cdot \sin \theta$$

3- كتابة المعادلة الرياضية للمنحنى:

المنحنى $E_C = f(\sin \theta)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$E_C = a \sin \theta$$

حيث a هو ميل مماس المنحنى (معامل التوجيه) ومن البيان يكون:

$$a = \frac{\Delta E_C}{\Delta \sin \theta} \Rightarrow a = \frac{(4-0) \times 0,5}{(5-0) \times 0,2} = 2$$

و منه المعادلة الرياضية هي: $E_C = 2 \sin \theta$.

● استنتاج كتلة الكرة m من البيان:

بمطابقة العلاقة البيانية (الرياضية) مع العلاقة النظرية، نجد:

$$m \cdot g \cdot R = a \Rightarrow m = \frac{a}{g \cdot R} \Rightarrow m = \frac{2}{10 \times 0,8} = 0,25 \text{ kg}$$

4- استنتاج قيمة السرعة v_B في هذا الموضع:

في الموضع B يكون:

$$\theta = 90 \Rightarrow \sin \theta = 1$$

بالإسقاط في البيان:

$$E_{CB} = 4 \times 0,5 = 2 \text{ J}$$

ومنه:

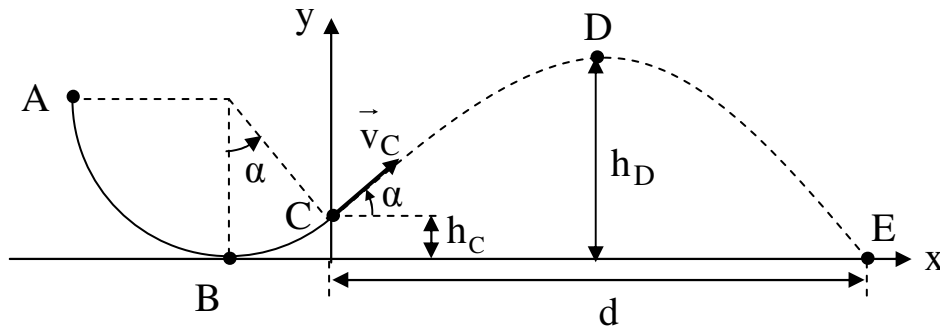
$$E_{CB} = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{CB}}{m}} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2 \times 2}{0,25}} = 4 \text{ m/s}$$

تمارين محلولة 2

التمارين ذات درجة ثانية من الصعوبة

(التمرين: 014 في بنك التمارين) (**)

ينطلق جسم (S) نعتبره نقطي كتلته m بسرعة ابتدائية v_A من موضع A ينتمي إلى مسار دائري ABC نصف قطره $R = 90 \text{ cm}$ ، يمر من النقطة B بسرعة $v_B = 5 \text{ m/s}$ ثم يبلغ النقطة C بسرعة v_C ، بعد ذلك يواصل حركته في الهواء ماراً بالنقطة D الموافقة لأعلى ارتفاع يبلغه (الذروة) ليصطدم في النهاية بالأرض في الموضع D (الشكل).



• تهمل كل قوى الاحتكاك.

• يعطي: $\alpha = 60^\circ$ ، $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1- مثل الحويلة الطاقوية للجملة (S) بين A و B .

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (S) بين الموضعين A و B :

أ- أكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب- أوجد سرعة الجسم (S) عند الموضع A .

3- أحسب h_C ارتفاع الموضع C عن المستوي الأفقي BE .

4- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (S)، أحسب سرعة الجسم (S) عند الموضع C .

5- سرعة الجسم عند الموضع D هي $v_D = 2 \text{ m/s}$.

أ- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (S) بين C و D جد h_D أقصى ارتفاع يبلغه الجسم S بالنسبة للمستوي الأفقي BE .

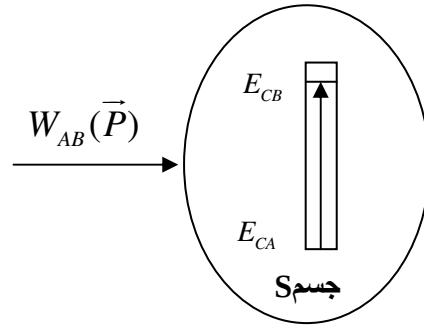
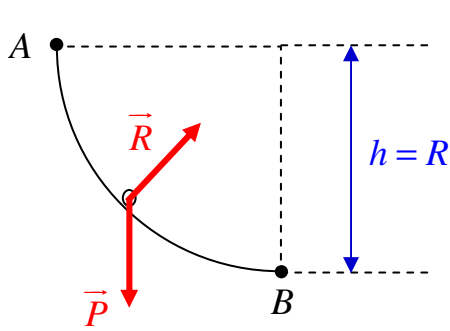
ب- عبر عن سرعة الجسم (S) عند الموضع D بدلالة v_C و α من دون تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة.

الحل المفصل:

1- تمثيل الحويلة الطاقوية للجملة (S) بين A و B :

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



3- أ- كتابة معادلة انحفاظ الطاقة:

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين A و B .

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

اعتمادا على الحصيلة الطاقوية السابقة:

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

ب- إيجاد سرعة الجسم (S) عند الموضع A:

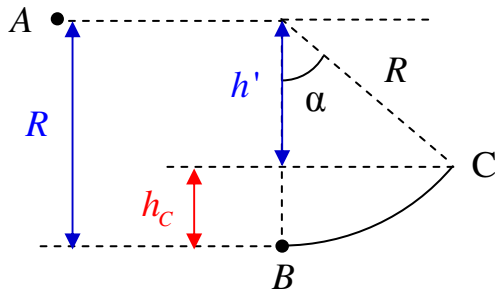
من معادلة انحفاظ الطاقة السابقة:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgR = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_A^2 + 2gR = v_B^2 \Rightarrow v_A^2 = v_B^2 - 2gR \Rightarrow v_A = \sqrt{v_B^2 - 2gR}$$

$$v_A = \sqrt{(5)^2 - (2 \times 10 \times 0,9)} = 2,65 \text{ m/s}$$

3- حساب h_C ارتفاع الموضع C عن المستوي الأفقي BE:

من الشكل :



$$h_C = R - h'$$

$$\cos \alpha = \frac{h'}{R} \Rightarrow h' = R \cdot \cos \alpha$$

و منه:

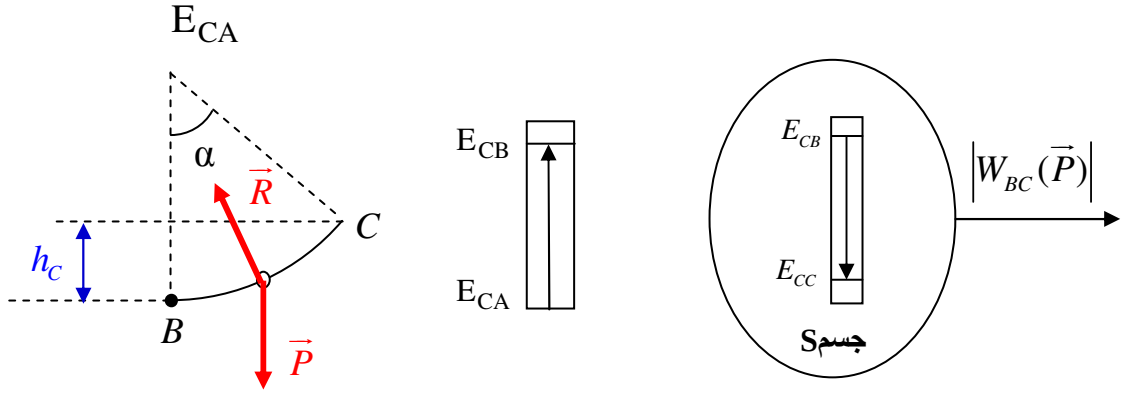
$$h_C = R - R \cdot \cos \alpha \Rightarrow h_C = R(1 - \cos \alpha)$$

$$h_C = 0,9(1 - \cos 60^\circ) = 0,45 \text{ m}$$

4- حساب سرعة الجسم (S) عند الموضع C:

- الجملة المدروسة: جسم (S).

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين B و C .

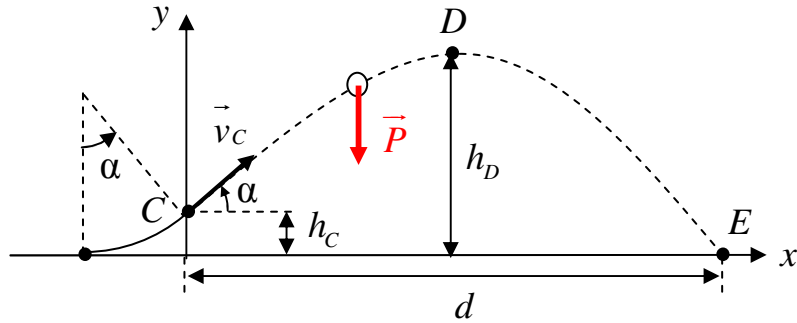
$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{P})| = E_{CC} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - |-mgh_C| = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh_C = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$v_B^2 - 2gh_C = v_C^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 - 2gh_C}$$

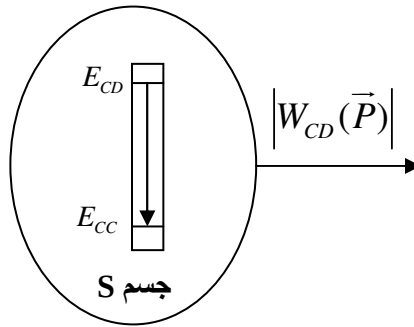
$$v_C = \sqrt{(5)^2 - (2 \times 10 \times 0,45)} = 4 \text{ m/s}$$

5- أ- إيجاد أقصى ارتفاع يبلغه الجسم S بالنسبة للمستوي الأفقي BE :



- الجملة المدروسة: جسم (S) .

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين C و D .

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CC} - |W_{CD}(\vec{P})| = E_{CD} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - |-mg(h_D - h_C)| = \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - mgh_D = \frac{1}{2}mv_D^2 \Rightarrow v_C^2 - 2g(h_D - h_C) = v_D^2 \Rightarrow v_C^2 - v_D^2 = 2g(h_D - h_C)$$

$$h_D - h_C = \frac{v_C^2 - v_D^2}{2g} \Rightarrow h_D = \frac{v_C^2 - v_D^2}{2g} + h_C$$

$$h_D = \frac{v_C^2 - v_D^2}{2g} + h_C \Rightarrow h_D = \frac{(4)^2 - (2)^2}{2 \times 10} + 0,45 = 1,05m$$

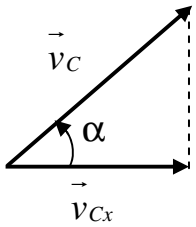
ب- التعبير عن v_D سرعة الجسم (S) عند الموضع D بدلالة v_C و α من دون تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة:

$$v_D = \sqrt{(v_{xD})^2 + (v_{yD})^2}$$

- نعلم أن مسقط حركة القذيفة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة لذا يكون:

$$v_{xD} = v_{xC}$$

من الشكل:



$$\cos \alpha = \frac{v_{xC}}{v_C} \Rightarrow v_{xC} = v_C \cos \alpha$$

و منه :

$$v_{xD} = v_C \cos \alpha$$

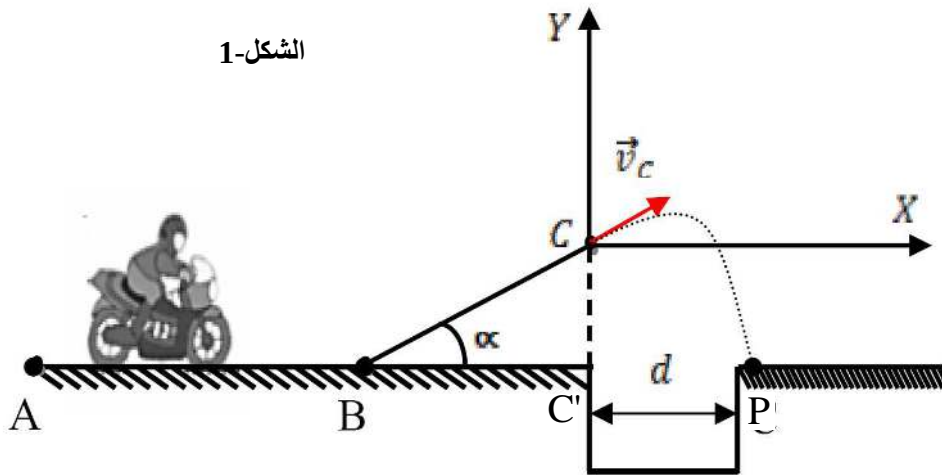
عند الذروة يكون $v_{yD} = 0$

يصبح:

$$v_D = \sqrt{(v_C \cos \alpha)^2 + (0)^2} \Rightarrow v_D = v_C \cos \alpha$$

التمرين (25): (التمرين: 029 في بنك التمارين) (**)

يعتبر القفز على الخنادق بواسطة الدراجات النارية أحد التحديات التي تواجه المجازفين. يتكون مسلك المجازفة من مسار مستقيم أفقي AB و آخر BC بمنحدر، زاوية $\alpha = 10^\circ$ و خندق، عرضه $d = 40m$ (الشكل-1).



الشكل-1

ننمذج الجملة (دراج + دراجة) بجسم صلب كتلته $m = 170 \text{ kg}$ ، تعطى $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1- تمر الجملة (S) بالموضع A في اللحظة $t = 0 \text{ s}$ وفي اللحظة $t_1 = 5 \text{ s}$ تمر من الموضع B، يمثل بيان (الشكل-2) تغيرات سرعة الجملة (S) بدلالة الزمن.

اعتمادا على البيان:

أ- حدد طبيعة الحركة.

ب- أحسب المسافة المقطوعة AB.

ج- قيمة السرعة v_B .

2- تخضع الجملة في الجزء BC لقوة دفع المحرك $\vec{F}$ وقوة احتكاك شدتها

$f = 500 \text{ N}$. القوتان ثابتتان وموازيتان للمسار BC حيث $BC = 56,3 \text{ m}$.

تصل الجملة إلى الموضع C بسرعة $v_C = 25 \text{ m/s}$.

أ- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة. جد شدة القوة $\vec{F}$.

ب- حدد خصائص شعاع السرعة $\vec{v}_C$.

3- تغادر الجملة (S) الموضع C لتسقط في الموضع P.

أ- حدد طبيعة الحركة على المحور ox .

ب- هل يجتاز الدراج الخندق أم لا؟ برر إجابتك. علما أن زمن السقوط $t_p = 1,9 \text{ s}$.

الحل المفصل:

1- أ- تحديد طبيعة الحركة:

المنحنى $v(t)$ هو مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته من الشكل $v = at + b$ وحيث

أن السرعة متزايدة فالحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

ب- حساب المسافة المقطوعة AB:

باستعمال طريقة المساحة (شبه منحرف):

$$AB = \frac{((2 \times 5) + (4 \times 5)) \times (5 - 0)}{2} = 75 \text{ m}$$

ج- حساب قيمة السرعة v_B :

يبلغ الدراج الموضع B عند اللحظة $t = 5 \text{ s}$ ، وبالإسقاط في البيان نجد:

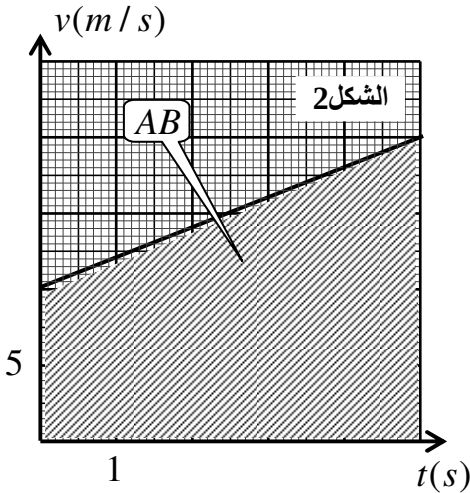
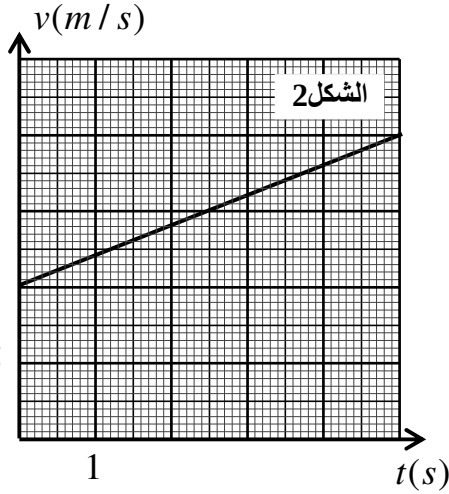
$$v_B = 4 \times 5 = 20 \text{ m/s}$$

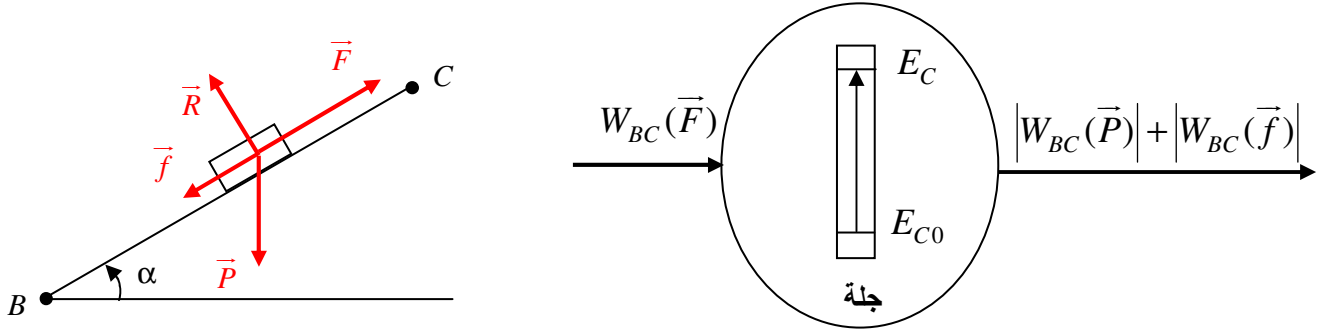
2- أ- إيجاد شدة القوة $\vec{F}$:

- الجملة المدروسة: (دراج + دراجته).

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة: قوة دفع المحرك $\vec{F}$ ، قوة الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.





- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين B و C وبالاتماد على الحصيلة الطاقوية يكون:

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CB} + W_{BC}(\vec{F}) - |W_{BC}(\vec{P})| - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + F \cdot BC - |mgh| - |f \cdot BC| = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + F \cdot BC - mgh - f \cdot BC = \frac{1}{2}mv_C^2$$

من الشكل:

$$\sin \alpha = \frac{h}{BC} \Rightarrow h = BC \cdot \sin \alpha$$

ومنه يصبح:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + F \cdot BC - mg \cdot BC \cdot \sin \alpha - f \cdot BC = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow F \cdot BC = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 + mg \cdot BC \cdot \sin \alpha + f \cdot BC$$

$$F \cdot BC = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) + BC(mg \cdot \sin \alpha + f) \Rightarrow F = \frac{\frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) + BC(mg \cdot \sin \alpha + f)}{BC}$$

$$F = \frac{(0,5 \times 170 \times ((25)^2 - (20)^2)) + (56,3((170 \times 10 \times \sin 10) + 500))}{56,3} = 1134,90 \text{ N}$$

ب- تحديد خصائص شعاع السرعة $\vec{v}_C$:

- نقطة التأثير: الموضع C.

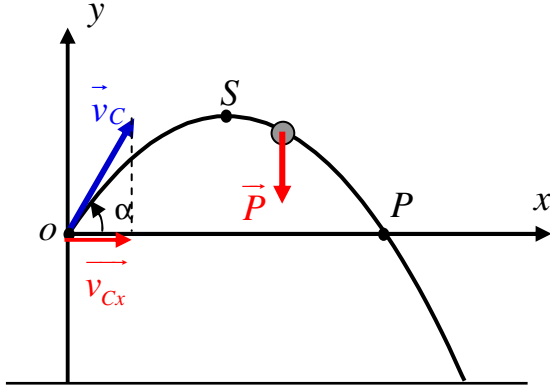
- الجهة: جهة الحركة.

- المنحى: يعمل الزاوية $\alpha = 30^\circ$ مع المحور (ox).

- الطويلة: $v_C = 25 \text{ m/s}$.

3- أ- تحديد طبيعة الحركة على المحور ox :

- تخضع الجملة (دراج + دراجته) إلى تأثير قوة $\vec{P}$ الثقل الشاقولية (الشكل) والتي من خصائصها أنها ثابتة في الشدة.
- مسقط هذه القوة على المحور (ox) معدوم وحسب مبدأ العطالة تكون طبيعة الحركة على هذا المحور مستقيمة منتظمة.
- مسقط هذه القوة على المحور (oy) هي قوة ثابتة (في المنحة والجهة والشدة) ومنه تكون طبيعة الحركة على هذا المحور مستقيمة متغيرة بانتظام.



ب- إمكانية اجتياز الدراج للخنق مع برر إجابتك:

- نحسب المسافة $C'P$ ، إذا وجدنا $C'P \geq d$ فإن الدراج يجتاز الخنق، أما إذا وجدنا $C'P < d$ فالدراج لا يجتازه.
- مسقط حركة الجملة (الدراج + دراجته) على المحور (ox) حركتها مستقيمة منتظمة وبالتالي قيمة مركبة السرعة v_x على هذا المحور تكون ثابتة في كل المواضع، وعليه اعتمادا على الشكل السابق، نكتب:

$$v_x = v_{Cx} = v_C \cos \alpha \Rightarrow v_x = 25 \times \cos 10^\circ = 24,62 \text{ m/s}$$

ومنه:

$$v_x = \frac{C'P}{\Delta t} \Rightarrow C'P = v_x \cdot \Delta t \Rightarrow C'P = 24,62 \times 1,9 = 46,78 \text{ m}$$

نلاحظ $C'P > 46,78 \text{ m}$ ، ومنه الدراج يجتاز الخنق بسلام.

تمارين محلولة 3

التمارين ذات درجة ثالثة من الصعوبة

التمرين (26): (التمرين: 027 في بنك التمارين) (**)

نركب مضخة كهربائية لرفع الماء إلى خزان موجود على ارتفاع $h = 20 \text{ m}$ فوق مستوى الماء في بئر. غزارة المضخة 450 L في الدقيقة. العمل الذي تبذله هو مقابل لعمل ثقل الماء.

1- جد ما يلي:

أ- الطاقة التي تقدمها المضخة في كل دقيقة لرفع الماء من البئر إلى الخزان.

ب- استطاعة المضخة P .

3- نعرف مردود المضخة بالعلاقة: $r = \frac{P_m}{P_e} \times 100$ ، حيث:

▪ P_m هي الاستطاعة الميكانيكية التي تقدمها المضخة لرفع الماء

▪ P_e هي الاستطاعة الكهربائية التي تستقبلها المضخة.

إذا كانت الاستطاعة الكهربائية التي تستقبلها المضخة هي $P_e = 2 \text{ kW}$ ، أحسب مردود المضخة r .

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$ ، $\rho(H_2O) = 1 \text{ kg/L}$.

الحل المفصل:

1- أ- حساب الطاقة التي تقدمها المضخة في كل دقيقة لرفع الماء من البئر:

- في كل دقيقة يتدفق إلى الخزان 450 L من الماء، نحسب عمل ثقل 450 L من الماء أثناء الانتقال من موضع A من البئر إلى موضع B من الخزان والذي يعلوا بمقدار $h = 20 \text{ m}$ من الموضع A ، هذا العمل يمثل الطاقة التي تقدمها المضخة لرفع الماء في كل دقيقة.

- نحسب أولا كتلة 450 L من الماء و من ثم نحسب العمل:

$$W_{AB}(\vec{P}) = -mgh$$

$$\rho(H_2O) = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 1 \times 450 = 450 \text{ kg}$$

$$W_{AB}(\vec{P}) = -450 \times 10 \times 20 = -9 \times 10^4 \text{ J}$$

إذن الطاقة التي تقدمها المضخة في كل دقيقة لرفع الماء من البئر هي: $9 \times 10^4 \text{ J}$

ب- حساب استطاعة المضخة:

وجدنا سابقا أنه في كل دقيقة تقدم المضخة طاقة لرفع 450 L من الماء قدرها $9 \times 10^4 \text{ J}$ بواسطة الماء المرفوع وعليه:

$$P = \frac{|W_{AB}(\vec{P})|}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{9 \times 10^4}{60} = 1,5 \times 10^3 W = 1500 W$$

3- حساب مردود المضخة:

تستقبل المضخة استطاعة كهربائية قدرها $P_0 = 2000 W$ وتقدم استطاعة ميكانيكية قدرها $P = 1500 W$ لذا يكون:

$$r = \frac{P}{P_0} \times 100 \Rightarrow r = \frac{1500}{2000} \times 100 = 75 \%$$



facebook.com/faresfergani25

www.sites.google.com/site/faresfergani