

• شعب علمية

ملخصات الباك

• الدوال العددية

السحور الأول

• الاستمرارية ومبرهنة القيمة المتوسطة

الدرس الثاني



الاستمرارية

1 استمرارية دالة عند عدد حقيقي: f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$ وبشمل a . f تغير شكلها عند a • f مستمرة عند a من اليسار معناه $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ • f مستمرة عند a من اليمين معناه $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ • f مستمرة عند a إذا وفقط إذا كانت مستمرة عنده من اليمين ومن اليسار ، معناه

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

 f ذات شكل واحد f مستمرة عند a معناه

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

التفسير البياني

في جوار العدد a ، يمكن
رسم (C_f) دون رفع القلم
(البد)

2 استمرارية دالة على مجال

• f مستمرة على المجال المفتوح $]a; b[$ إذا كانت مستمرة عند كل عدد حقيقي منه.• f مستمرة على المجال المغلق $[a; b]$ إذا كانت مستمرة على المجال $]a; b[$ ومستمرة عند a من اليمين وعند b من اليسار.

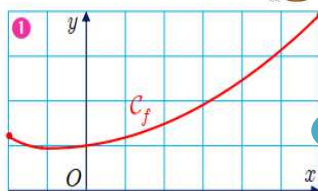
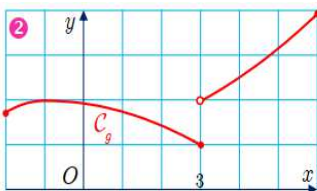
التفسير البياني

 f مستمرة على مجال I من $\mathbb{R}$ معناه يمكن رسم (C_f) دون رفع القلم (البد) على هذا المجال

الاستمرار في المحاولة هو الطريق الحتمي للنجاح



مثال

1 f مستمرة على المجال $[-2; 6]$.2 g ليست مستمرة على المجال $[-2; 6]$ لأنها غير مستمرة عند 3.

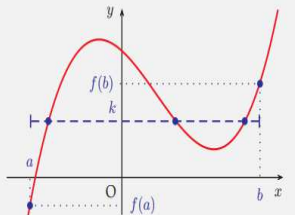
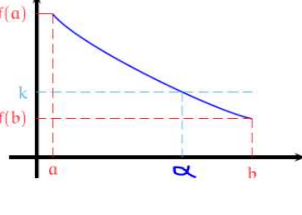
3 خواص الدوال المستمرة

- الدوال كثرات الحدود ، $\cos$ و $\sin$ مستمرة على $\mathbb{R}$.
- الدوال الناطقة ، الصماء ، الأسبب و اللوغاريتم مستمرة على كل مجال من مجموعته تعرفها.
- الدوال الناتجة عن مجموع ، جداء ، حاصل قسمة ، مركب دوال مستمرة هي دوال مستمرة.

مبرهنة القيمة المتوسطة

مبرهنة القيمة المتوسطة لا نلهم بتعيين قيم الحلول للمعادلة $f(x) = k$ على مجال $[a; b]$ حيث f دالة معطاة و k عدد حقيقي بل بإثبات وجود أو وحدانية هذه الحلول.

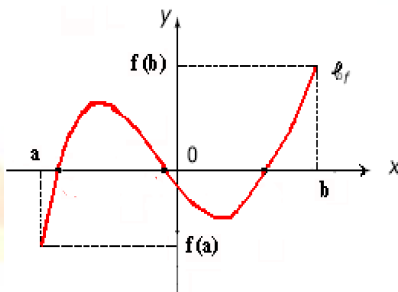
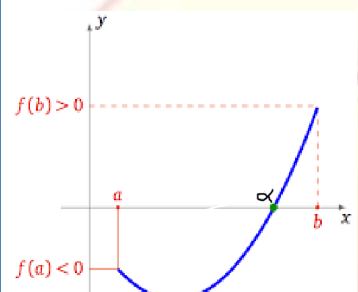
الحالة العامة: $f(x) = k$ المعادلة

المتطلبات	وجود الحلول	وحدانية الحل
الشرط	① f معرفة ومستمرة على $[a; b]$ ② k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$	① f معرفة ومستمرة على $[a; b]$ ② f رتيبة تماما على $[a; b]$ ③ k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$
النتيجة	المعادلة $f(x) = k$ تقبل على الأقل حلا $\alpha \in]a; b[$	المعادلة $f(x) = k$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]a; b[$
التفسير البياني	 (C_f) بقطع المستقيم ذا المعادلة $y = k$ على الأقل في نقطة فاصلتها $\alpha \in]a; b[$	 (C_f) بقطع المستقيم ذا المعادلة $y = k$ في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha \in]a; b[$



لما يكون أحد أطراف المجال $[a; b]$ هو $\pm\infty$ ولا
 في زوج $\pm\infty$ بالاك تكتب $f(\pm\infty)$!!!
 رح نخضع عليك الـ MATH إلى ∞ !!!
 هنا كي الشاطر (ة) نعوض (ي) الصور بحساب
 النهايات $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

حالة خاصة: المعادلة $f(x) = 0$

المتطلبات	وجود الحلول	وحدانية الحل
الشروط	① معرفة ومستمرة على $[a; b]$ ② $f(a) \times f(b) < 0$	① معرفة ومستمرة على $[a; b]$ ② f رتيبة تماماً على $[a; b]$ ③ $f(a) \times f(b) < 0$
النتيجة	المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلاً $\alpha \in]a; b[$	المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha \in]a; b[$
التفسير البياني	 (C_f) بقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها $\alpha \in]a; b[$	 (C_f) بقطع حامل محور الفواصل على الأقل في نقطة فاصلتها $\alpha \in]a; b[$

إيجاد حصر لحل معادلة باستعمال خوارزمية التنصيف



إذا كانت f دالة مستمرة و رتيبة تماماً على مجال $[a; b]$ بحيث $f(a) \times f(b) < 0$ فإنه، حسب مبرهنة القيمة المتوسطة، المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $a < \alpha < b$. لإيجاد حصر للعدد α يمكن اتباع خوارزمية التنصيف (Dichotomie) كما يلي:

① نحسب $m = \frac{a+b}{2}$ مركز المجال $[a; b]$.

← إذا كان $f(a) \times f(m) < 0$ فإن $a < \alpha < m$.

← إذا كان $f(m) \times f(b) < 0$ فإن $m < \alpha < b$.

② نواصل بنفس الطريقة من خلال تعويض a أو b بـ m إلى غاية الحصول على الحصر المرغوب فيه. (سعة الحصر غالباً نحدد في السؤال)

ملاحظة: التنصيف

للابتناء مع اللاحق ولا تفصل مع العمل... فقط حاول وستجرب بلا مجهود

