

إمتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتها $Z_A = 4 + 2i$ ، $Z_B = 3 - i$

① أ) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{Z_B - Z_A}{Z_B}$.

ب) إستنتج طبيعة المثلث ABO .

② نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' لاحقتها Z' والذي يحول

النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

أ) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $Z' = -iZ + 1 + 3i$.

ب) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

ج) عيّن Z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R .

د) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

هـ) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها Z حيث: $|Z - 4 - 2i| = |Z|$.

③ أ) من أجل $Z \neq 2 + i$ ، نضع: $L = \frac{Z' - 2 - i}{Z - 2 - i}$. بيّن أنّ: $L = -i$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدداً حقيقياً.

ج) بيّن أنّ: $(Z' - 2 - i)^2 + (Z - 2 - i)^2 = 0$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x; y; z)$ حيث: $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$

① بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.

② نعتبر المستوي (Q) المعروف بالمعادلة: $2x - 2y + z - 2 = 0$

③ احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

④ أ) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DE) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة المستقيمة $[DE]$.

ج) تحقق ان النقطة $F\left(-1; 1; \frac{7}{2}\right)$ تنتمي للمستوي (Q) .

د) استنتج المسافة بين النقطة F والمستقيم (DE) .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الجزء I: لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x - 1)$

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

① بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$.

② أحسب $g(2)$ ، ثم بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $2,87 < \alpha < 2,88$.

③ إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1; +\infty[$

الجزء II: لتكن الدالة f المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث: $f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x - 1)}{x - 1} + \frac{5}{x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانياً، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

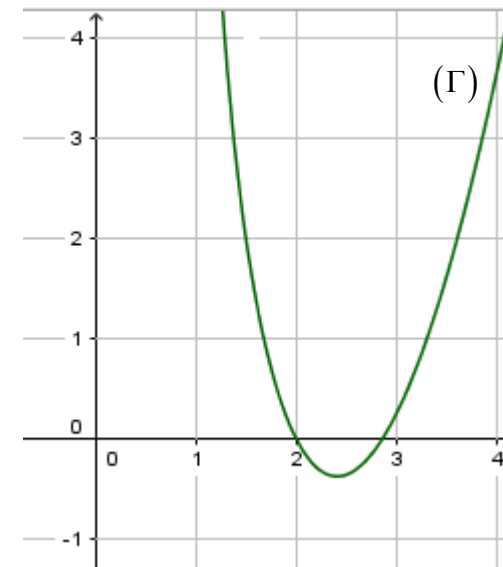
② أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

③ أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - 1)^2}$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

④ أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) = 3,9$)



أ) حدّد الوضع النسبي للمستوي (Q) و سطح كرة (S)

ب) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي (Q) والسطح الكروي (S) هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

3) نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة: $2mx + (1-2m)y + mz + 1 - 2m = 0$ حيث m عدد حقيقي .

أ) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0, -1, 0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1, 0, -2)$.

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) محتوًى في المستوي (P_m) .

ب) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماساً للسطح كرة (S)

ج) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2x e^{2x}$.

1) أ) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

3) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 3 - x e^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له .

4) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = g(x)$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

6) بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $-3,5 < \alpha < -3$ و $0,5 < \beta < 1$.

7) أرسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f) .

8) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{1+3x - e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

أ) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم لدينا: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

ب) أحسب $h'(x)$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(Z+1)(Z^2 - 4Z + 7) = 0$

نرمز بـ $Z_1; Z_2; Z_3$ لحلول هذه المعادلة حيث: Z_1 حقيقي ، $\text{Im}(Z_2) > 0$ ، Z_3 للحل الآخر .

2) المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $A; B; C; D$ و G نقط من المستوي

لواحقها: $Z_1; Z_2; Z_3; Z_4; Z_5$ على الترتيب ، حيث $Z_4 = -3i\sqrt{3}$; $Z_5 = Z_1 + Z_2 + Z_3$

أ) أوجد قياسا للزاوية $(\overline{CA}; \overline{CG})$ ثم استنتج طبيعة المثلث GAC .

ب) عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل S الذي مركزه C و يحول النقطة G الى A .

ج) أوجد عمدة للعدد المركب $\frac{Z_4 - Z_3}{Z_5 - Z_3}$.فسر ذلك هندسيا .

د) استنتج طبيعة التحويل الذي مركزه C و يحول النقطة G الى D .

3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\overline{CG} \cdot \overline{(-MA + 2MB + 2MC)} = 12$ (1)

أ) بين أن G مرجح الجملة المثقلة: $\{(A; -1); (B; 2); (C; 2)\}$

ب) بين أن العلاقة (1) تعني: $\overline{GM} \cdot \overline{CG} = -4$ (2)

ج) تحقق من أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (E)

د) بين أن العلاقة (2) تعني: $\overline{AM} \cdot \overline{CG} = 0$. استنتج طبيعة (E)

التمرين الثاني: (06 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $A(3; 4; 0); B(0; 5; 0); C(0; 0; 5); D(-2; -6; 5); E(-4; 0; -3)$ والشعاع $\vec{n}(1; 3; 3)$

1) بين أن النقط A, B, C تعيّن مستو (ABC) ، تأكد أن $\vec{n}$ شعاعه الناطمي ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2) أ) برهن أن المثلث AOB متساوي الساقين .

ب) عين إحداثيي النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ ، ثم بين أن $OI = \frac{3\sqrt{10}}{2}$.

ج) بين أن $\overline{OC}$ عمودي على المستوي (AOB)

د) استنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$