

ثانوية

المستوى: $\overline{11}^2$ رياضي	يوم: الإثنين $\overline{11}^3$ مارس $\overline{3743}^8$
المدة: $\overline{1210}^5$ دقيقة	اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04 نقاط)

1. أدرس حسب قيم n الطبيعية بواقي قسمة العدد 3^n على 10
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2013^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0 [10]$
3. عيّن الأعداد الطبيعية n حيث : $7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0 [10]$ و $10 < n \leq 25$
4. ليكن العدد A مكتوب $xx02102$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب $y67y$ في النظام ذي الأساس 9

(أ) عيّن x و y

(ب) أكتب A في النظام العشري

(ج) أكتب A في النظام ذي الأساس 7

التمرين الثاني: (04 نقاط)

u_1 صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء و كرتين خضراوين و u_2 صندوق اخر يحتوي على كرتين حمراوين و ثلاث خضراء (الكرات لا تميز بينها عند اللمس)

نقوم بسحب كرة عشوائيا من الصندوق u_1 و نضعها في الصندوق u_2 ثم نسحب عشوائيا من الصندوق u_2 كرتين في آن واحد

نرمز بـ R_1 للحادثة " سحب كرة حمراء من u_1 " و بـ A للحادثة " سحب كرتين حمراوين من u_2 "

1. أحسب $P(R_1)$ و $P(R_1 \cap A)$.
2. تحقق أن : $P(A) = \frac{11}{75}$. هل الحادثتان A و R_1 مستقلتان ؟
3. علما أن الكرتين المسحوبتين من u_2 حمراوان . ما احتمال أن الكرة المسحوبة من u_1 كانت حمراء ؟
4. n عدد طبيعي غير معدوم , نضيف n كرة حمراء إلى الصندوق u_1 ونعيد التجربة العشوائية السابقة . يربح لاعب 5 دينار عند كل سحب لكرة خضراء من u_2 و يخسر 10 دينار عند كل سحب لكرة حمراء من u_2 . نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرباح اللاعب .

(أ) بين أن : $P(X = -5) = \frac{9n+43}{15(n+5)}$

(ب) أعط بدلالة n قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة C : $(z - \sqrt{3})(z^2 - \sqrt{3}z + 1) = 0$.

2. أكتب حلي المعادلة على الشكل المثلثي .

3. المستوي المركب منسوب إلى معلم $(\vec{0}; \vec{i}; \vec{j})$ ، لتكن A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب:

$$z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i, \quad z_B = \sqrt{3}, \quad z_C = \bar{z}_A$$

4. أثبت أن $z_A^{1962} + z_C^{2016} = 0$ ثم عين قيم العد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب

5. أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

6. أ) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z - z_A}{z - z_C}$ تخيليا صرفا ؛ $(z \neq z_C)$ (

ب) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $Z = z_A + 2e^{i\theta}$ ، $\theta \in \mathbb{R}$

التمرين الرابع: (08 ن)

I) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^{x+1}}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ مع $\|\vec{i}\| = 2cm$

1. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ أن : $\frac{1}{e^{-x+1}} = 1 - \frac{2}{e^{x+1}}$

ب) استنتج أن الدالة f فردية ، ثم أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ أن : $f'(x) = \frac{-1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^{x+1}} \right)^2$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

ج) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$ أن : $1 - \frac{2}{e^{x+1}} \leq$

$$\frac{1}{2}x$$

3. أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - 1 + \frac{1}{2}x \right]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا آخر (Δ) عند $-\infty$ - يطلب تعيين

معادلته

4. أرسم المستقيم (d) ذو المعادلته $y = 1 - \frac{1}{2}x$ و المستقيم (Δ) ثم أنشئ المنحنى (C_f)

II) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بقبحدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1}$$

1. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $u_n > 0$.

2. أ) تحقق باستعمال نتيجة السؤال 2ج) أن : $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$ (من أجل كل عدد طبيعي)

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة ، ماذا يمكن القول عن تقاربها ؟

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $u_n \leq \left(\frac{1}{2} \right)^n$ ، أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

بالتوفيق في بكالوريا 2019