

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 ن)

في كل حالة من الحالات التالية عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاث (1)، (2) و (3) مع التبرير:

❖ الحالة الأولى: لتكن الدالة f دالة عددية معرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x^2\sqrt{x} + x - 1$ ودالتها المشتقة تساوي:

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x}} + 1 : (1) \quad f'(x) = \frac{5}{2}x\sqrt{x} + 1 : (2) \quad f'(x) = 2x\sqrt{x} : (3)$$

❖ الحالة الثانية: لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = \frac{x^2+3x}{2}$ معادلة المماس ل (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي:

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{1}{2} : (1) \quad y = \frac{5}{2}x + 1 : (2) \quad y = 3x + 5 : (3)$$

❖ الحالة الثالثة: المجموع S_n بحيث: $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ يساوي بدلالة n :

$$\frac{n(n+1)}{2} : (1) \quad \frac{n(n+1)}{2} : (2) \quad \frac{n(n+2)}{2} : (3)$$

❖ الحالة الرابعة: لتكن (U_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ ، حدها الثالث يساوي 7 وحدها السابع يساوي 15. وعليه أساسها يساوي:

$$r = 0 : (1) \quad r = -3 : (2) \quad r = 2 : (3)$$

التمرين الثاني: (11 ن)

لتكن (U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0 = \alpha$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $3U_{n+1} = 2U_n + 1$

1 أ. عين قيمة α حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة.

ب. عين قيمة α حتى يكون الحد الثاني يساوي 2.

نأخذ فيما يلي $\alpha = 0$.

2 أ. أحسب الحدود الثلاثة الأولى بعد الحد الأول، ثم ضع تخمين حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

ب. باستخدام البرهان بالتراجع أثبت صحة التخمين من أجل كل n من $\mathbb{N}$.

ج. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (U_n) محدودة من الأعلى ب 1.

د. استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة.

3 نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_n + \beta$

أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_{n+1} = \frac{2}{3}V_n + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\beta$

ب. عين قيمة β حتى تكون المتتالية (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.

نأخذ فيما يلي: $\beta = -1$

ج. أحسب V_0 ثم أكتب عبارة V_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$

4 أ. أحسب نهاية المتتالية (U_n) .

5 أ. أحسب S_n بدلالة n ثم أ. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ بحيث: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

6 أ. أحسب S'_n بدلالة n بحيث: $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

التمرين الثالث: (5ن)

❖ الجزء الأول:

g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 + 3x + 16$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيدا α حيث: $-2.2 < \alpha < -2.1$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

❖ الجزء الثاني:

f الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) عيّن معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

(4) أحسب $f(2)$ فسر النتيجة بيانيا.

