

التمرين الأول: (5 نقاط)

اجب بصحيح أو خطأ فيما يلي مع التعليل :

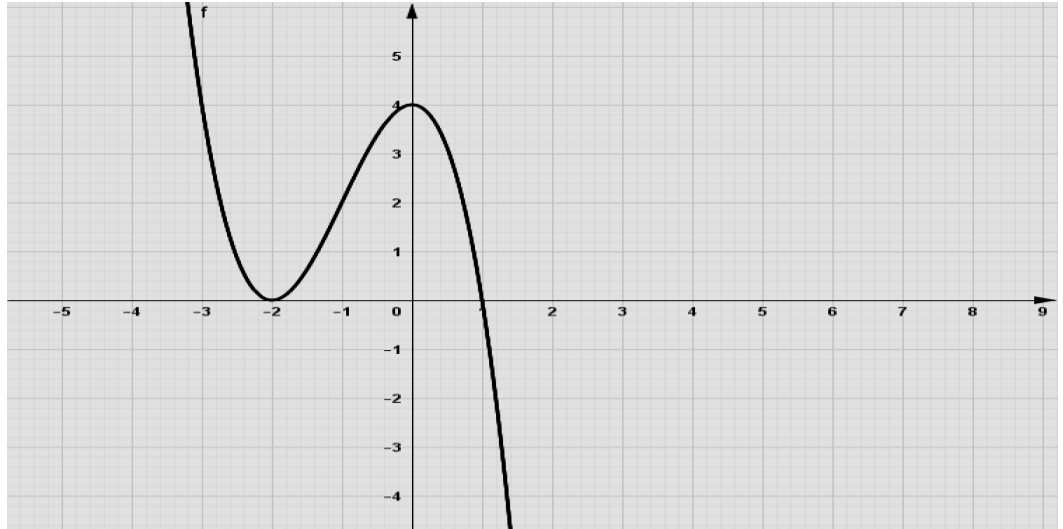
- (1) باقي القسمة الاقليدية للعدد 2022 على 5 هو 2 .
- (2) العددان 2022 و 1443 متوافقان بترديد 5 .
- (3) عدد القواسم الطبيعية للعدد 60 هو 10 .
- (4) حصر العدد 273 بين مضاعفين متتابعين للعدد 41 هو: $246 \leq 273 < 281$.
- (5) $1443^{2022} \equiv 1[2]$.

التمرين الثاني: (7 نقاط)

- (1) عيّن بواقي القسمة الاقليدية للعدد $2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ على 5 .
- (2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{4n} \equiv 1[5]$
- (3) استنتج بواقي القسمة للأعداد: $2^{4n+1}, 2^{4n+2}, 2^{4n+3}$ على 5 حيث n عدد طبيعي .
- (4) عيّن باقي قسمة كل من 2^{1443} و 2^{2022} على 5 .
- (5) بين أن العدد: $2022^{2024} - 1443^{2022}$ يقبل القسمة على 5 .

التمرين الثالث (8 نقاط)

المنحنى (C_f) المرسوم في الشكل الأتي هو لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$.



I) بقراءة بيانية اجب عن الأسئلة الآتية :

- (1) خمن نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
- (2) عين اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) عين احداثتي نقط تقاطع (C_f) مع حامل محوري الإحداثيات (مع حامل محور الفواصل ومع محور الترتيب) .
- (4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول x حيث: $f(x) = 0$.
- (5) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة ذات المجهول x حيث: $f(x) \geq 0$.
- II) نفرض أن $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$.
- (1) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها .
- (2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 4$ ثم فسر النتيجة بيانياً .

الصفحة 2 من 4
الموضوع الثاني

التمرين الأول :

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\square$ المعادلة التالية: $(z + \sqrt{3} - 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$.
- (2) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقتها على الترتيب $z_A = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 3 - i\sqrt{3}$ و $z_C = -\sqrt{3} + 3i$.
(أ) اكتب كل من z_C و z_A على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث OAC .
(ب) احسب قيمة العدد المركب : $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1432} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{1432}$.
- (3) بين أن المستقيمين (AD) و (BC) متعامدين حيث النقطة D هي نظيرة النقطة C بالنسبة لمحور الفواصل.
- (4) عين نسبة وزاوية التشابه S الذي مركزه $E(3 - \sqrt{3}; 0)$ ويحول النقطة A إلى C .
- (5) بين أن النقط A ، E ، O و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيينها.

التمرين الثاني :

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$.
- (1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 .
- (2) (أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$.
(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{4}{3}n$ ، $n \geq 1$.
- (ج) استنتج نهاية المتتالية (u_n) .
- (3) نعرف المتتالية (v_n) بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 2n + 1$.
(أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- (ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$.
- (ج) احسب بدلالة n المجموع S_n المعروف من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
(يمكن ملاحظة أن (u_n) هي عبارة عن مجموع متتاليتين إحداها (v_n)).
- (4) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة بـ : $w_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $nw_n = (n+1)w_{n-1} + 3$.
(أ) احسب w_1 ، w_2 ، w_3 و w_4 . ما تخمينك حول طبيعة هذه المتتالية ؟

(ب) برهن على طبيعة المتتالية (w_n) . احسب w_{1006} .

التمرين الثالث :

ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

من بين الأجوبة المقترحة توجد إجابة صحيحة واحدة. اختر الإجابة الصحيحة مع تعليل.

لتكن النقط $A(3; -2; 2)$ ، $B(6; 1; 5)$ ، $C(6; -2; -1)$ و $D(0; 4; -1)$.

(1) المثلث ABC مثلث :

(أ) قائم و متقايس الساقين (ب) قائم في B (ج) قائم
(2) المستوي (P) الذي معادلته $x + y + z - 3 = 0$

(أ) يعامد المستقيم (AB) ويمر بالنقطة C . (ب) يعامد المستقيم (AB) ويمر بالنقطة A . (ج) يوازي (AB) .
(3) المعادلة الديكارية للمستوي (P') العمودي على المستقيم (AC) ويمر بالنقطة A هي:

(أ) $x + z - 5 = 0$. (ب) $x - z + 1 = 0$ (ج) $2x - 2z = 2$

الصفحة 3 من 4

(4) التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) تقاطع (P) و (P') هو:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (ج) \quad t \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -t \end{cases} \quad (ب) \quad t \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = t \end{cases} \quad (أ) \quad t \in \mathbb{R}$$

(5) المستقيم (AD) عمودي على المستوي

(أ) (ABC) . (ب) (ABD) (ج) (BCD)

(6) حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو

(أ) $54uv$. (ب) $81uv$ (ج) $27uv$

(7) الزاوية الهندسية BDC قياسها

(أ) $\frac{3\pi}{4}$. (ب) $\frac{\pi}{3}$ (ج) $\frac{\pi}{4}$

(8) المسافة بين النقطة A والمستوي (BDC) تساوي

(أ) 3 . (ب) $\sqrt{6}$ (ج) $3\sqrt{3}$

التمرين الرابع :

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

(1) بين أن g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ثم احسب $g'(x)$.

(2) عين اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها (النهايات غير مطلوبة)

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) .

(2) بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $\mathbb{R}$ و أن $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها وأن النقطة التي فاصلتها 2 نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

- (4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1، يطلب تعيين معادلته.
- (5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.1; 0.2[$.
- (6) ارسم (Δ) و (C_f) .
- (7) أ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$ (1)
- ب) بين أنه إذا كانت المعادلة (1) تقبل حلين β و γ فإن $\beta e^\gamma = \gamma e^\beta$.
- (8) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\square$ بـ : $h(x) = (x-1)(1+e^{3-x})$ و (C_h) في المعلم السابق
- أ) بين أن $h(x) = f(x-1) + 1$ ثم استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) .
- ب) ارسم (C_h) .