

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ : $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المسنوي المنسوب إلى معلم منعام و منجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$:

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1}$$

(2) فكك الدالة f إلى مركب دالين u و v يطلب تعيينهما .

(3) استنتج إنجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; -1[$ و $]-1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) أثبت أن النقطة $\Omega(-1; 3)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5) الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $g(x) = |f(x)|$

أ- أكتب عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة .

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء التمثيل البياني (C_g) للدالة g انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) .

(6) نعتبر الدالة h المعرفة بـ : $h(x) = \frac{3|x|-2}{|x|+1}$

أ- عين D_h مجموعة تعريف الدالة h .

ب- أثبت أن الدالة h زوجية .

ج- اشرح كيف يمكن استنتاج التمثيل البياني (C_h) للدالة h انطلاقا من (C_f) .

(1) إيجاد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$:

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1}$$

من أجل كل $x \neq -1$ لدينا : $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$ و منه $f(x) = \frac{ax+a+b}{x+1}$ ، إذن بالمطابقة

مع العبارة $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ ينتج :

$$\boxed{f(x) = 3 - \frac{5}{x+1}} \quad \text{و بالتالي يكون :} \quad \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \end{cases} \quad \text{و منه} \quad \begin{cases} a=3 \\ a+b=-2 \end{cases}$$

(2) تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما :

بانباع المخطط التالي : $x \xrightarrow{u} x+1 \xrightarrow{v} 3 - \frac{5}{x+1}$ فإن :

$$\boxed{v(x) = 3 - \frac{5}{x}} \quad \text{و} \quad \boxed{u(x) = x+1} \quad \text{حيث :} \quad f = v \circ u$$

(3) إسنتناج إنجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; -1[$ و $]-1; +\infty[$:

• على المجال $]-\infty; -1[$: الدالة u نالفية متزايدة تماماً على $]-\infty; -1[$ بحيث من أجل

كل $x \in]-\infty; -1[$ فإن $x < -1$ و منه $x+1 < 0$ معناه $u(x) < 0$ أي $\boxed{u(x) \in]-\infty; 0[}$

الدالة $x \mapsto -\frac{5}{x}$ متزايدة تماماً على $]-\infty; 0[$ (لأن الدالة "مقلوب" $x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماماً

على المجال $]-\infty; 0[$ و $-5 < 0$) و منه فالدالة $v : x \mapsto 3 - \frac{5}{x}$ متزايدة تماماً على

المجال $]-\infty; 0[$ لأن للدالتين $x \mapsto -\frac{5}{x}$ و v نفس إنجاه التغير .

كتابة الأستاذ : حناش نبيل

نتيجة : للدالتين u و v نفس اتجاه التغير ؛ إذن الدالة f متزايدة تماماً على $]-\infty; -1[$.

• على المجال $]-1; +\infty[$: الدالة u نالغية متزايدة تماماً على المجال $]-1; +\infty[$ حيث من

أجل كل $x \in]-1; +\infty[$ فإن $x > -1$ و منه $x+1 > 0$ معناه $u(x) > 0$ أي $u(x) \in]0; +\infty[$

الدالة $x \mapsto -\frac{5}{x}$ متزايدة تماماً على المجال $]0; +\infty[$ (لأن الدالة "مقلوب" $x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة

تماماً على المجال $]0; +\infty[$ و $-5 < 0$) و منه فالدالة $v: x \mapsto 3 - \frac{5}{x}$ متزايدة تماماً على

المجال $]0; +\infty[$ لأن للدالتين $x \mapsto -\frac{5}{x}$ و v نفس اتجاه التغير .

نتيجة : للدالتين u و v نفس اتجاه التغير ؛ إذن الدالة f متزايدة تماماً على $]-1; +\infty[$.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↗		↗

(4) إثبات أن النقطة $\Omega(-1; 3)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) :

من أجل كل $x \in D_f$ فإن $x \neq -1$ و منه $-x \neq 1$ و منه $-2-x \neq -1$ إذن $-2-x \in D_f$

و من أجل كل $x \in D_f$ لدينا : $f(-2-x) + f(x) = \frac{3(-2-x)-2}{(-2-x)+1} + \frac{3x-2}{x+1}$ معناه

$f(-2-x) + f(x) = \frac{8+3x}{x+1} + \frac{3x-2}{x+1}$ معناه $f(-2-x) + f(x) = \frac{-8-3x}{-1-x} + \frac{3x-2}{x+1}$

معناه $f(-2-x) + f(x) = \frac{6x+6}{x+1}$ أي $f(-2-x) + f(x) = \frac{8+3x+3x-2}{x+1}$ معناه

من الشكل $f(-2-x) + f(x) = 6 = 2 \times 3$: $f(-2-x) + f(x) = \frac{6(x+1)}{x+1}$ و منه :

$f(2a-x) + f(x) = 2b$ ؛ إذن النقطة $\Omega(-1;3)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5) الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ : $g(x) = |f(x)|$

أ- كتابة عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة :

لدينا :
$$\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } f(x) \geq 0 \\ g(x) = -f(x) & \text{si } f(x) \leq 0 \end{cases}$$

و حنى نجد كتابة g دون رمز القيمة المطلقة ندرس إشارة $g(x) = |f(x)| = \left| \frac{3x-2}{x+1} \right|$

x	$-\infty$	-1	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$3x-2$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$		$-$	$+$

المقدار : $\frac{3x-2}{x+1}$

إذن $f(x) \geq 0$ على كل

من المجالين $]-\infty, -1[$ و $[\frac{2}{3}, +\infty[$ و $f(x) \leq 0$ على المجال $]-1, \frac{2}{3}]$.

و نكتب :
$$\begin{cases} g(x) = \frac{3x-2}{x+1} & \text{si } x \in]-\infty, -1[\cup [\frac{2}{3}, +\infty[\\ g(x) = \frac{2-3x}{x+1} & \text{si } x \in]-1, \frac{2}{3}] \end{cases}$$

ب- شرح كيفية إسئنتاج التمثيل البياني (C_g) للدالة g إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f)

للدالة f :

إذا كان $x \in]-\infty; -1[\cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right[$ فإن $\boxed{g(x) = f(x)}$ و منه (C_g) ينطبق على (C_f) .

إذا كان $x \in \left]-1; \frac{2}{3}\right]$ فإن $\boxed{g(x) = -f(x)}$ و منه (C_g) منظر مع (C_f) بالنسبة لمحور

الفواصل .

(6) نعتبر الدالة h المعرفة بـ : $h(x) = \frac{3|x| - 2}{|x| + 1}$ و منه $\boxed{h(x) = f(|x|)}$

أ- نعيين مجموعة تعريف الدالة h :

نكون الدالة h معرفة إذا و فقط إذا كان $\boxed{|x| \in D_f}$ معناه إذا و فقط إذا كان $|x| \neq -1$ و

هذا الأمر محقق دوما لأن $|x| \geq 0$ و منه $\boxed{D_h = \mathbb{R}}$

ب- إثبات أن الدالة h زوجية :

من أجل كل $x \in D_h$ فإن $-x \in D_h$ ($D_h = \mathbb{R}$ منظر بالنسبة إلى 0)

و من أجل كل $x \in D_h$ لدينا : $\boxed{h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)}$ لأن من خواص القيمة

المطلقة لعدد حقيقي x : $|-x| = |x|$ و منه فالدالة h زوجية .

ج- شرح كيفية إسنتاج التمثيل البياني (C_h) للدالة h إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f)

للدالة f :

• إذا كان $x \in [0; +\infty[$ فإن $|x| = x$ و منه يكون $\boxed{h(x) = f(x)}$ و بالتالي فالتمثيل

البياني (C_h) للدالة h ينطبق على التمثيل البياني (C_f) للدالة f .

• و بما أن الدالة h زوجية فإنه لما $x \in]-\infty; 0]$ يكون (C_h) هو نظير (C_f) (الواقع في

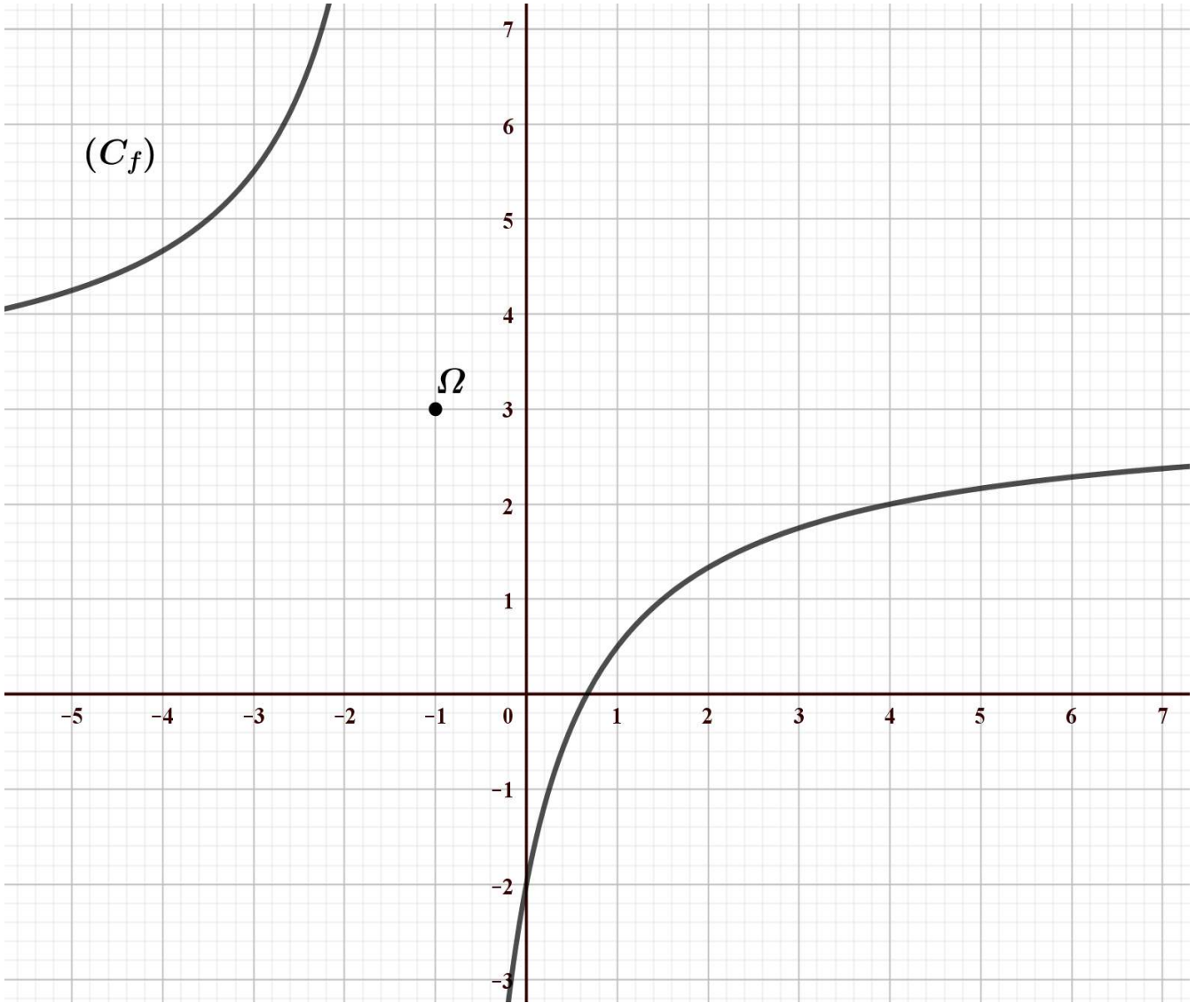
المجال $[0; +\infty[$) بالنسبة لمحور التنايب .

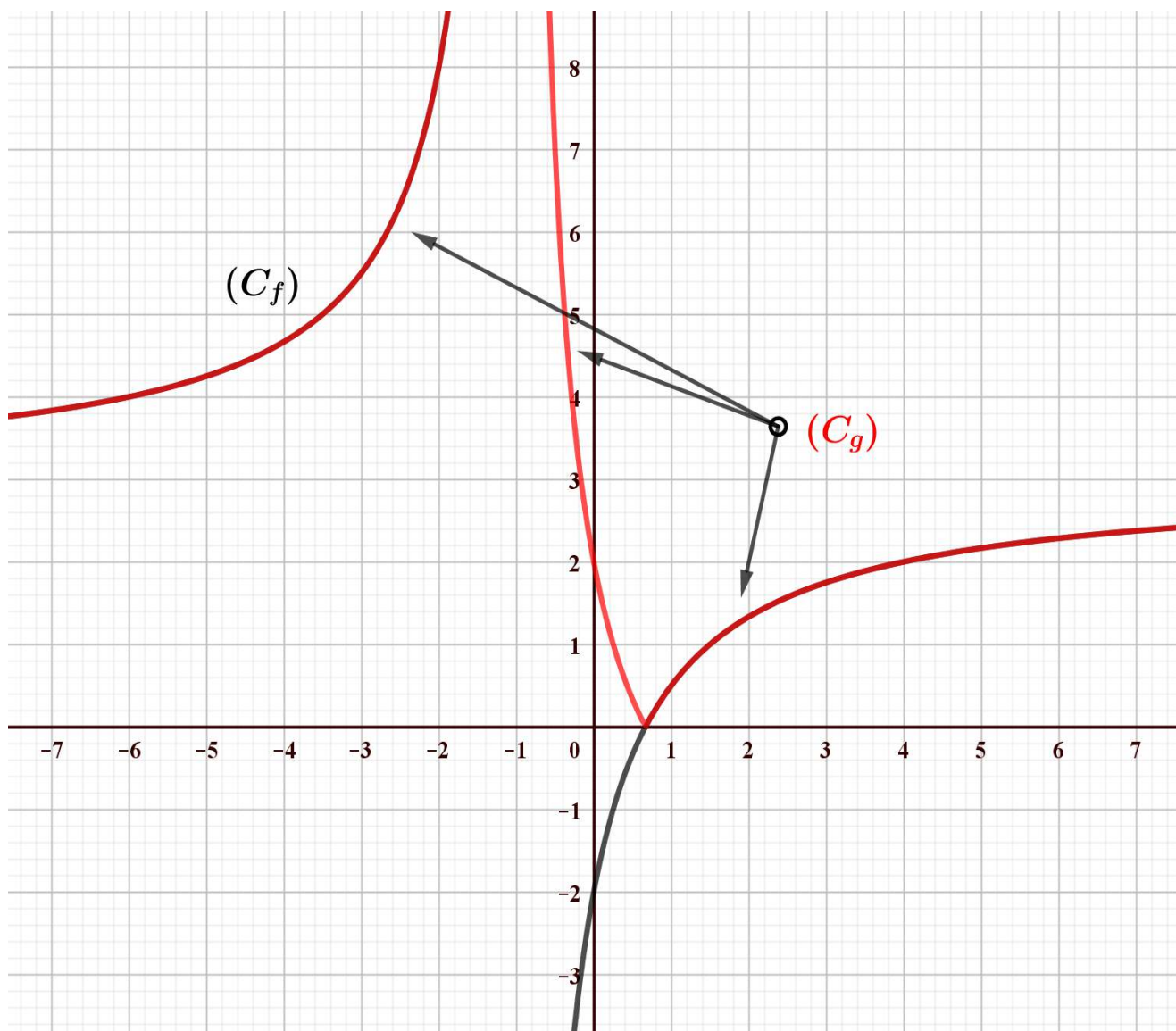
النميلات البيانية (C_f) ، (C_g) و (C_h) :

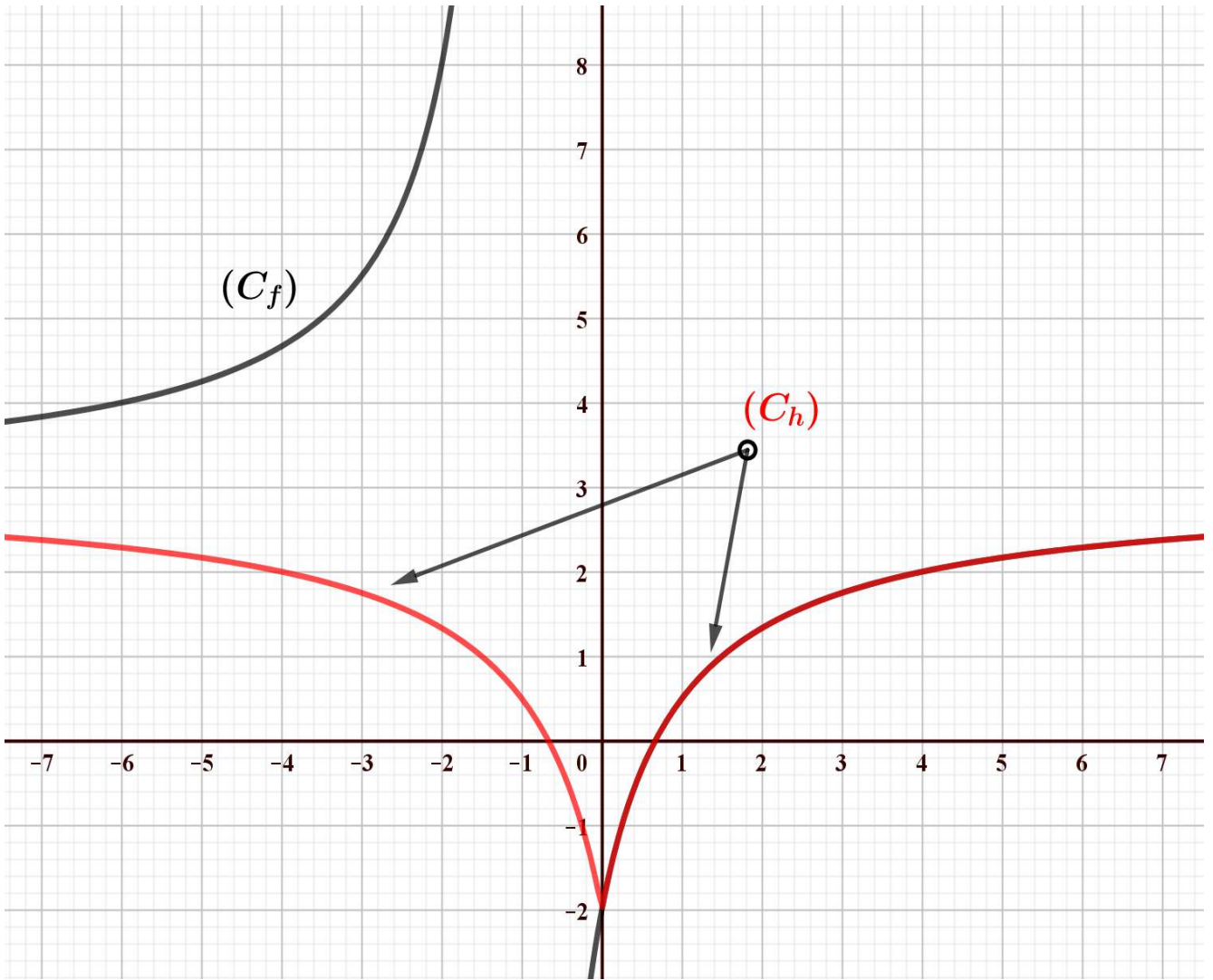
لدينا من أجل كل $x \neq -1$: $f(x) = 3 - \frac{5}{x+1}$ من الشكل $f(x) = k(x+a)+b$ حيث

$$\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ صورة } (C_k) \text{ بالانسحاب الذي شعاعه } k(x) = -\frac{5}{x} \text{ و } a=1 \text{ و } b=3$$

و لإنشاء المنحنى (C_k) نعلم على التمثيل البياني للدالة "مقلوب" بضرب ترتيب كل نقطة في العدد $\lambda = -5$.







لنكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ : $f(x) = -2 + \sqrt{x-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المسنوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) نتحقق أن الدالة f هي مركب دالتين u و v يطلب تحديد عبارتيهما .

(2) إظهار أن f متزايدة على $[1; +\infty[$ ، استنتج إنجاء تغير الدالة f .

(3) حل في المجال $[1; +\infty[$ المعادلة : $f(x) = 0$ ثم أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة .

(4) اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقاً من التمثيل البياني لدالة " الجذر التربيعي " .

(5) لنكن الدالة g المعرفة على $[1; +\infty[$ بـ : $g(x) = |f(x)|$ و ليكن (C_g) تمثيلها

البياني في المسنوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

○ أكتب عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة .

○ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقاً من التمثيل البياني (C_f) للدالة f ثم أنشئ

(C_g) .

(6) h الدالة المعرفة بـ : $h(x) = \sqrt{|x|-1} - 2$

○ عين D_h مجموعة تعريف الدالة h .

○ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقاً من التمثيل البياني (C_f) للدالة f ثم أنشئ

(C_h) .

ملح مفتح :

(1) نتحقق أن الدالة f هي مركب دالتين u و v يطلب تحديد عبارتيهما :

بأنباع المخطط التالي $x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{v} -2+\sqrt{x-1}$ نجد :

$$v: x \mapsto -2+\sqrt{x} \quad \text{و} \quad u: x \mapsto x-1 \quad \text{بحيث} \quad f = v \circ u$$

(2) إظهار على اتجاه تغير كل من الدالتين u و v إسئناج إناج نغير الدالة f :

u دالة نالفة منزايدة ناما على $\mathbb{R}$ (لأن $1 > 0$) و بصفة خاصة فهي متزايدة ناما على المجال $[1; +\infty[$.

من أجل كل $x \in [1; +\infty[$ فإن $x \geq 1$ و منه يكون $x-1 \geq 0$ أي من أجل كل عدد حقيقي

$$x \text{ من المجال } [1; +\infty[\text{ فإن } : u(x) \geq 0 \text{ معناه } \boxed{u(x) \in [0; +\infty[}$$

الدالة v إناج نغيرها على المجال $[0; +\infty[$ من إناج نغير الدالة المرجعية : $x \mapsto \sqrt{x}$

بحيث دالة الجذر التربيعي متزايدة ناما على المجال $[0; +\infty[$ و منه فالدالة v متزايدة ناما على $[0; +\infty[$.

نتيجة : للدالتين u و v نفس إناج التغير و منه نستنتج أن الدالة f متزايدة ناما على المجال $[1; +\infty[$.

(3) نحل في المجال $[1; +\infty[$ المعادلة : $f(x) = 0$ ثم نفسر النتيجة هندسيا :

$$f(x) = 0 \text{ نكافئ : } \sqrt{x-1} - 2 = 0 \text{ معناه } \sqrt{x-1} = 2 \text{ أي } x-1 = 2^2 \text{ و منه نجد :}$$

$$\boxed{x = 5}$$

التفسير الهندسي : (C_f) التمثيل البياني للدالة f يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $x_0 = 5$

(4) شرح كيفية إنشاء (C_f) إنطلاقا من التمثيل البياني لدالة " الجذر التربيعي " :

$$f(x) = \sqrt{x-1} - 2 \text{ من الشكل } \boxed{f(x) = k(x+a)+b} \text{ بحيث } \boxed{k(x) = \sqrt{x}} \text{ و } \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

نتيجة : (C_f) التمثيل البياني للدالة f صورة (C_k) التمثيل البياني لدالة " الجذر التربيعي " بالإنسحاب الذي

شعاعه . $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

(5) لنكن الدالة g المعرفة بـ : $g(x) = |f(x)|$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني .

○ كتابة عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة :

نعل أن : $\begin{cases} |f(x)| = f(x) & \text{si } f(x) \geq 0 \\ |f(x)| = -f(x) & \text{si } f(x) \leq 0 \end{cases}$ ؛ إذن ندرس إشارة المقدار $\sqrt{x-1}-2$:

من السؤال 3/ نعل أن $\sqrt{x-1}-2=0$ من أجل $x=5$.

لنعين قيم x بحيث $\sqrt{x-1}-2 > 0$: $\sqrt{x-1}-2 > 0$ معناه $\sqrt{x-1} > 2$ و منه

$x-1 > 4$ أي $x > 5$ و بالتالي يكون جدول إشارة العبارة $f(x)$ كما يلي :

x	1	5	$+\infty$
$f(x)$	—	0	+

• إذا كان $x \in [5; +\infty[$ فإن $f(x) \geq 0$ و منه $|f(x)| = f(x)$ ؛ إذن :

$$g(x) = f(x) = -2 + \sqrt{x-1}$$

• إذا كان $x \in [1; 5]$ فإن $f(x) \leq 0$ و منه $|f(x)| = -f(x)$ و منه يكون :

$$g(x) = -f(x) = 2 - \sqrt{x-1}$$

○ شرح كيفية إنشاء (C_g) إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة f :

• إذا كان $x \in [5; +\infty[$ فإه $g(x) = f(x)$ و منه التمثيل البياني (C_g) للدالة g ينطبق على التمثيل البياني

(C_f) للدالة f .

كتابة الأستاذ : حناش نبيل

- إذا كان $x \in [1; 5]$ فإن $g(x) = -f(x)$ و منه التمثيل البياني (C_g) للدالة g هو نظير (C_f) التمثيل البياني للدالة f بالنسبة لمحور الفواصل .

(6) h الدالة المعرفة بـ : $h(x) = \sqrt{|x| - 1} - 2$

تذكّر :

- من أجل $a \geq 0$ فإن : $|x| \geq a$: $x \in]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$

- من أجل $a \geq 0$ فإن : $|x| \leq a$: $x \in [-a, a]$

◦ نعيّن D_h مجموعة تعريف الدالة h :

نلاحظ أن : $h(x) = f(|x|)$ ،

نكون الدالة h معرفة إذا و فقط إذا كان $|x| - 1 \geq 0$ أي $|x| \geq 1$ و منه نجد :

$$x \in]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$$

$$\text{إذن : } D_h =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$$

◦ شرح كيفية إنشاء (C_h) إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة f :

h هي دالة زوجية لأن : $D_h =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ متناظرة بالنسبة إلى 0 :

من أجل كل $x \in D_h$ فإن $x \in]-\infty; -1]$ أو $x \in [1; +\infty[$:

➤ إذا كان $x \in]-\infty; -1]$ فإن $x \leq -1$ و منه $-x \geq 1$ أي $-x \in [1; +\infty[$ و منه يكون

$$-x \in D_h$$

➤ إذا كان $x \in [1; +\infty[$ فإن $x \geq 1$ و منه $-x \leq -1$ أي $-x \in]-\infty; -1]$ و منه يكون

$$-x \in D_h$$

كتابة الأستاذ : جناس نبيل

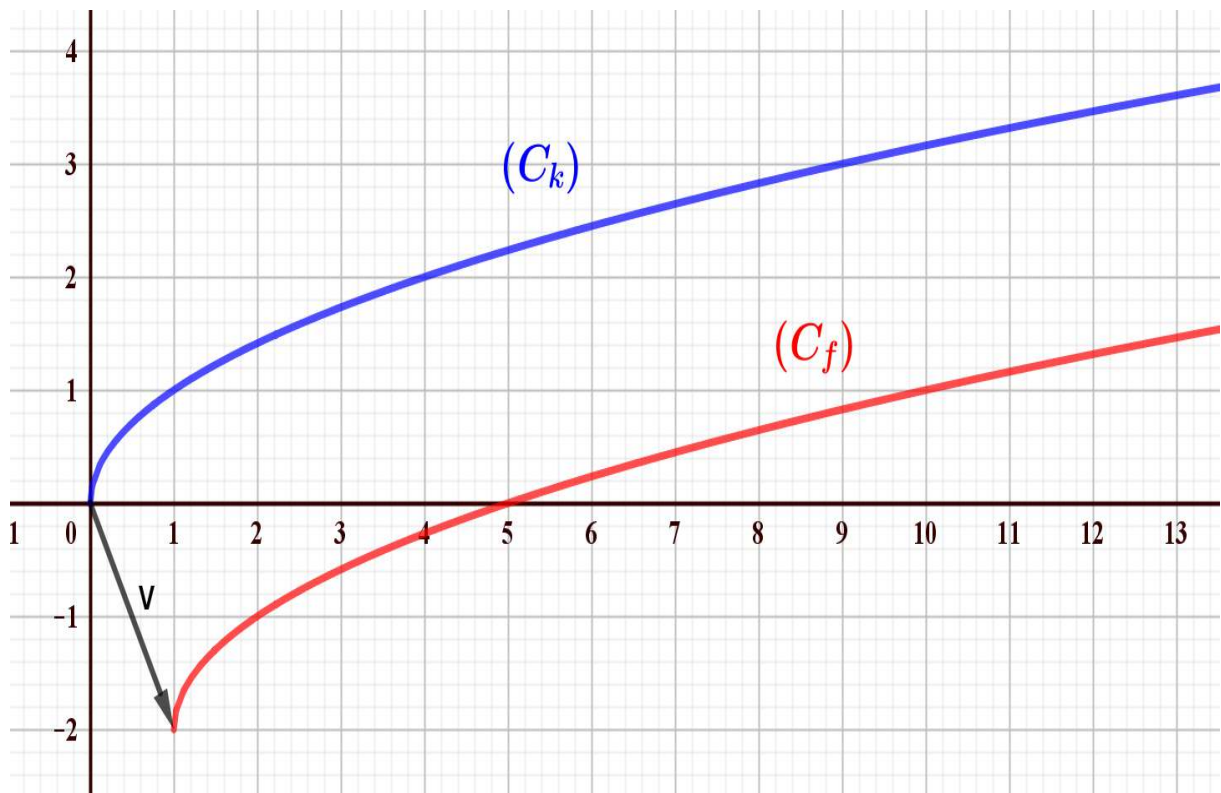
و من أجل كل $x \in D_h$: $h(-x) = \sqrt{-x} - 1 = \sqrt{x} - 1 - 2 = h(x)$ (لأن $|-x| = |x|$)

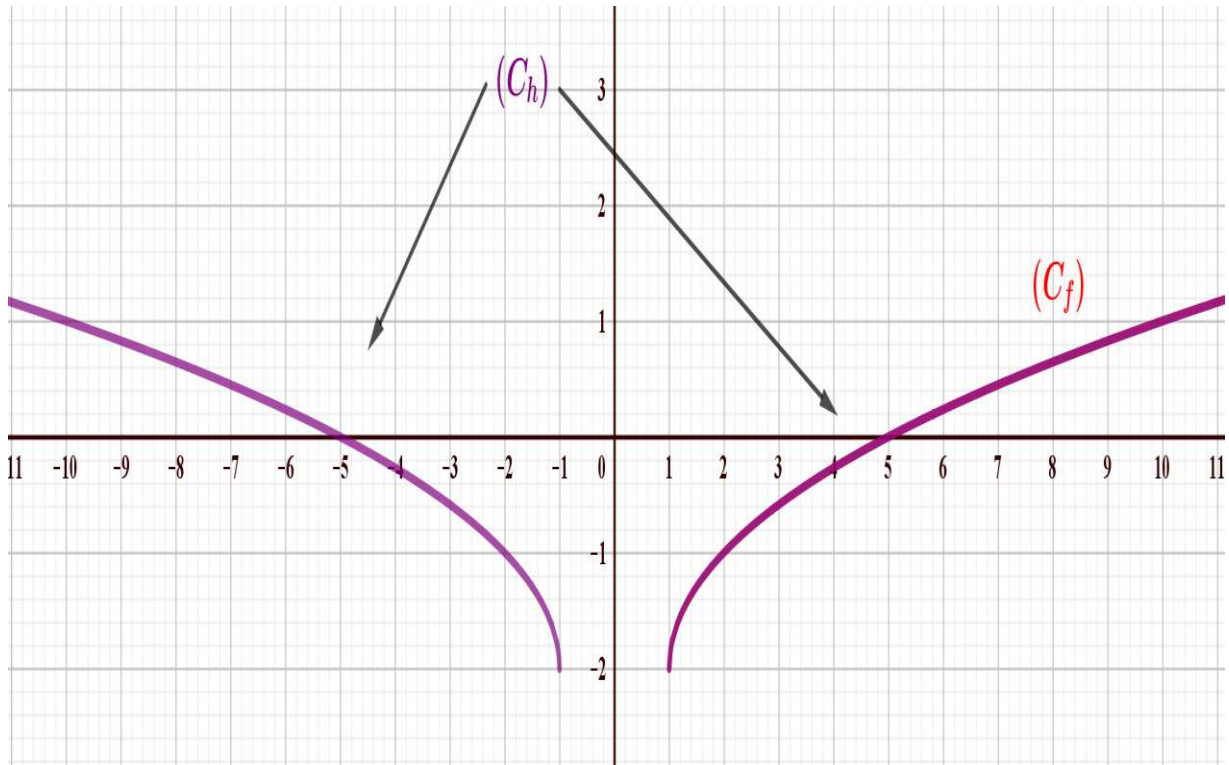
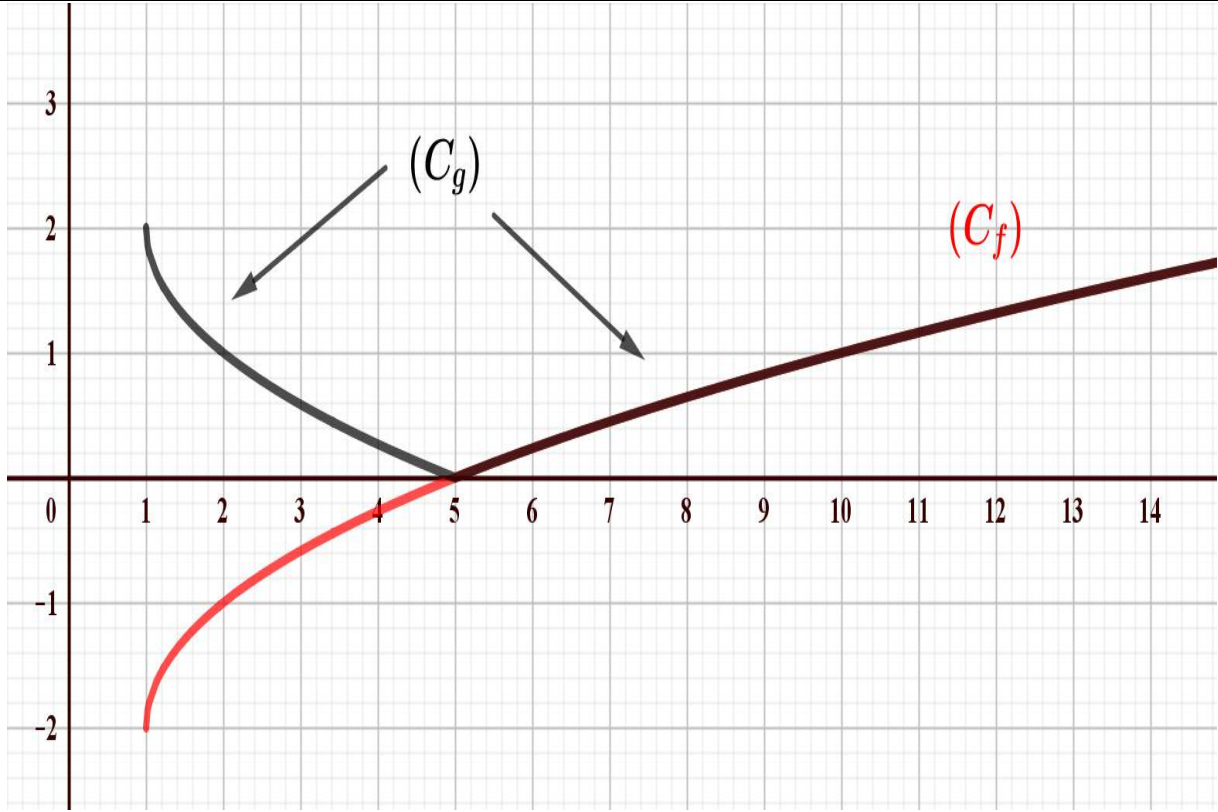
نتيجة : الدالة h زوجية و منه يكون تمثيلها البياني **مناظرا بالنسبة لمحور التنايب** .

• إذا كان $x \in [1; +\infty[$ فإن $|x| = x$ و منه يكون $h(x) = f(x)$ ؛ إذن (C_h) ينطبق على (C_f) .

• إذا كان $x \in]-\infty; -1]$ فإن $|x| = -x$ و منه يكون $h(x) = f(-x)$ ؛ إذن (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التنايب .

التمثيلات البيانية : من أجل أن ننضح الأشياء ، ننشئ كل منحنى في على حدى :





لنكن الدالتين f و g المعرفتين على D_f و D_g على الترتيب كما يلي :

$$g(x) = -1 + \sqrt{x-2} \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{-x+3}{x-2}$$

و ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f و (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوى المنسوب إلى مملع منعامد و منجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين كلا من D_g و D_f مجموعتي تعريف الدالتين f و g على الترتيب .

(2) أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد من D_f :

$$f(x) = a + \frac{b}{x-2}$$

ب- فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما .

ج- حدد إنجاه تغير كلا من u و v ثم إسنتنج إنجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$.

د- بين أنه يمكن الحصول على المنحنى (C_f) إنطلاقا من المنحنى البياني (H) الممثل للدالة "مقلوب" بنحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ثم أنشئ المنحنى (C_f) .

هـ- لنكن $\Omega(2; -1)$ نقطة من المستوى .

عين دسائير تغيير المملع ثم أوجد معادلة (C_f) في المملع $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$. ماذا نسنتنج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

(3) أ- فكك الدالة g إلى مركب دالتين φ و ψ يطلب تعيينهما .

ب- عين إنجاه تغير الدالة g على المجال $]2; +\infty[$.

ج- بين أنه يمكن الحصول على المنحنى (C_g) إنطلاقا من المنحنى البياني الممثل لدالة "الجذر التربيعي" بنحويل نقطي يطلب نعيينه ثم أنشئ المنحنى (C_g) .

(4) حل بيانيا المعادلة : $f(x) = g(x)$

ملح مفتح :

(1) نعيين كلا من D_f و D_g مجموعتي تعريف كلا من الدالتين f و g على الترتيب :

f معرفة إذا و فقط إذا كان $x-2 \neq 0$ أي $x \neq 2$ و منه نجد : $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

g معرفة إذا و فقط إذا كان $x-2 \geq 0$ أي $x \geq 2$ و منه نجد : $D_g = [2; +\infty[$

(2) أ- نعيين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد من D_f :

$$f(x) = a + \frac{b}{x-2}$$

طريقة (1) : من أجل كل $x \neq 2$ لدينا : $f(x) = a + \frac{b}{x-2}$ و منه $f(x) = \frac{ax-2a+b}{x-2}$ و

بالمطابقة مع العبارة $f(x) = \frac{-x+3}{x-2}$ نحصل على : $\begin{cases} a = -1 \\ -2a + b = 3 \end{cases}$ و منه نجد :

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \text{ ، إذن : } f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$$

طريقة (2) : من أجل كل $x \neq 2$ نكتب $f(x) = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-x+2+1}{x-2}$ أي :

$$f(x) = \frac{-x+2}{x-2} + \frac{1}{x-2} \text{ أي } f(x) = \frac{-(x-2)}{x-2} + \frac{1}{x-2} \text{ و منه ينتج : } f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$$

ب- نفكيك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب نعيينهما :

من أجل كل عدد حقيقي $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ لدينا :

$$x \xrightarrow{u} x-2 \xrightarrow{v} -1 + \frac{1}{x-2}$$

$\downarrow$ f $\uparrow$

$$f = v \circ u \text{ بحيث : } u(x) = x-2 \text{ و } v(x) = -1 + \frac{1}{x}$$

ج- نحدد إنجاء تغير كلا من u و v ثم إسنتناج إنجاء تغير الدالة f على كل من

المجالين $] -\infty; 2[$ و $] 2; +\infty[$:

• على المجال $] -\infty; 2[$:

u دالة نالغية متزايدة تماماً $\mathbb{R}$ و بالأخص فهي متزايدة تماماً على المجال $] -\infty; 2[$

و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -\infty; 2[$ فإن : $x < 2$ و منه $x-2 < 0$ و منه

$$u(x) < 0 \text{ معناه } \boxed{u(x) \in] -\infty; 0[}$$

للالئين v و الدالة "مقلوب" $x \mapsto \frac{1}{x}$ نفس إنجاء التغير على $] -\infty; 0[$ و بما أن الدالة

"مقلوب" متناقصة تماماً على $] -\infty; 0[$ فإن v متناقصة تماماً على المجال $] -\infty; 0[$.

نتيجة : للالئين u و v إنجاءها تغير متعاكسين و منه فالدالة f متناقصة تماماً على

المجال $] -\infty; 2[$.

• على المجال $] 2; +\infty[$:

u دالة نالغية متزايدة تماماً $\mathbb{R}$ و بالأخص فهي متزايدة تماماً على المجال $] 2; +\infty[$

و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] 2; +\infty[$ فإن : $x > 2$ و منه $x-2 > 0$ و منه

$$u(x) > 0 \text{ معناه } \boxed{u(x) \in] 0; +\infty[}$$

للالئين v و الدالة "مقلوب" $x \mapsto \frac{1}{x}$ نفس إنجاه التغير على المجال $]0; +\infty[$ و بما أن

الدالة "مقلوب" متناقصة تماماً على المجال $]0; +\infty[$ فإن v متناقصة تماماً على المجال $]0; +\infty[$.

نتيجة : للالئين u و v إنجاهها تغير متعاكسين و منه فالدالة f متناقصة تماماً على المجال $]2; +\infty[$.

د- نبين أنه يمكن الحصول على المنحنى (C_f) انطلاقاً من المنحنى البياني (H) الممثل للدالة "مقلوب" بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ثم إنشاء المنحنى (C_f) :

لدينا من أجل كل $x \neq 2$: $f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$ و منه $f(x) = k(x-2) - 1$ حيث k هي

الدالة "مقلوب" $k : x \mapsto \frac{1}{x}$ ، إذن (C_f) صورة (H) التمثيل البياني للدالة "مقلوب"

بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

هـ- لنكن $\Omega(2; -1)$ نقطة من المستوي .

تعيين دسائير تغيير المعلى ثم إيجاد معادلة (C_f) في المعلى $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$. ماذا نسننح بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

لدينا $\Omega(2; -1)$ و منه : $\begin{cases} x = X + 2 \\ y = Y - 1 \end{cases}$ **دسائير تغيير المعلى**

كتابة معادلة (C_f) في المعلى $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$:

معادلة (C_f) في المعلى $(O; \vec{i}, \vec{j})$ هي : $y = -1 + \frac{1}{x-2}$ و منه نتصل على :

و هي معادلة (C_f) في المعلم الجديد $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$ أي $Y - 1 = -1 + \frac{1}{X + 2 - 2}$ $Y = \frac{1}{X}$

نضع : من أجل كل عدد حقيقي $X \in \mathbb{R}^*$: $g(X) = \frac{1}{X}$ و نبين أن g دالة فردية .

من أجل كل $X \in D_g$ فإن $X \neq 0$ و منه $-X \neq 0$ أي $-X \in \mathbb{R}^*$ معناه $-X \in D_g$

و من أجل كل $X \in D_g$ لدينا : $g(-X) = \frac{1}{-X} = -\frac{1}{X} = -g(X)$ و منه g دالة فردية .

الإستنتاج : (C_f) يقبل مركز نناظر و هو النقطة $\Omega(2; -1)$.

(3) أ- تفكيك الدالة g إلى مركب دالتين φ و ψ يطلب تعيينهما :

باتباع المخطط التالي : $x \xrightarrow{\varphi} x-2 \xrightarrow{\psi} -1 + \sqrt{x-2}$ فإن :

حيث : $\varphi(x) = x-2$ و $\psi(x) = -2 + \sqrt{x}$ $g = \psi \circ \varphi$

ب- تعيين إنجاه تغير الدالة g على المجال $[2; +\infty[$:

φ دالة تالفية متزايدة تماماً $\mathbb{R}$ و بالأخص فهي متزايدة تماماً على المجال $[2; +\infty[$

و من أجل كل عدد حقيقي x من $[2; +\infty[$ فإن : $x \geq 2$ و منه $x-2 \geq 0$ أي $\varphi(x) \geq 0$

معناه $\varphi(x) \in [0; +\infty[$.

للدالة ψ و دالة "الجذر التربيعي" $x \mapsto \sqrt{x}$ نفس إنجاه التغير و بما أن الدالة $x \mapsto \sqrt{x}$

متزايدة تماماً على $[0; +\infty[$ فإن ψ متزايدة تماماً على $[0; +\infty[$.

نتيجة : للدالتين φ و ψ نفس إنجاه التغير و منه فالدالة g متزايدة تماماً على المجال

$[2; +\infty[$.

ج- نبين أنه يمكن الحصول على المنحنى (C_g) إنطلاقاً من المنحنى البياني الممثل لدالة

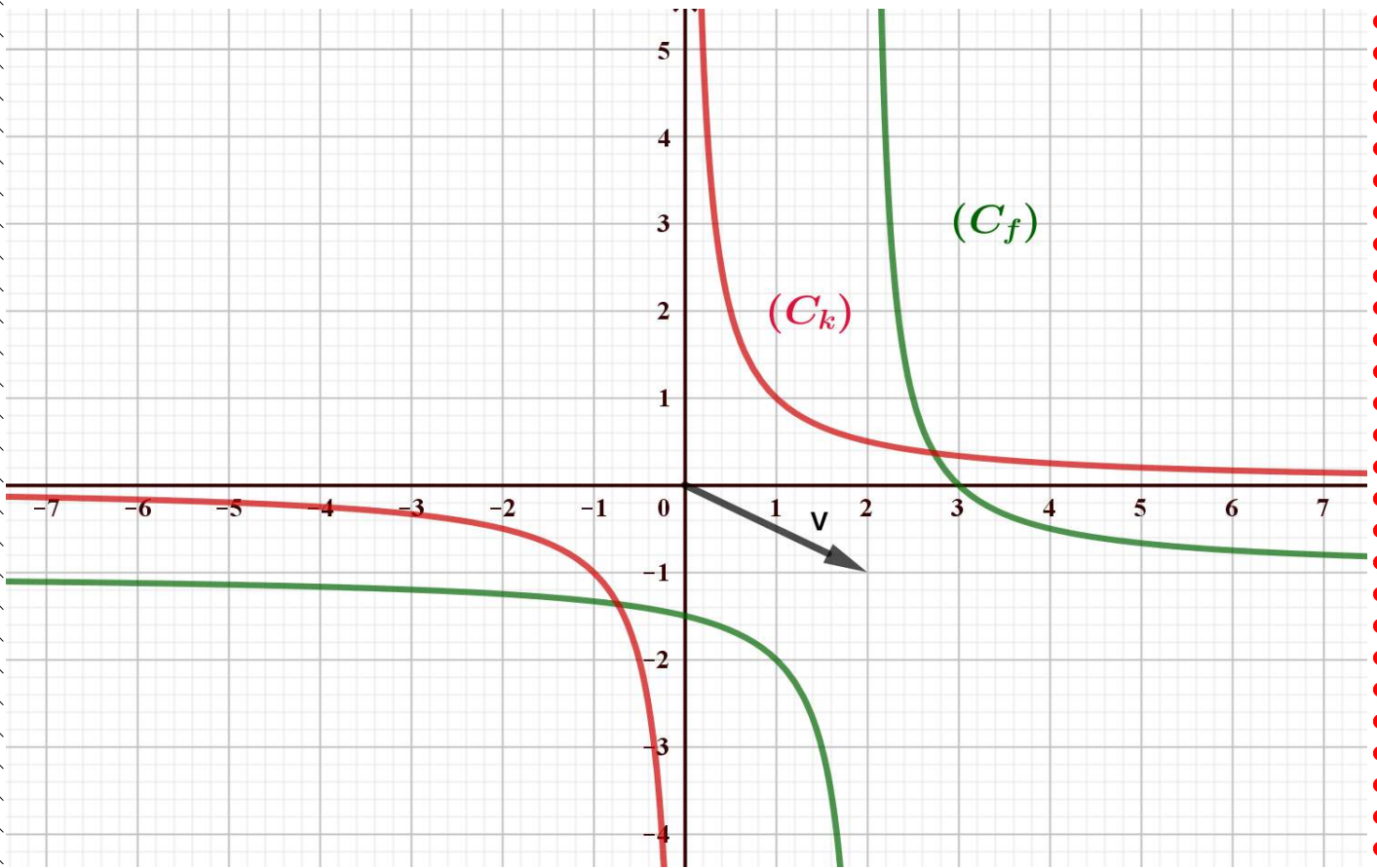
كتابة الأستاذ : حناش نبيل

"الجذر التربيعي" بنحويل نقطي يطلب نعيينه ثم إنشاء المنحنى (C_g) :

من أجل كل $x \in [2; +\infty[$ لدينا : $g(x) = -1 + \sqrt{x-2}$ و منه $g(x) = h(x-2) - 1$ حيث :

$h(x) = \sqrt{x}$ ، إذن (C_g) صورة (C_h) التمثيل البياني لدالة "الجذر التربيعي" بالانسحاب

الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

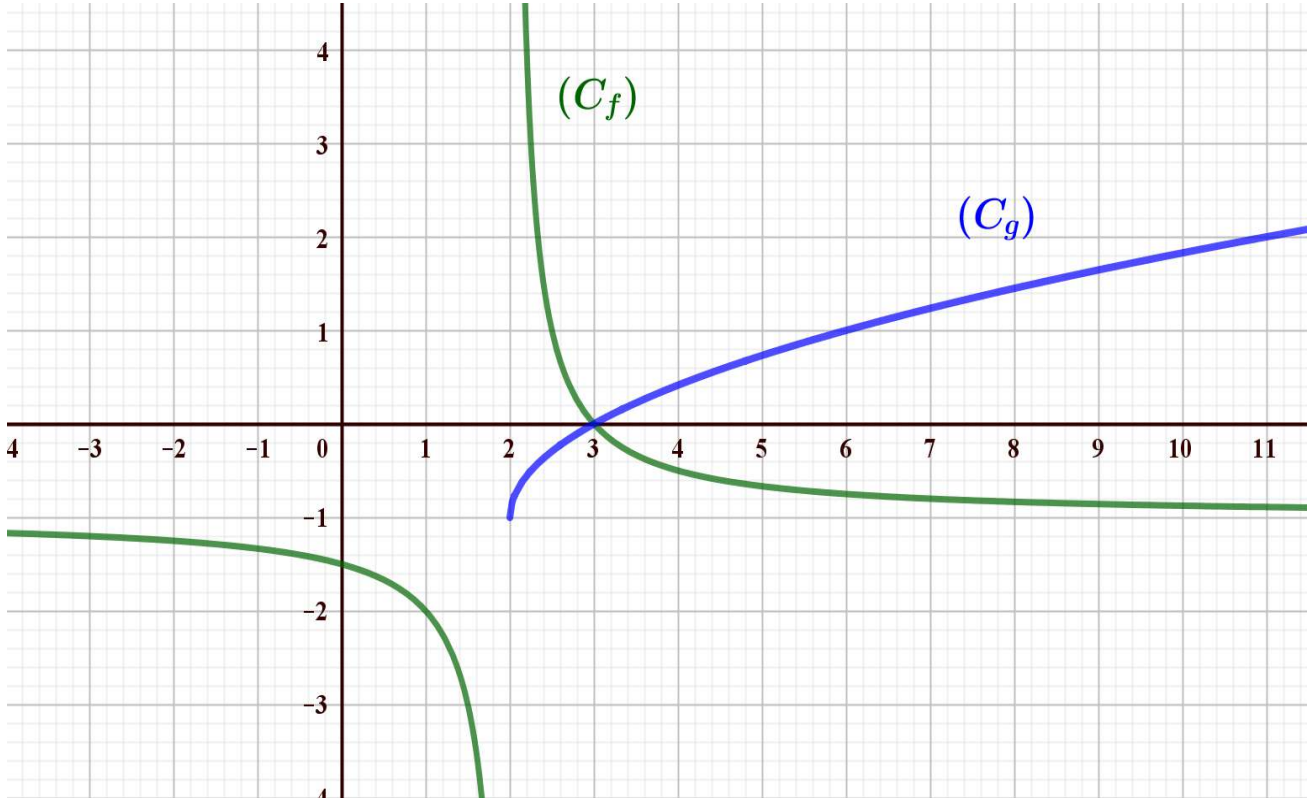


✓ حل بيانيا المعادلة : $f(x) = g(x)$

حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ بيانيا تمثل فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع

المنحنى (C_g) ، ومن الشكل أدناه نلاحظ أن المنحنيين يتقاطعان في نقطة وحيدة

فاصلتها هي 3 ، إذن مجموعة حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ هي $S = \{3\}$.



الجزء 1-

ليكن كثير الحدود $h(x)$ المعروف بـ : $h(x) = x^3 + x^2 - 7x + 2$

(1) أحسب $h(2)$ و أعط تحليلا لكثير الحدود $h(x)$.

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $h(x) = 0$

الجزء 2-

نعتبر الدالتين g و f المعرفتين على $\mathbb{R}$ و $\mathbb{R} - \{1\}$ على الترتيب بـ :

$g(x) = x^2 + 2x - 3$ و $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و ليكن (C_g) و (C_f) تمثيليهما البيانيين في

المستوي المنسوب إلى مملع منعامد و منجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين فواصل نقط تقاطع (C_g) و (C_f) .

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x) = (x + \alpha)^2 + \beta$ حيث α و β

عددان حقيقيان يطلب تعيينهما ثم إسنتنج كيفية إنشاء التمثيل البياني (C_g) إنطلاقا من

المنحنى الممثل للدالة "مربع" .

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$ بحيث a

و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما ثم إسنتنج كيفية إنشاء التمثيل البياني (C_f)

إنطلاقا من المنحنى الممثل للدالة "مقلوب" .

(4) أ- بين أن المستقيم $x = -1$ محور تناظر للمنحنى (C_g) .

ب- بين أن النقطة $\omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

نعتبر الدالتين f_1 و f_2 المعرفتين بـ : $f_1(x) = |f(x)|$ و $f_2(x) = f(|x|)$

(1) عين مجموعة تعريف الدالة f_1 ثم أكتب الدالة f_1 دون رمز القيمة المطلقة .

(2) إسنتج كيفية إنشاء (C_{f_1}) التمثيل البياني للدالة f_1 .

(3) أ- عين مجموعة تعريف الدالة f_2 ثم بين أن f_2 دالة زوجية .

ب- إسنتج كيفية إنشاء (C_{f_2}) التمثيل البياني للدالة f_2 .

ملح مفتح :

(1) حساب $h(2)$ و إعطاء تحليلا لكثير الحدود $h(x)$:

. $h(2) = 2^3 + 2^2 - 7 \times 2 + 2 = 0$ و منه نسنج أن 2 جذر لكثير الحدود $h(x)$.

بما أن 2 جذر لكثير الحدود $h(x)$ فإنه يوجد كثير حدود $g(x)$ من الدرجة الثانية يحقق :

$$h(x) = (x-2)g(x)$$

نضع : $g(x) = ax^2 + bx + c$ و نعين الأعداد الحقيقية a ، b و c :

أ- طريقة النشر و المطابقة :

: نجد $h(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c$ و منه نجد :

: $h(x) = ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$ إذن بالمطابقة نحصل على :

$$\boxed{g(x) = x^2 + 3x - 1} \text{ : إذن , } \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -1 \end{cases} \text{ و منه } \begin{cases} a = 1 \\ b - 2a = 1 \\ c - 2b = -7 \\ -2c = 2 \end{cases}$$

$$h(x) = (x-2)(x^2 + 3x - 1)$$

نتيجة :

ب- طريقة القسمة الإقليدية :

$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - 7x + 2 \\ -x^3 + 2x^2 \\ \hline 3x^2 - 7x + 2 \\ -3x^2 + 6x \\ \hline -x + 2 \\ x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} x - 2 \\ \hline x^2 + 3x - 1 \end{array}$
--	---

و منه نجد : $g(x) = x^2 + 3x - 1$ و بالتالي يكون : $h(x) = (x-2)(x^2 + 3x - 1)$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $h(x) = 0$

$h(x) = 0$ يكافئ : $(x-2)(x^2 + 3x - 1) = 0$ يكافئ : $x - 2 = 0$ أو $x^2 + 3x - 1 = 0$

يكافئ $x = 2$ أو $x^2 + 3x - 1 = 0$ ، و لإيجاد حلول المعادلة $x^2 + 3x - 1 = 0$ نحسب المميز

Δ : $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 13 > 0$ و منه

إذن للمعادلة حلان منميزان هما : $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$ ، $x_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}$

نتيجة : حلول المعادلة $h(x) = 0$ هي : $S = \left\{ 2, \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}, \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \right\}$

الجزء 2-

(1) نعين فواصل نقط تقاطع (C_f) و (C_g) :

جبريا نُمثل حلول المعادلة $f(x) = g(x)$:

من أجل كل $x \neq 1$: $\frac{2x+1}{x-1} = x^2 + 2x - 3$: نكافئ : $2x+1 = (x-1)(x^2 + 2x - 3)$ أي

$$. \boxed{h(x) = 0} \text{ معناه } \boxed{x^3 + x^2 - 7x + 2 = 0} \text{ أي } 2x+1 = x^3 + 2x^2 - 3x - x^2 - 2x + 3$$

إذن نسننج أن (C_g) و (C_f) ينقطعان في ثلاث نقط فواصلها هي :

$$. \boxed{\frac{-3 - \sqrt{13}}{2}}, \boxed{\frac{-3 + \sqrt{13}}{2}}, \boxed{2}$$

(2) نبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $g(x) = (x + \alpha)^2 + \beta$ حيث α و β

عدان حقيقيان يطلب نعيينهما ثم إسئناج كيفية إنشاء التمثيل البياني (C_g) إنطلاقا

من المنحنى الممثل للدالة "مربع" :

طريقة (1)

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g(x) = x^2 + 2\alpha x + \alpha^2 + \beta$ و منه بالمطابقة مع العبارة

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -4 \end{cases} \text{ و منه } \begin{cases} 2\alpha = 2 \\ \alpha^2 + \beta = -3 \end{cases} : \text{ نخلص على } g(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$\boxed{g(x) = (x+1)^2 - 4} : \text{ إذن :}$$

طريقة (2) : نسنعمل الشكل النموذجي لثلاثي الحدود $x^2 + 2x - 3$:

$x^2 + 2x - 3$ و منه فالشكل النموذجي لثلاثي الحدود $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-3)$ أي $\boxed{\Delta = 16}$

$$: \text{ هو } x^2 + 2x - 3 = 1 \left[\left(x + \frac{2}{2 \times 1} \right)^2 - \frac{16}{4 \times 1^2} \right] \text{ أي } x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4 \text{ و منه يكون :}$$

$$. \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -4 \end{cases} : \text{ إذن نجد : } \boxed{g(x) = (x+1)^2 - 4}$$

من الكناية $g(x) = (x+1)^2 - 4$ نستنتج أن (C_g) صورة (P) التمثيل البياني للدالة "مربع"

بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

(3) نبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$ بحيث a

و b عددين حقيقيين يطلب تعيينهما ثم إسنتاج كيفية إنشاء التمثيل البياني (C_f)

إنطلاقا من المنحنى الممثل للدالة مقلوب :

طريقة (1) :

من أجل كل $x \neq 1$ لدينا : $f(x) = a + \frac{b}{x-1} = \frac{ax - a + b}{x-1}$ و منه بالمطابقة مع العبارة

$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ فإنه من أجل كل $x \neq 1$: $ax - a + b = 2x + 1$ ؛ إذن :

$f(x) = 2 + \frac{3}{x-1}$ ؛ وبالتالي فإن : $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a=2 \\ -a+b=1 \end{cases}$

طريقة (2) :

من أجل كل $x \neq 1$ لدينا : $f(x) = \frac{2x+1}{x-1} = \frac{2x-2+2+1}{x-1} = \frac{2x-2}{x-1} + \frac{3}{x-1}$ و منه

$f(x) = \frac{2(x-1)}{x-1} + \frac{3}{x-1}$ و منه $f(x) = 2 + \frac{3}{x-1}$ ؛ إذن : $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$

$f(x)$ نكتب من الشكل $f(x) = u(x+a) + b$ حيث : $u(x) = \frac{3}{x}$ و $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$ ؛ إذن :

صورة (C_u) التمثيل البياني للدالة u بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

4 أ- نبين أن المسنقيع الذي $x = -1$ معادلة له هو محور تناظر للمنحنى (C_g) :

من أجل كل $x \in D_g$ أي $x \in \mathbb{R}$ فإن : $2 \times (-1) - x = -2 - x \in \mathbb{R}$ معناه

$2 \times (-1) - x \in D_g$ و من أجل كل $x \in D_g$ فإن :

معناه $g(-2-x) = x^2 + 4 + 4x - 4 - 2x - 3$ معناه $g(-2-x) = (-2-x)^2 + 2(-2-x) - 3$

معناه $g(-2-x) = x^2 + 2x - 3$ معناه $g(-2-x) = g(x)$

نتيجة : المسنقيع الذي $x = -1$ معادلة له محور تناظر للمنحنى (C_g) .

ب- نبين أن النقطة $\omega(1;2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) :

من أجل كل $x \in D_f$ فإن $x \neq 1$ و منه $-x \neq -1$ و منه $2 \times (1) - x \neq 2 - 1$ أي :

$2 \times (1) - x \in D_f$ و منه $2 \times (1) - x \neq 1$

و من أجل كل $x \in D_f$ لدينا : $f(2-x) + f(x) = 2 + \frac{3}{2-x-1} + 2 + \frac{3}{x-1}$ معناه

$f(2-x) + f(x) = 4 - \frac{3}{x-1} + \frac{3}{x-1}$ معناه $f(2-x) + f(x) = 4 + \frac{3}{1-x} + \frac{3}{x-1}$

و منه : $f(2-x) + f(x) = 4 = 2 \times 2$ من الشكل $f(2a-x) + f(x) = 2b$.

نتيجة : النقطة $\omega(1;2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

طريقة 2 : يمكن إستعمال دسائير تغيير المعلى للإجابة على السؤالين السابقين .

الجزء 3-

1 (1) $D_{f_1} = D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ ثم كتابة الدالة f_1 دون رمز القيمة المطلقة :

$$\begin{cases} f_1(x) = f(x) & \text{si } f(x) \geq 0 \\ f_1(x) = -f(x) & \text{si } f(x) \leq 0 \end{cases} \quad \text{معناه } f_1(x) = |f(x)|$$

لندرس إشارة الدالة f من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$2x + 1$	-	0	+	+
$x - 1$	-	-	0	+
$\frac{2x + 1}{x - 1}$	+	0	-	+

إذا كان $x \in]-\infty; -\frac{1}{2}] \cup]1; +\infty[$ فإن $f(x) \geq 0$

و إذا كان $x \in [-\frac{1}{2}; 1[$ فإن $f(x) \leq 0$

$$\begin{cases} f_1(x) = \frac{2x+1}{x-1} & \text{si } x \in]-\infty; -\frac{1}{2}] \cup]1; +\infty[\\ f_1(x) = -\frac{2x+1}{x-1} & \text{si } x \in [-\frac{1}{2}; 1[\end{cases} \quad \text{و منه ينتج :}$$

(2) إستنتاج كيفية إنشاء (C_{f_1}) التمثيل البياني للدالة f_1 :

• لما $x \in]-\infty; -\frac{1}{2}] \cup]1; +\infty[$ فإن $f_1(x) = f(x)$ و منه (C_{f_1}) ينطبق على (C_f) .

• لما $x \in [-\frac{1}{2}; 1[$ فإن $f_1(x) = -f(x)$ و منه (C_{f_1}) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور

الفواصل .

كتابة الأستاذ : حناش نبيل

(3) أ- نكون الدالة f_2 معرفة من أجل $|x| \in D_f$ أي $|x| \neq 1$ معناه $x \neq -1$ و $x \neq 1$ و منه

نجد $D_{f_2} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

نبين أن f_2 دالة زوجية :

من أجل كل $x \in D_{f_2}$ أي $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$ و منه $-x \in D_{f_2}$

و من أجل كل $x \in D_{f_2}$ لدينا : $f_2(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = f_2(x)$ (لأنه من خواص

القيمة المطلقة لعدد حقيقي x فإن : $|-x| = |x|$)

نتيجة : f_2 دالة زوجية .

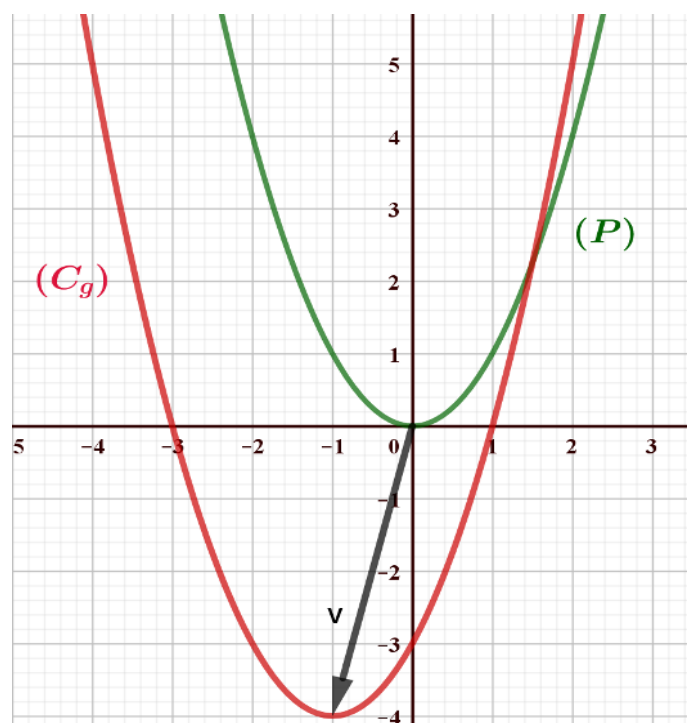
ب- إسنتناج كيفية إنشاء (C_{f_2}) التمثيل البياني للدالة f_2 :

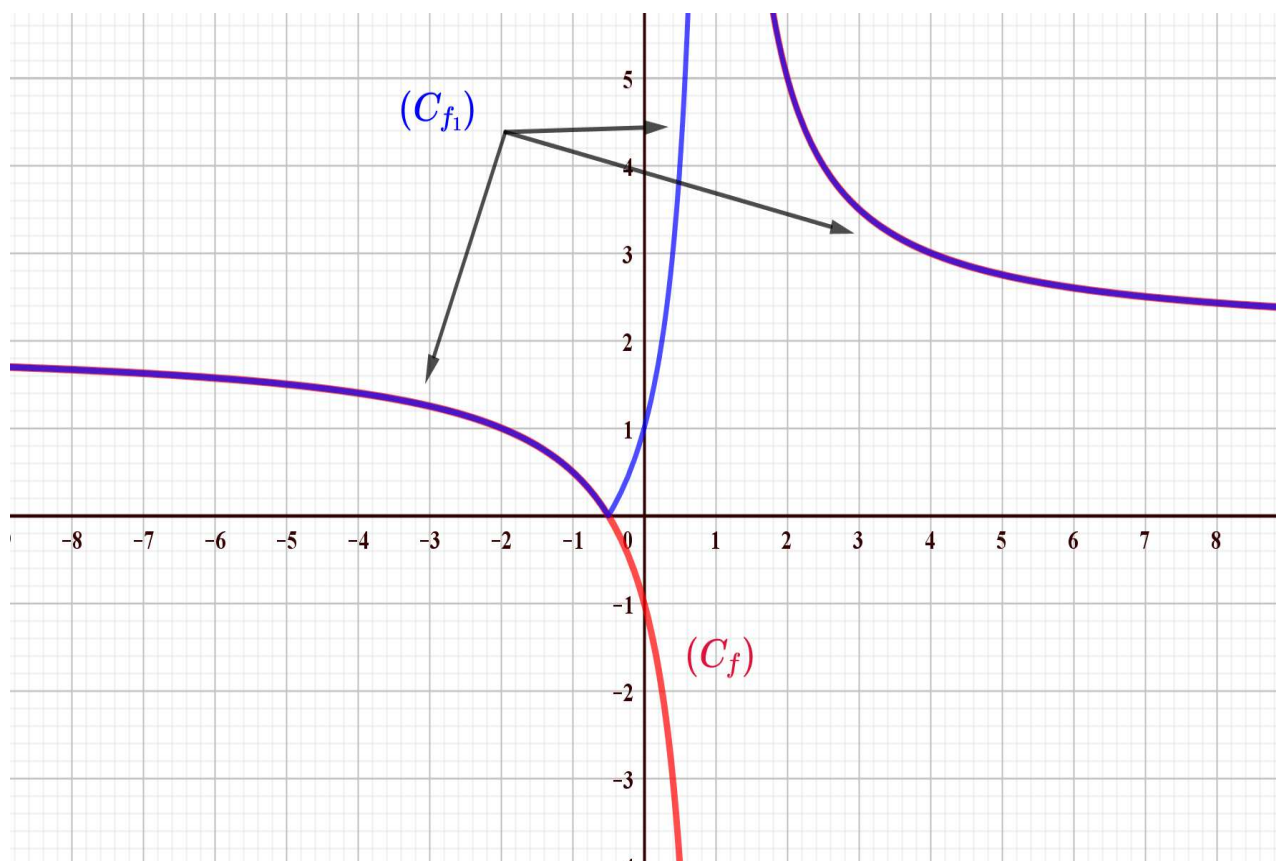
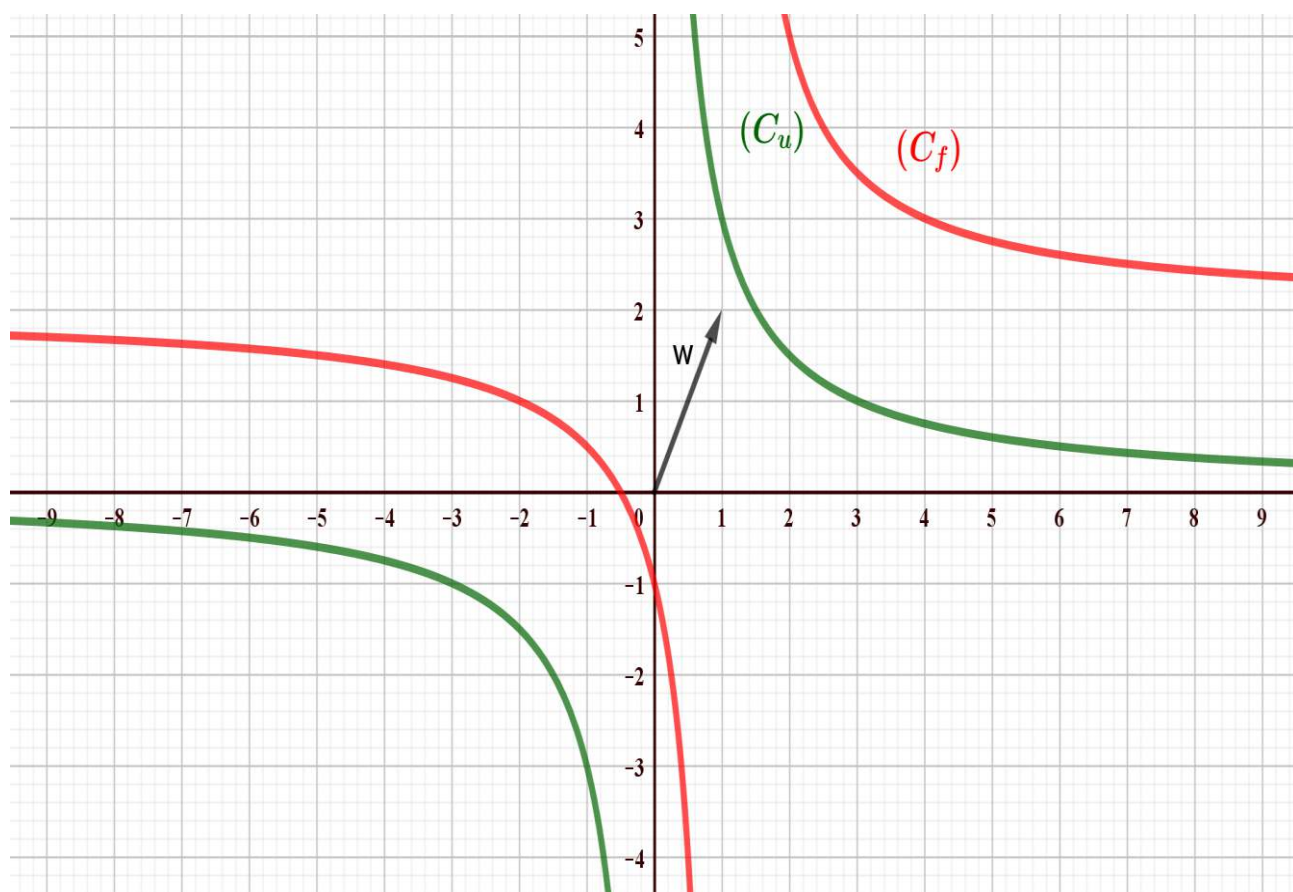
• إذا كان $x \geq 0$ فإن : $|x| = x$ و منه يكون $f_2(x) = f(x)$ ؛ إذن (C_{f_2}) ينطبق على

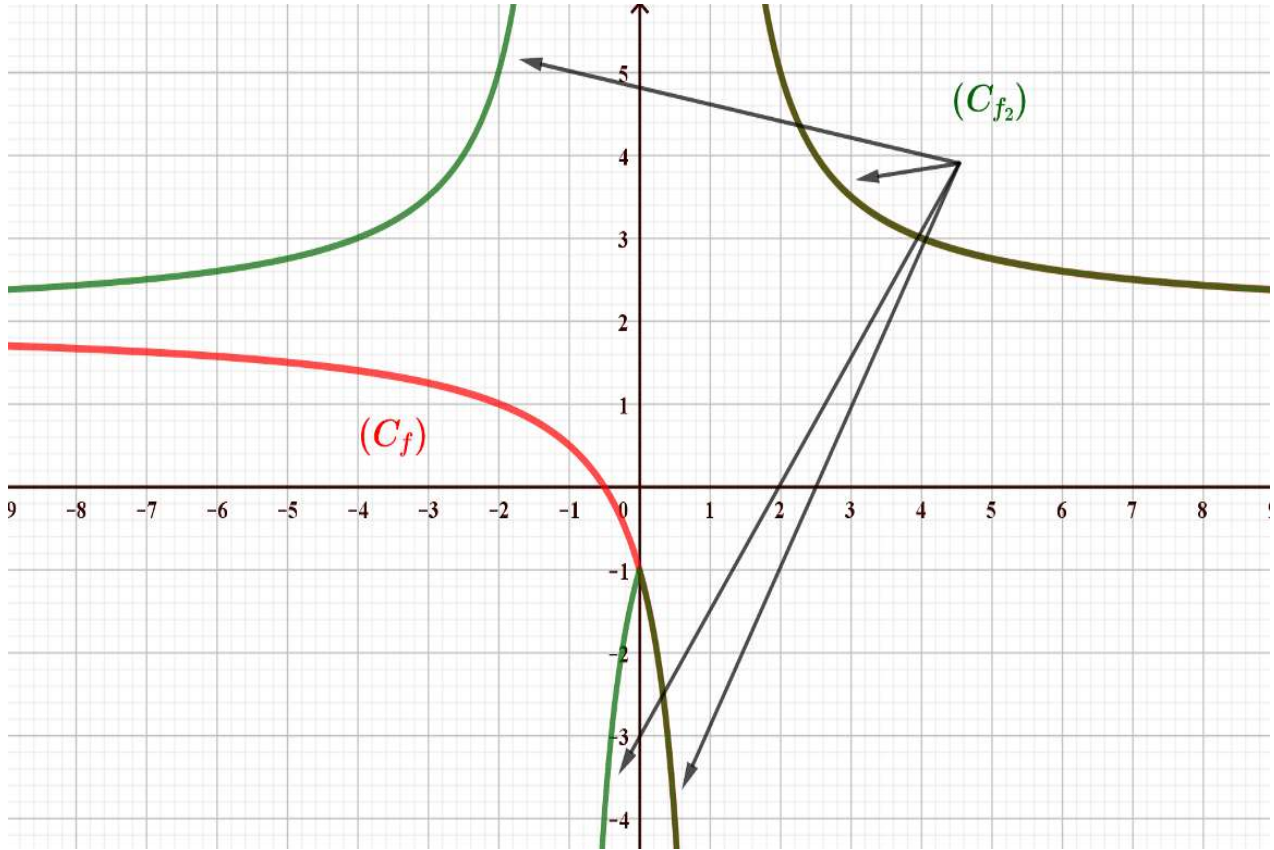
(C_f) في المجال $[0; +\infty[$.

• و بما أن f_2 دالة زوجية فإنه لما $x \in]-\infty; 0]$ يكون (C_{f_2}) هو نظير (C_f) (الواقع في

المجال $[0; +\infty[$) بالنسبة إلى محور التنايب .







مسائل رقم 8 من 55 من الكتاب المدرسي :

f ، g و h ثلاث دوال معرفة على $\mathbb{R}$ ب :

$$h(x) = |f(x)| \quad , \quad g(x) = f(|x|) \quad , \quad f(x) = x^2 - 2x + 3$$

ليكن (C_h) ، (C_g) ، (C_f) منحنيات الدوال h ، g ، f على الترتيب الممثلة في مسنو منسوب إلى معلق منعتمد و منجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أن g زوجية . كيف يمكن إسنتناج (C_g) إنطلاقا من (C_f) ؟

(2) أدرس نغيران الدالة f (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل النموذجي)

(3) إسنتنح نغيران الدالة g على $\mathbb{R}$.

(4) أثبت أن المسنقيع ذو المعادلة $x = 1$ هو محور تناظر للمنحني (C_f) .

(5) عين إشارة $f(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

(6) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

(7) أنشئ المنحنيات (C_h) ، (C_g) ، (C_f) في نفس المعلق .

ملح مقترح :

(1) نبين أن g زوجية . كيف يمكن إسنتناج (C_g) إنطلاقا من (C_f) ؟

من أجل كل $x \in D_g$ أي $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$ و منه $-x \in D_g$ ($\mathbb{R}$ منازرة)

و من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$ لأن من خواص القيمة المطلقة لعدد حقيقي x :

$| -x | = | x |$ و منه نستنتج أن g دالة زوجية .

إستنتاج (C_g) إنطلاقا من (C_f) : لما $x \geq 0$ يكون $|x| = x$ و منه ينتج :

$g(x) = f(x)$ ؛ إذن على المجال $[0; +\infty[$ فإن (C_g) ينطبق على (C_f) .

و بما أن g زوجية فإن (C_g) هو نظير (C_f) (الواقع في المجال $[0; +\infty[$) بالنسبة

لمحور التناييب على المجال $]-\infty; 0]$.

(2) دراسة تغيرات الدالة f (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل النموذجي)

نكتب ثلاثي الحدود $x^2 - 2x + 3$ على الشكل النموذجي (المميز هو -8) فنجد :

$$x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \quad \text{أي} \quad x^2 - 2x + 3 = 1 \times \left(x + \frac{-2}{2 \times 1}\right)^2 - \frac{-8}{4 \times 1^2}$$

نفكك الدالة f إلى مركب دالين بسيطين u و v :

$$x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{v} (x-1)^2 + 2$$

$\boxed{f}$

إذن يكون : $\boxed{u: x \mapsto x-1}$ و $\boxed{v: x \mapsto x^2 + 2}$ و $\boxed{f = v \circ u}$

دراسة إنجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty, 1]$:

من أجل كل $x \in]-\infty, 1]$ فإن $x \leq 1$ و منه $x-1 \leq 0$ أي $u(x) \leq 0$ و منه

الدالة u نالغية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و بالخاص فهي متزايدة تماما

على المجال $]-\infty, 1]$.

الدالة v لها نفس إنجاه تغير الدالة مربع $x \mapsto x^2$ و بما أن الدالة مربع متناقصة تماما على

المجال $]-\infty, 0]$ فإن الدالة v متناقصة تماماً على المجال $]-\infty, 0]$.

للالئين u و v إنحائها تغير متعاكسين و منه فالدالة f متناقصة تماماً على المجال $]-\infty, 1]$.

على المجال $[1, +\infty[$: من أجل كل $x \in [1, +\infty[$ فإن $x \geq 1$ و منه $x-1 \geq 0$ أي $u(x) \geq 0$ و منه $u(x) \in [0, +\infty[$.

الدالة u نالغية متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$ و بالآخص فهي متزايدة تماماً على المجال $[1, +\infty[$

الدالة v لها نفس إنجاه تغير الدالة مربع $x \mapsto x^2$ و بما أن الدالة مربع متزايدة تماماً على المجال $[0, +\infty[$ فإن الدالة v متناقصة تماماً على المجال $[0, +\infty[$.

للالئين u و v نفس إنجاه التغير و منه فالدالة f متزايدة تماماً على المجال $[1, +\infty[$.

(3) إسنتناج تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$:

إذا كان $x \in [1, +\infty[$ فإن $|x| = x$ و منه $g(x) = f(x)$ و بما أن f متزايدة تماماً على المجال $[1, +\infty[$ فإن g متزايدة تماماً على المجال $[1, +\infty[$.

و إذا كان $x \in [0; 1]$ فإن $|x| = x$ و منه $g(x) = f(x)$ و بما أن f متناقصة تماماً على المجال $[0; 1]$ (لأنها متناقصة تماماً على $]-\infty; 1]$) فإن g متناقصة تماماً على المجال $[0; 1]$.

و بما أن g دالة زوجية فإن (C_g) منازر بالنسبة لمحور الترائب : و منه إذا كان

$x \in]-\infty; -1]$ فإن g متناقصة تماماً و إذا كان $x \in [-1; 0]$ فإن g متزايدة تماماً على هذا

المجال . (يمكن ملاحظة منحنى الدالة g)

(4) إثبات أن المسنقيع ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) :

من أجل كل عدد حقيقي $x \in D_f$ أي $x \in \mathbb{R}$ فإن $2 \times (1) - x = 2 - x \in \mathbb{R}$

و من جهة أخرى : $2 \times (1) - x \in D_f$ ؛ و منه نجد $f(2-x) = (2-x)^2 - 2(2-x) + 3$

أي $f(2-x) = x^2 + 4 - 4x - 4 + 2x + 3$ أي $f(2-x) = x^2 - 2x + 3$ و منه يكون :

إذن نستنتج أن المسنقيع ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر

للمنحنى (C_f) .

(5) نعين إشارة $f(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x :

معناه ندرس إشارة ثلاثي الحدود $x^2 - 2x + 3$: لدينا $\Delta = -8$ عدد سالب و منه إشارة

ثلاثي الحدود $f(x)$ من إشارة $a=1 > 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

أو يمكن ملاحظة أن : $f(x) = (x-1)^2 + 2$ بحيث من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن :

$(x-1)^2 + 2 > 0$ و عليه فإن $f(x) > 0$ من أجل كل عدد حقيقي x .

(6) كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة :

حسب السؤال السابق لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) > 0$ و منه ينتج :

إذن : من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $h(x) = f(x)$

نتيجة : (الدالتان متساويتان و منه (C_h) ينطبق على (C_f))

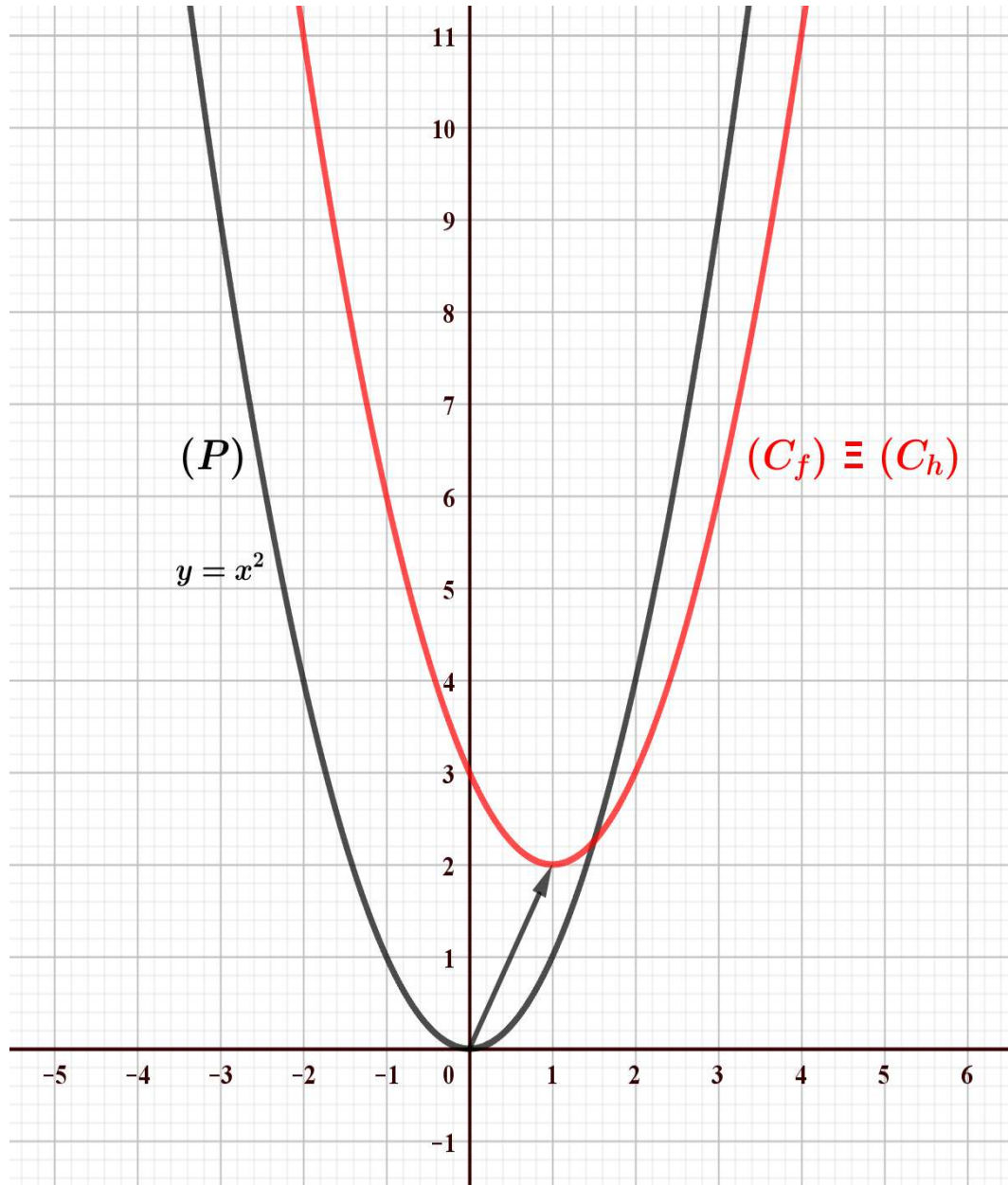
7 إنشاء المنحنيات : (C_h) ، (C_g) ، (C_f)

كيفية إنشاء (C_f) : نعلم من الشكل النموذجي أن : $f(x) = (x-1)^2 + 2$ أي أن

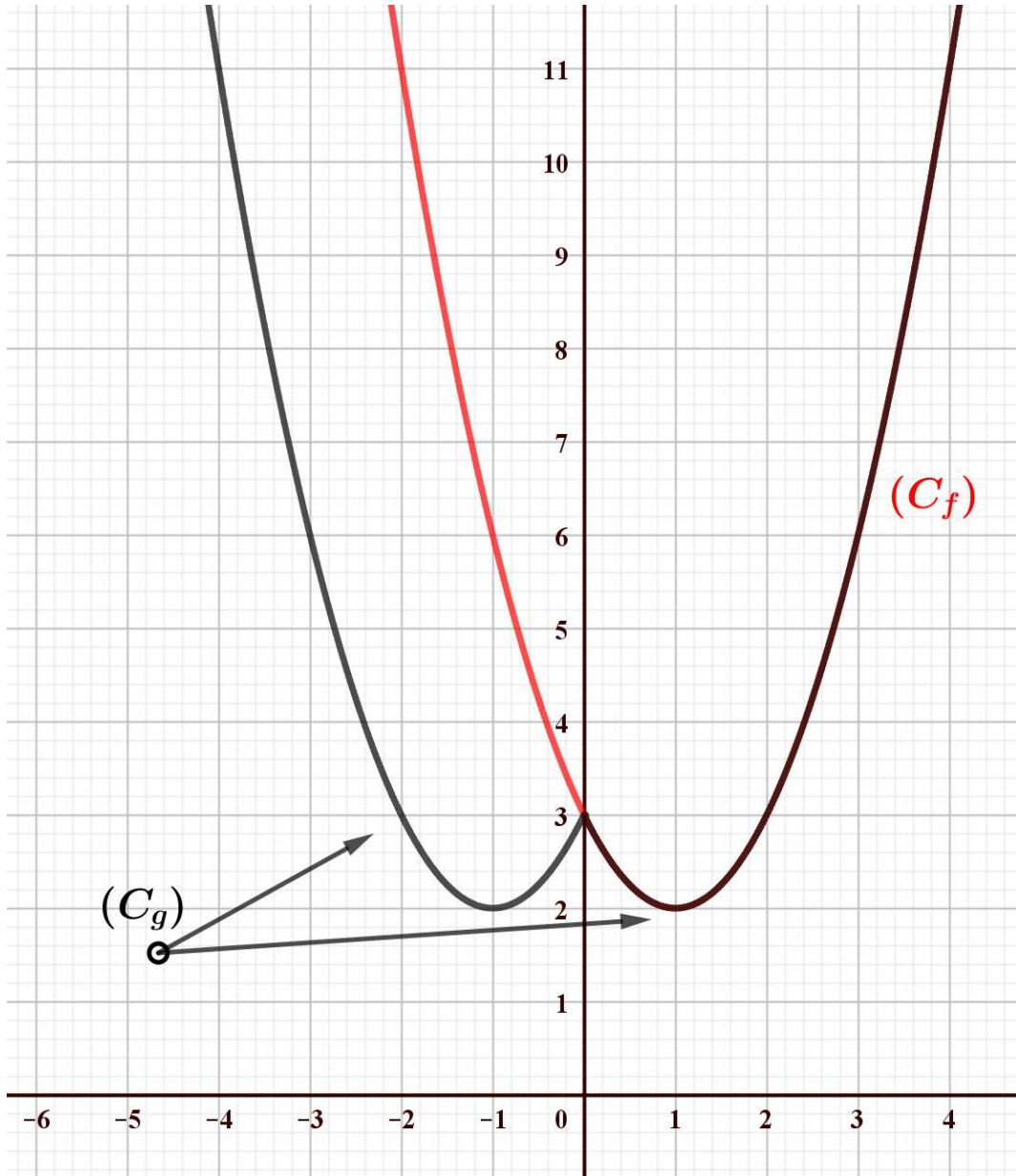
$f(x)$ من الشكل :

$\boxed{k(x+a)+b}$ بحيث : $\boxed{k(x) = x^2}$ (الدالة مربع) و $\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$ و منه يكون : $\boxed{\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}}$

إذن : (C_f) صورة (P) التمثيل البياني للدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$



ننشئ المنحني (C_g) في معلم مستقل حتى ننضح الأشياء بشكل أفضل :



لا ننسونا من صالح دعائكم

