الفرض الثاني للثلاثي الأول في الرياضيات

2026 - 2025 | المدة: 01 سا

تجنّب الشطب و استعمال المصحّح.

التمرين الأول: (11 نقطة)

f دالة عددية معرفة على المجال $]-3;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{2x+6}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① احسب نسبة تزايد الدالة f بين العددين $h+5$ و 5. حيث h عدد حقيقي غير معدوم.

② استنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند القيمة $x_0=5$. ثم فسر النتيجة هندسيا.

③ عين معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 5.

④ عين تقريبا تآلفيا للدالة f بجوار 5. ثم أحسب قيم تقريبية لكل من: $f(4.97)$ و $f(5.002)$.

⑤ أحسب $f'(x)$. ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-3;+\infty[$.

⑥ g دالة معرفة على المجال $]-3;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{f(x)}{\sqrt{2}}$. إشرح كيف يمكن رسم منحنى الدالة g.

التمرين الثاني: (09 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

① حلول المعادلة: $x^4-3x^2-4=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S=\{4;-1\}$.

② المنحنى الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3+x^2+1$ يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة -1 يوازي محور الفواصل.

③ قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $(m-4)x^2+2mx+m+2=0$ في $\mathbb{R}$ حلان متمايزان هي: $m\in]-6;+\infty[$.

④ إذا كانت الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2+1}{-x+1}$. فإن المعادلة $g'(x)=0$ تقبل حل وحيد.

⑤ ليكن (C_h) منحنى دالة h معرفة على $\mathbb{R}$ و (Δ) مماس لـ (C_h) عند النقطة ذات الفاصلة -2 معادلته $y=-3x+7$. ومنه $h'(-2)=-3$ و $h(-2)=1$.

⑥ إذا كانت f دالة معرفة على المجال $\left]\dfrac{1}{3};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\sqrt{3x-1}$ فإن حلول المتراجحة $f'(x)\geq 1$ هي: $S=\left[\dfrac{10}{12};+\infty\right[$.

الأستاذ: فراحتية المحفوظ TI

www.dzexams.com

الإجابة النموذجية للفرض الثاني:

حل التمرين الأول:

$f(x) = \sqrt{2x+6}$

① - حساب نسبة التزايد بين العددين $5+h$ و 5

$$\frac{f(5+h)-f(5)}{h} = \frac{\sqrt{10+2h+6}-4}{h}$$

$$= \frac{(\sqrt{16+2h}-4)(\sqrt{16+2h}+4)}{h(\sqrt{16+2h}+4)}$$

$$= \frac{16+2h-16}{h(\sqrt{16+2h}+4)} = \frac{2}{\sqrt{16+2h}+4}$$

② - اساجابة f قابلة للاشتقاق عند $x_0=5$:

$$f'(5) = \lim_{h\to 0} \frac{f(5+h)-f(5)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2}{\sqrt{16+2h}+4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- التفسير البياني:

المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) عند نقطة ذات الفاصلة 5 معامل توجيهه $f'(5) = \frac{1}{4}$

③ - معادلة المماس (T) عند $x_0=5$

$$(T): y = f'(5)(x-5)+f(5)$$

$$= \frac{1}{4}(x-5)+4$$

$$= \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$$

④ - تحسين تقريب تآلفي لـ f بجوار 5

أحسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار 5 هي معادلة المماس (T) عند $x_0=5$ ونكتب

$$f(x) \simeq \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$$

القيم المقربة:

$$f(5,002) \simeq \frac{1}{4}(5,002) + \frac{11}{4}$$
$$\simeq 4,0005$$

$$f(4,97) \simeq \frac{1}{4}(4,97) + \frac{11}{4}$$
$$\simeq 3,9925$$

⑤ - حساب $f'(x)$:

f قابلة للاشتقاق على $]-3;+\infty[$ حيث

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+6}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2x+6}} > 0$$

إذن الدالة f متزايدة تماما على $]-3;+\infty[$

⑥ - شرح طريقة رسم (C_g):

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x+6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2x+6}{2}}$$

لدينا

$$= \sqrt{x+3}$$

إذن (C_g) صورة تمثيل البياني للدالة h بانسحاب شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}$

www.dzexams.com

حل التمرين الثاني:

الإجابات سيجب ادخالها مع التبرير:

① - خطأ

لدينا $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

بوضع $X = x^2$ مع $X > 0$ نجد

$X^2 - 3X - 4 = 0$

حساب المميز $\Delta = 9 + 16 = 25 > 0$

للمعادلة حلان: $X_1 = -1$ مرفوض و $X_2 = 4$

أي $x^2 = 4$ أي $x = 2$ أو $x = -2$

$S = \{-2; 2\}$

② - خطأ

لدينا f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث

$f'(x) = 3x^2 + 2x$

(C_f) تقبل مماسا أفقيا معناه $f'(x_0) = 0$

أي $x(3x+2) = 0$ أي $x_0 = 0$ أو $x_0 = \frac{-2}{3}$

أي (C_f) تقبل مماسين يوازيان محور الفواصل عند نقطتين ذات فاصلتين 0 و $\frac{-2}{3}$

③ - خطأ

لتكن قيم وسيط m تحتمل المعادلة حلان:

لدينا $(m-4)x^2 + 2mx + m + 2 = 0$

معناه $\Delta m > 0$

أي $4m^2 - 4(m-4)(m+2) > 0$

أي $4m^2 - 4m^2 + 8m + 32 > 0$

أي $8m > -32$ أي $m > \frac{-32}{8}$

أي $m > -4$ أي $m \in]-4; +\infty[$

④ خطأ

لدينا g قابلة للاشتقاق على $]-\infty, 1[$

حيث $g'(x) = \frac{2x(-x+1) + (x^2+1)}{(-x+1)^2}$

$= \frac{-2x^2 + 2x + x^2 + 1}{(-x+1)^2}$

$= \frac{-x^2 + 2x + 1}{(-x+1)^2}$

لدينا $g'(x) = 0$ أي $-x^2 + 2x + 1 = 0$

$\Delta = 4 + 4 = 8 > 0$ ومنه

للمعادلة حلان

$x_1 = 1 + \sqrt{2}$ $\quad x_2 = 1 - \sqrt{2}$

⑤ خطأ

لدينا (C_h) تقبل مماسا معادلته $y = -3x + 7$

عند $x_0 = -2$ معناه

$f'(-2) = -3$ و $f(-2) = -3(-2) + 7$

$= 6 + 7 = 13$

⑥ خطأ

لدينا f قابلة للاشتقاق على $]\frac{1}{3}; +\infty[$

حيث $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x-1}}$

لدينا $f'(x) \geqslant 1$ أي $\frac{3}{2\sqrt{3x-1}} \geqslant 1$

أي $3 \geqslant 2\sqrt{3x-1}$

أي $\frac{3}{2} \geqslant \sqrt{3x-1}$ أي $\frac{9}{4} \geqslant 3x - 1$

أي $\frac{13}{4} \geqslant 3x$ أي $\frac{13}{12} \geqslant x$

إذن $S =]\frac{1}{3}; +\infty[\cap]-\infty, \frac{13}{12}]$

$S =]\frac{1}{3}, \frac{13}{12}]$

www.dzexams.com