

# تمارين الدوال الأسية في البكالوريا

## شعبة : تقني رياضي

### التمرين [1] [باك 2009] [1م]

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) أحسب  $f(x) + f(-x)$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ، ثم استنتج أن النقطة  $\omega(0; 1)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .
- (2) أدرس تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $[0; +\infty[$  ثم استنتج جدول تغيراتها على  $\mathbb{R}$ .
- (3) أـبين أن المستقيم ذي المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .
- بـ أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$ .
- (4) بين أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلا وحيدا  $\alpha$  بحيث :  $-1,7 < \alpha < -1,6$ .
- (5) أرسم  $(C_f)$  من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$ .

### التمرين [2] [باك 2010] [2م]

الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي :  $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث :  $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$  من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$ .
- (2) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها.
- (3) بين أن  $f$  متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) أـ  $(D)$  و  $(D')$  المستقيمان اللذان معادلتهما على الترتيب :  $y = x + \frac{4}{3}$  و  $y = x$ .
- بـ بين أن  $(D)$  و  $(D')$  مقاربان للمنحنى  $(C_f)$ ، ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما.
- جـ بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_0$  و  $x_1$  حيث :  $0,9 < x_0 < 0,91$  و  $-1,66 < x_1 < -1,65$ .
- دـ أحسب من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم  $f(x) + f(-x)$ . فسر النتيجة هندسيا.
- هـ أرسم  $(D)$  و  $(D')$  و  $(C_f)$ .
- وـ  $m$  عدد حقيقي،  $(D_m)$  المستقيم المعرف بالمعادلة  $y = x + m$ .
- ناقش بيانيا حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة :  $f(x) = x + m$ .
- (5) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  كما يأتي :  $g(x) = [f(x)]^2$ .
- أدرس تغيرات الدالة  $g$  دون حساب  $g(x)$  بدلالة  $x$ .

### التدريب [3] [باك 2011] [م2]

- $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$  .
- (1) أدرس تغيرات الدالة  $f$  .  
 (2) عين المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C_f)$  .  
 (3) بين أن للمنحنى  $(C_f)$  نقطة إنعطاف  $\omega$  يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لمماس  $(C_f)$  عندها .  
 (4) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = f(x) - x$  .  
 أ- أدرس تغيرات الدالة  $g$  .  
 ب- بين أن لمعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $2,7 < \alpha < 2,8$  .  
 (5) أ- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $f(x) = 0$  .  
 ب- أرسم المماس والمستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x$  والمنحنى  $(C_f)$  .

### التدريب [4] [باك 2012] [م1]

- (I)  $g$  هي الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$  .  
 (1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .  
 (2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث :  $1,59 < \alpha < 1,60$  .  
 (3) استنتج إشارة  $g(x)$  .
- (II)  $f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$  .  
 (1)  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . ( وحدة الطول  $2cm$  )  
 (1) بين أن  $(C_f)$  يقبل عند  $-\infty$  و  $+\infty$  مستقيمين مقاربين معادلتهما على الترتيب  $y = -1$  و  $y = 0$  .  
 (2) أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$  .  
 ب- استنتج إشارة  $f'(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
 ج- أحسب  $f(1)$  ، ثم استنتج ، حسب قيم  $x$  ، إشارة  $f(x)$  .  
 (3) أ- بين أن  $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$  ، حيث  $\alpha$  هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I) .  
 ب- استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$  . ( تدور النتائج إلى  $10^{-2}$  )  
 ج- أرسم  $(C_f)$  .  
 (4) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد وإشارة حلول المعادلة :  $2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$  .  
 (5)  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $h(x) = [f(x)]^2$  .  
 أ- أحسب  $h'(x)$  بدلالة كل من  $f(x)$  و  $f'(x)$  ، ثم استنتج إشارة  $h'(x)$  .  
 ب- شكل جدول تغيرات الدالة  $h$  .

(I) الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = (x-1)e^x$  .

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  .

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $1 + (x-1)e^x \geq 0$  .

(II)  $f$  هي الدالة المعرفة على  $[0; +\infty[$  كما يلي : 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - 1}{x} & ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

(1) أـ بين أن  $f$  مستمرة على المجال  $[0; +\infty[$  .

بـ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2) أـ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{1 + (x-1)e^x}{x^2}$  .

بـ استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(III)  $n$  عدد طبيعي حيث  $n \geq 1$  ،  $f_n$  الدالة المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ :  $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$  .

( $C_n$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f_n$  على المجال  $[0; +\infty[$  .

(2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x)$  .

(3) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_n)$  و  $(C_{n+1})$  .

(4) بين أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة  $B$  يطلب تعيين إحداثياتها .

(5) أـ بين أنه ، يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha_1$  من  $]0, 3; 0, 4[$  بحيث :  $f_1(\alpha_1) = 0$  .

بـ بين أنه ، من أجل كل عدد طبيعي  $n$  حيث  $n \geq 1$  فإن  $f_n(\alpha_1) < 0$  ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha_n$

من  $]\alpha_1; 1[$  بحيث  $f_n(\alpha_n) = 0$  .

(6) أـ بالاعتماد على الجزء II ، بين أنه ، من أجل كل  $x$  من  $]0; 1[$  :  $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$  .

بـ استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي  $n$  حيث  $n \geq 1$  :  $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$  ، ثم  $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$  .

جـ جد نهاية المتتالية  $(\alpha_n)$  .

$f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = (x-1)e^x$  .

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) عين نهاية  $f$  عند كل من  $+\infty$  و  $-\infty$  .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أـ بين أن المعادلة  $f(x) = 1$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $\mathbb{R}$  ، ثم تحقق أن :  $1.27 < \alpha < 1.28$  .

بـ أكتب معادلة لـ ( $T$ ) مماس المنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة لـ ( $T$ ) .

جـ أرسم ( $T$ ) و ( $C_f$ ) .

(4) عين قيم العدد الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة :  $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$  حلا واحدا في  $\mathbb{R}$  .

(5)  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $h(x) = (|x| + 1)e^{-|x|}$  و ( $C_h$ ) تمثيلها البياني .

أـ بين أن الدالة  $h$  زوجية .

بـ أرسم ( $C_h$ ) مستعينا بالمنحنى ( $C_f$ ) .

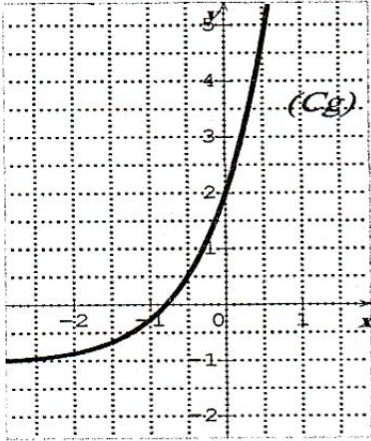
(6)  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = (ax+b)e^x$  ، حيث  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان .

عين  $a$  و  $b$  حتى يكون : من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $g'(x) = f(x)$  .

- (I)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = (x+2)e^x - 2$  .
- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  .
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) أحسب  $g(0)$  ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  .
- (II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$  .
- ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- (1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  ، ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = -g(x)$  .  
ب- استنتج إشارة  $f'(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
ج- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = 2x + 3$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$  .  
ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .
- (3) أ- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث :  $0,92 < \alpha < 0,93$  و  $-1,56 < \beta < -1,55$  .  
ب- أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $\left] -\infty; \frac{3}{2} \right]$  .

- (I)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = 1 - 2xe^{-x}$  .
- أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  .
- (II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = (x+1)(1+2e^{-x})$  .
- ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- (1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .  
ب- أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .
- (2) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$  ثم استنتج معادلة  $(\Delta)$  ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى  $(C_f)$  .  
ب- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .
- (3) أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا وحيدا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته .
- (4) باستعمال المنحنى  $(C_f)$  ، عيّن قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى يكون للمعادلة  $f(x) = x + m$  حلين مختلفين .

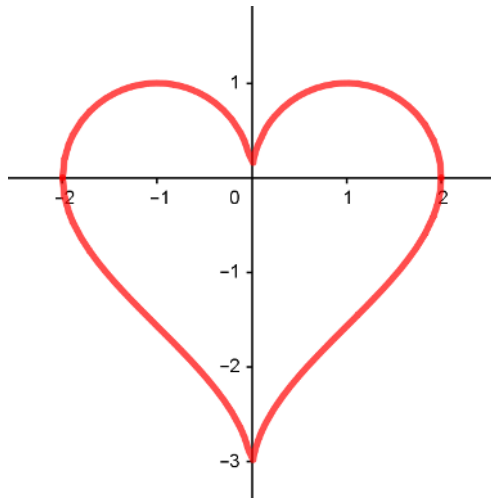
- الف الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-\infty; 1[$  ب:  $f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-x}$ .
- $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجة بيانياً وأحسب  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .
- (2) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 1[$ :  $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$  و أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ- أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.  
ب- الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-\infty; 1[$  ب:  $h(x) = e^{-x} + x - 1$ .  
أدرس اتجاه تغير الدالة  $h$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 1[$ :  $h(x) \geq 0$ .
- (4) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 1[$ :  $f(x) + x = \frac{xh(x)}{x-1}$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمماس  $(T)$ .  
فسر النتيجة بيانياً.
- (5) أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل مبدأ المعلم  $O$  والنقطة  $A\left(-2; \frac{2}{3}e^2\right)$ ، ثم أرسم المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-2; 1[$ .



- I) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (x+3)e^{-x} - 1$ .
- $(C_g)$  تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.  
بقراءة بيانية:
- (1) حدد إشارة  $g(-1)$  و  $g\left(\frac{-1}{2}\right)$ .
- (2) استنتج وجود عدد حقيقي  $\alpha$  وحيد من المجال  $]-1; -\frac{1}{2}[$  بحيث:  $g(\alpha) = 0$ .  
ثم تحقق أن:  $-0.8 < \alpha < -0.7$ .  
(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .
- II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$ .
- $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$  ثم استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً  $(\Delta)$  يتطلب تعيين معادلته له.  
ب- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .  
ج- أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  الموازي للمستقيم  $(\Delta)$ .
- (4) أرسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; 1[$ . (يعطى  $f(\alpha) \approx -0.7$ ).
- (5) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = |x| \left( e^{|x|-2} - 1 \right) + 1$ .  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.  
أبين أن الدالة  $h$  زوجية.  
ب- تحقق أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$  فإن:  $h(x) = f(x-2) + 1$ .  
ج- إشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسم  $(C_h)$  على المجال  $[-3; 3]$ .

- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $[-1; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$ .
- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (وحدة الطول  $2cm$ )
- (1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[-1; +\infty[$  :  $f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$  .  
ب- أدرس إشارة  $f'(x)$  ، واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  .  
ج- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .
  - (2) أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x - \frac{3}{4}$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  .  
ب- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .
  - (3) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلة له .
  - (4) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها .
  - (5) أرسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  ، و  $(C_f)$  .
  - (6) ليكن  $m$  وسيطا حقيقيا . عين مجموعة قيم  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $f(x) = x + m$  حلين مختلفين .

“The only way to learn mathematics is to do mathematics”



كتابة: خالرجاخشنة

نشر يوم 2020/12/02