

النمرين:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{1+x}$
 (1) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم اكتب معادلة (T) مماس
 منحنى الدالة f عند النقطة التي فاصلتها 0.

(2) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + \frac{1}{2}x$
 - أكل الجدول التالي:

x	-0,002	-0,001	0,001	0,002
$f(x)$				
$g(x)$				

- ماذا تلاحظ؟

(3) أحسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار 0 هي الدالة g .

استنتج القيمة المقربة لكل من $\sqrt{1,00007}$ و $\sqrt{0,999917}$.

حل النمرين:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{1+x}$
 (1) دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند 0:

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+h} - 1)(\sqrt{1+h} + 1)}{h(\sqrt{1+h} + 1)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + h - 1}{h(\sqrt{1+h} + 1)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{1+h} + 1)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+h} + 1} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ومنه:

الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 لأنها تقبل نهاية حقيقية ℓ عند 0.

حيث:

$$f'(0) = \ell = \frac{1}{2}$$

كتابة معادلة (T) مماس منحنى الدالة f عند النقطة التي فاصلتها 0:

تعطى معادلة (T) مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(0; 1)$ بـ:
 $(T) : y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

ومنه:

$(T) : y = \frac{1}{2}x + 1$
 (2) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + \frac{1}{2}x$
 - اكمل الجدول:

x	-0,002	-0,001	0,001	0,002
$f(x)$	0,998999	0,999499	1,00049	1,000999
$g(x)$	0,999	0,9995	1,0005	1,001

- نلاحظ أن $f(x) \simeq g(x)$ بجوار 0.

ومنه:

$$\sqrt{1+x} \simeq 1 + \frac{1}{2}x$$

(3) أحسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار 0 هي الدالة g .

استنتج القيمة المقربة لكل من $\sqrt{1,00007}$ و $\sqrt{0,999917}$:
 القيمة المقربة لـ $\sqrt{1,00007}$:

$$\sqrt{1,00007} = \sqrt{1 + 0,00007}$$

$$\sqrt{1,00007} \simeq 1 + \frac{0,00007}{2}$$

$$\sqrt{1,00007} \simeq 1 + 0,000035$$

نجد:

$$\sqrt{1,00007} \simeq 1,000035$$

القيمة المقربة لـ $\sqrt{0,999917}$:

$$\sqrt{0,999917} = \sqrt{1 + (-0,000083)}$$

$$\sqrt{0,999917} \simeq 1 - \frac{0,000083}{2}$$

$$\sqrt{0,999917} \simeq 1 - 0,00004175$$

نجد:

$$\sqrt{0,999917} \simeq 0,9999585$$