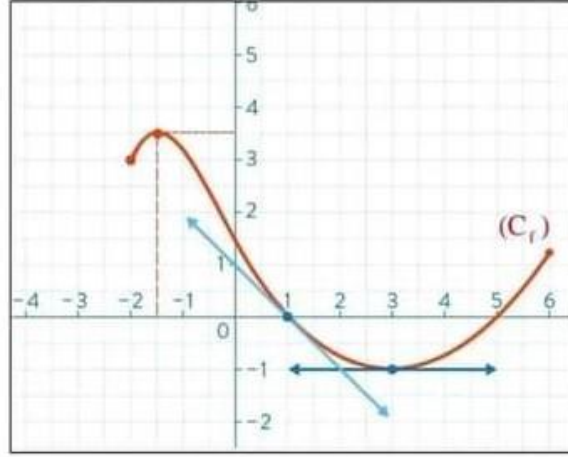


التمرين الأول : (10ن)

f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $[-2; 6]$ و f' دالتها المشتقة.
(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس. (انظر الشكل)



I. بقراءة بيانية:

1. عين كلا من: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ ، $f'(3)$ ، $f(1)$.
2. اكتب معادلة (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f محددا إشارة $f'(x)$.
4. حل بيانيا في المجال $[-2; 6]$ المعادلة: $f(x) = 0$.

II. نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ ، g' دالتها المشتقة.

1. فكك الدالة g إلى مركب دالتين، ثم عين مجموعة تعريفها.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g باستعمال "مبرهنة اتجاه تغير دالة مركبة".
3. اكتب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g و قارنها مع نتيجة - السؤال 2-.
4. شكل جدول تغيرات الدالة g .

سؤال إضافي :

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x) = x^2 + 2x$ و $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 16x + 15$.

علما أن الدالة g هي دالة تألفية، عين العبارات الممكنة للدالة g .

التمرين الثاني: (10ن)

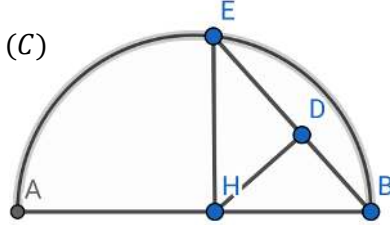
1. g دالة عددية معرفة على المجال $]0; 6[$ بـ: $g(x) = \frac{\sqrt{6}}{6}(6-x)\sqrt{x}$.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; 6[$ فإن: $g'(x) = \frac{\sqrt{6}}{4} \times \frac{-x+2}{\sqrt{x}}$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $]0; 6[$.

II. الشكل المقابل يمثل نصف دائرة (C) قطرها $[AB]$ حيث: $AB = 6 \text{ cm}$

E نقطة من (C) تختلف عن A و B ، و H المسقط العمودي للنقطة E على



المستقيم (AB) .

نضع $x = AH$ ، D المسقط العمودي للنقطة H على المستقيم (BE) ،

ونضع: $HD = h(x)$.

1. عين قيم x الممكنة.

2. ما هي طبيعة المثلث AEB ؟ علل.

3. باستخدام المثلثين AHE و ABE ، احسب $\cos \widehat{BAE}$ بطريقتين مختلفتين ثم بين أن: $AE = \sqrt{6x}$.

4. باستخدام المثلثين ABE و HDB ، احسب $\sin \widehat{ABE}$ بطريقتين مختلفتين ثم بين أن:

$$h(x) = \frac{\sqrt{6}}{6}(6-x)\sqrt{x}$$

5. استنتج قيمة x التي تكون من أجلها المسافة HD أكبر ما يمكن.

بالتوفيق

البطاقة التقنية للواجب

الأستاذة : ت. ن

المستوى : سنة 2 علوم تجريبية 2

المؤسسة :

اليوم : 2024/12/15

الوحدة التعليمية : الاشتقاقية و تطبيقاتها

المدة : ساعة

الموضوع : عرض حال الواجب المنزلي 03

الأدوات المستعملة : القلم و السبورة ، المسطرة ، جهاز العرض.

الكفاءات المستهدفة في التمرين الأول

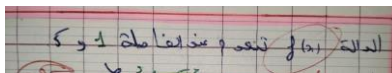
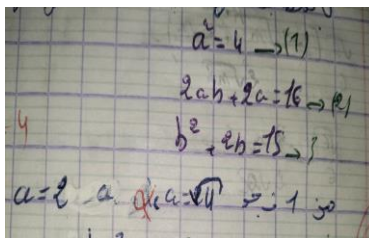
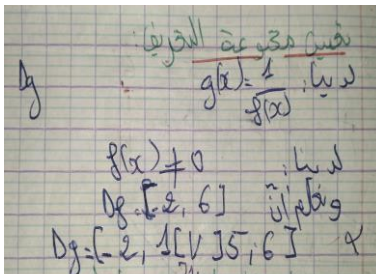
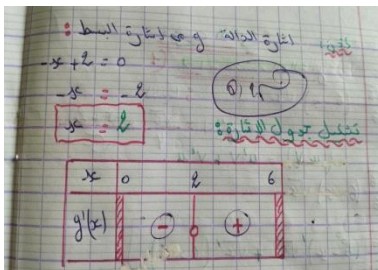
الكفاءات المستهدفة في التمرين الثاني

- | | |
|---|--|
| ✓ التمكن من القراءة البيانية. | ✓ استعمال الاشتقاقية لحل مشاكل الاستمثال . |
| ✓ حل معادلات بيانيا. | ✓ استعمال مكتسبات قبلية في الهندسة |
| ✓ تعيين العدد المشتق بيانيا. | و ربطها بالاشتقاقية. |
| ✓ تعيين معادلة مماس منحنى الدالة في نقطة. | |
| ✓ تركيب الدوال. | |

المراحل	سير الحصة	المدة
<u>ملاحظات عامة</u>	- التهيئة النفسية - تقديم بعض الإحصائيات المتعلقة بنتائج الوظيفة المنزلية - تقديم بعض الملاحظات المتعلقة بنتائج التلاميذ	15 د
<u>عرض الأخطاء المتداولة</u>	- عرض بعض الأخطاء المتداولة ومعالجتها - حل الأسئلة الأكثر صعوبة	35 د
<u>نصائح وإرشادات</u>	نصائح وإرشادات	5 د
<u>تسليم الأوراق</u>	- تسليم أوراق الإجابة والتصحيح النموذجي المرفق بسلم التنقيط - استقبال انشغالات التلاميذ	5 د

المدة	سير الحصّة	المراحل																																													
5د	1) بعد معاينة الواجب المنزلي تبين أن بعض التلاميذ عملهم خال من الجد، كعدم تنظيم أوراق الإجابة وهذا دليل على عدم الاهتمام واعتماد أغليبيتهم على الغش. 2) التلاميذ لا يملكون منهجية الإجابة عن الأسئلة. 3) إعطاء نتائج نموذجية مباشرة دون تبرير. 4) تشابه الأخطاء في بعض الأوراق . 5) عدم ابداء اهتمام بالواجب نتيجة جهل أهميته رغم نصائحي المتكررة حول الموضوع. 6) فيما يأتي جدول إحصائي لنتائج الوظيفة المنزلية :																																														
10د	<table><tr><th>العلامة x</th><th>0≤x<5</th><th>5≤x<10</th><th>10≤x<15</th><th>15≤x≤20</th></tr><tr><td>عدد التلاميذ الحاصلين على العلامة x</td><td>07</td><td>05</td><td>02</td><td>02</td></tr><tr><td>النسبة المئوية</td><td>43.75%</td><td>31.25%</td><td>12.5%</td><td>12.5%</td></tr><tr><td>عدد التلاميذ الذين لم يقوموا بحل الوظيفة</td><td colspan="4">01</td></tr><tr><td>أكبر علامة</td><td colspan="4">15,5\20</td></tr><tr><td>اصغر علامة</td><td colspan="4">2\20</td></tr><tr><td>معدل القسم</td><td colspan="4">7.5\20</td></tr><tr><td>عدد التلاميذ الحاصلين على المعدل 10</td><td colspan="4">4من16</td></tr><tr><td>النسبة المئوية للنجاح</td><td colspan="4">25%</td></tr></table>	العلامة x	0≤x<5	5≤x<10	10≤x<15	15≤x≤20	عدد التلاميذ الحاصلين على العلامة x	07	05	02	02	النسبة المئوية	43.75%	31.25%	12.5%	12.5%	عدد التلاميذ الذين لم يقوموا بحل الوظيفة	01				أكبر علامة	15,5\20				اصغر علامة	2\20				معدل القسم	7.5\20				عدد التلاميذ الحاصلين على المعدل 10	4من16				النسبة المئوية للنجاح	25%				ملاحظات عامة
العلامة x	0≤x<5	5≤x<10	10≤x<15	15≤x≤20																																											
عدد التلاميذ الحاصلين على العلامة x	07	05	02	02																																											
النسبة المئوية	43.75%	31.25%	12.5%	12.5%																																											
عدد التلاميذ الذين لم يقوموا بحل الوظيفة	01																																														
أكبر علامة	15,5\20																																														
اصغر علامة	2\20																																														
معدل القسم	7.5\20																																														
عدد التلاميذ الحاصلين على المعدل 10	4من16																																														
النسبة المئوية للنجاح	25%																																														

الأخطاء المتداولة
وتصحيحها

التمرين الأول	الخطأ الشائع	الصواب							
		نقول الدالة f أو نقول $f(x)$ تتعدم عند الفاصلة 1 و الفاصلة 5							
		نلاحظ أن $g'(x) \leq 0$ على المجالات $[-2; -\frac{3}{2}]$ و $[3; 5]$ و $[5; 6]$ ، و منه الدالة g متناقصة تماما على هذه المجالات. نلاحظ أن $g'(x) \geq 0$ على المجالين $[-\frac{3}{2}; 1]$ و $[1; 3]$ ، و منه الدالة g متزايدة على هذين المجالين.							
التمرين الثاني		$a^2 = 4 \dots (1)$ من (1) نجد : $\sqrt{a^2} = \sqrt{4}$ يكافئ : $ a = 2$ و يكافئ: إما $a = 2$ أو $a = -2$.							
		تعيين مجموعة تعريف الدالة g : $D_g = \{x / x \in D_v, v(x) \in D_u\}$ $\mathbb{R}^* \} D_g = \{x / x \in [-2; 6], v(x) \in \mathbb{R}^* \}$ $D_g = \{x / x \in [-2; 6], f(x) \neq 0\}$ $D_g = \{x / x \in [-2; 6], x \neq 1, x \neq 5\}$ $D_g = [-2; 1[\cup]1; 5[\cup]5; 6]$							
		تشكيل جدول إشارة المشتقة: <table data-bbox="218 1543 611 1641"><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr></table>	x	0	2	6	$g'(x)$		+
x	0	2	6						
$g'(x)$		+	-						

حل السؤال :

حل السؤال :

حلول الأسئلة التي
لم يجيب عليها
التلاميذ

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ حيث : $f(x) = x^2 + 2x$ و $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 16x + 15$.

علما أن الدالة g هي دالة تآلفية، عين العبارات الممكنة للدالة g .

بعض النصائح
والإرشادات

موجودة في التصحيح النموذجي

5د

- مراجعة الدروس مع حل أكبر عدد ممكن من التمارين .
- الدقة و التركيز أثناء الإجابة .
- بذل مجهود أكبر والاعتماد على الذات .
- تنظيم أوراق الاجابة مع مراعاة منهجية الاجابة.
- تجنب الغش.

توزيع أوراق الإجابة
على التلاميذ

5د



العلامة كاملة	العلامة مجزأة	التصحيح النموذجي	رقم التمرين												
0,75	0,75	1. من القراءة البيانية نجد: $f'(3) = 0, f(1) = 0$ ونعلم أن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = f'(1)$ حيث $f'(1)$ هو معامل توجيه المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 1، ومنه: $f'(1) = \frac{0-1}{1-0}$ $f'(1) = -1$ ومنه:													
0,75	0,75	2. معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 1: $y = f'(1)(x-1) + f(1)$ $y = -1(x-1) + 0$ $y = -x + 1$ يكافي يكافي													
1	0,5+0,5	3. جدول تغيرات الدالة f: <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\frac{3}{2}$</td><td>3</td><td>6-2</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td></td><td>3,5</td><td>1,25</td></tr> </table> 3 → 3,5 → -1 → 1,25	x	$-\frac{3}{2}$	3	6-2	$f'(x)$	+	○	-	$f(x)$		3,5	1,25	التمرين الأول
x	$-\frac{3}{2}$	3	6-2												
$f'(x)$	+	○	-												
$f(x)$		3,5	1,25												
0,5	0,5	4. حل بيانيا في المجال $[-2; 6]$ المعادلة $f(x) = 0$: حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل، ومنه: $S = \{1; 5\}$.													
1	0,25	II. لدينا: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ 1. تفكيك الدالة g: لدينا: $g(x) = u \circ v(x)$ حيث: $u(x) = \frac{1}{x}$ و $v(x) = f(x)$.													

1,25	0,75	مجموعة تعريف الدالة g : $D_g = \{x / x \in D_v, v(x) \in D_u\}$ $\mathbb{R}^* \} D_g = \{x / x \in [-2;6], v(x) \in$ $D_g = \{x / x \in [-2;6], f(x) \neq 0\}$ $D_g = \{x / x \in [-2;6], x \neq 1, x \neq 5\}$ $D_g = [-2;1[\cup]1;5[\cup]5;6]$																				
	1,25	2. دراسة اتجاه تغير الدالة g : الجدول التالي يمثل اتجاه تغير الدالة g على كل مجال من مجموعة تعريفها: <table><tr><th>على المجال</th><th>الدالة v</th><th>الدالة u</th><th>الدالة g</th></tr><tr><td>$[-2;-\frac{3}{2}]$</td><td>متزايدة تماما</td><td rowspan="5">الدالة مقلوب متناقصة تماما على مجال تعريفها</td><td>متناقصة تماما</td></tr><tr><td>$[-\frac{3}{2};1[$</td><td>متناقصة تماما</td><td>متزايدة تماما</td></tr><tr><td>$]1;3]$</td><td>متناقصة تماما</td><td>متزايدة تماما</td></tr><tr><td>$]3;5[$</td><td>متزايدة تماما</td><td>متناقصة تماما</td></tr><tr><td>$]5;6]$</td><td>متزايدة تماما</td><td>متناقصة تماما</td></tr></table>	على المجال	الدالة v	الدالة u	الدالة g	$[-2;-\frac{3}{2}]$	متزايدة تماما	الدالة مقلوب متناقصة تماما على مجال تعريفها	متناقصة تماما	$[-\frac{3}{2};1[$	متناقصة تماما	متزايدة تماما	$]1;3]$	متناقصة تماما	متزايدة تماما	$]3;5[$	متزايدة تماما	متناقصة تماما	$]5;6]$	متزايدة تماما	متناقصة تماما
	على المجال	الدالة v	الدالة u	الدالة g																		
$[-2;-\frac{3}{2}]$	متزايدة تماما	الدالة مقلوب متناقصة تماما على مجال تعريفها	متناقصة تماما																			
$[-\frac{3}{2};1[$	متناقصة تماما		متزايدة تماما																			
$]1;3]$	متناقصة تماما		متزايدة تماما																			
$]3;5[$	متزايدة تماما		متناقصة تماما																			
$]5;6]$	متزايدة تماما		متناقصة تماما																			
0,5 0,25 0,5+0,5 0,5	0,5 0,25 0,5+0,5 0,5	3. كتابة $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$: g دالة قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها $g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$ - استنتاج اتجاه تغير الدالة g : نضع : $g'(x) = 0$ يكافئ $-f'(x) = 0$ و $f(x) \neq 0$ ، وبما أن $[f(x)]^2 > 0$ فالإشارة من إشارة $-f'(x)$ <table><tr><th>x</th><th>$-\frac{3}{2}$</th><th>1</th><th>3</th><th>5</th><th>6-2</th></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td></tr></table> نلاحظ أن $g'(x)$ سالبة على المجالات $[-2;-\frac{3}{2}]$ و $]3;5[$ و $]5;6]$، ومنه الدالة g متناقصة تماما على هذه المجالات. نلاحظ أن $g'(x)$ موجبة على المجالين $[-\frac{3}{2};1[$ و $]1;3]$، ومنه الدالة g متزايدة تماما على هذين المجالين. - النتيجة المحصل عليها متطابقة مع نتيجة السؤال 2 . 4. تشكيل جدول تغيرات الدالة g :	x	$-\frac{3}{2}$	1	3	5	6-2	$f'(x)$	+	○	-	-	○	+	$g'(x)$	-	○	+	+	○	-
x	$-\frac{3}{2}$	1	3	5	6-2																	
$f'(x)$	+	○	-	-	○	+																
$g'(x)$	-	○	+	+	○	-																

ن1

1

x	$-\frac{3}{2}$	1	3	5	$6-2$	
$g'(x)$	$-$	$\bigcirc$	$+$	$+$	$\bigcirc$	$-$
$g'(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{7}$	-1			$0,8$

السؤال الإضافي:

لدينا: $f(x) = x^2 + 2x$ و $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 16x + 15$.
 تعيين العبارات الممكنة للدالة g علما أنها دالة تألفية معناه $g(x) = ax + b$ ، مع $a \in \mathbb{R}^*$ و $b \in \mathbb{R}$ ، ومنه:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(f \circ g)(x) = (g(x))^2 + 2g(x)$$

$$(f \circ g)(x) = (ax + b)^2 + 2(ax + b)$$

$$(f \circ g)(x) = a^2x^2 + b^2 + 2abx + 2ax + 2b$$

$$(f \circ g)(x) = a^2x^2 + (2ab + 2a)x + (b^2 + 2b)$$

بالمطابقة مع $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 16x + 15$ نجد:

$$\begin{cases} a^2 = 4 & (***) \\ 2ab + 2a = 16 & (**) \\ b^2 + 2b = 15 \end{cases}$$

من (*) نجد: $a = 2$ أو $a = -2$

نعوض $a = 2$ في (*) نجد $b = 3$ ، نعوض $a = -2$ في (**) نجد $b = -5$.

ومنه إما: $g(x) = 2x + 3$ أو $g(x) = -2x - 5$.

التمرين
الثاني

ا.

1. اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; 6[$ فإن:

$$g'(x) = \frac{\sqrt{6}}{4} \times \frac{-x+2}{\sqrt{x}}$$

الدالة g معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $]0; 6[$ ودالتها المشتقة g' حيث:

$$g'(x) = \frac{\sqrt{6}}{6} \left(-\sqrt{x} + \frac{6-x}{2\sqrt{x}} \right)$$

$$g'(x) = \frac{\sqrt{6}}{6} \left(\frac{-2x+6-x}{2\sqrt{x}} \right)$$

$$g'(x) = \frac{\sqrt{6}}{6} \left(\frac{6-3x}{2\sqrt{x}} \right)$$

يكافئ:

$$g'(x) = \frac{\sqrt{6}}{3 \times 2} \left(\frac{3(-x+2)}{2\sqrt{x}} \right)$$

$$g'(x) = \frac{\sqrt{6}}{4} \left(\frac{-x+2}{\sqrt{x}} \right)$$

ومنه المطلوب.

2. دراسة اتجاه تغير الدالة g وتشكيل جدول تغيراتها:

نضع : $g'(x) = 0$ يكافئ $-x+2=0$ لأن $\frac{\sqrt{6}}{4} > 0$ و $\sqrt{x} > 0$ ، ومنه الإشارة من إشارة $-x+2$ ، ومنه : $x=2$.

1

x	0	2	6
$g'(x)$	+	0	-

إذن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0; 2[$ و متناقصة تماما على المجال $]2; 6[$. ومنه جدول تغيراتها:

1

x	0	2	6
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$		$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	

ا.

1. قيم x الممكنة هي : كل القيم في المجال $]0; 6[$.

2. المثلث AEB قائم في E لأن الوتر $[AB]$ هو قطر للدائرة (C) .

3. في المثلث القائم AEB نجد:

1,5ن	1,5	$\cos \widehat{BAE} = \frac{AE}{AB}$ $\cos \widehat{BAE} = \frac{AE}{6} \quad \text{ومنّه:}$ في المثلث القائم AHE نجد: $\cos \widehat{BAE} = \frac{AH}{AE}$ $\cos \widehat{BAE} = \frac{x}{AE} \quad \text{ومنّه:}$ إذن: $\frac{AE}{6} = \frac{x}{AE}$ ومنه: $AE = \sqrt{6x}$ 4. في المثلث القائم AEB نجد: $\sin \widehat{ABE} = \frac{AE}{AB}$ $\sin \widehat{ABE} = \frac{\sqrt{6x}}{6} \quad \text{ومنّه:}$ في المثلث القائم HDE نجد: $\sin \widehat{ABE} = \frac{HD}{HB}$ $\sin \widehat{ABE} = \frac{HD}{6-x}$ إذن: $\frac{HD}{6-x} = \frac{\sqrt{6x}}{6}$ ومنه: $HD = \frac{\sqrt{6x}(6-x)}{6}$ أي: $h(x) = \frac{\sqrt{6}}{6} (6-x)\sqrt{x}$ 5. نلاحظ أن: $h(x) = g(x)$ إذن باستخدام الجزء الأول نجد أن المسافة HD يكون أكبر ما يمكن من أجل $x = 2$ حيث: $h(x) = \frac{4\sqrt{3}}{3}$
1,5ن	1,5	
1ن	1	